No. of Printed Pages : **12**

9012

M

பதிவு எண்
Register Number

PART - III

கணிதம் / MATHEMATICS

(தமிழ் மற்றும் ஆங்கில வழி / Tamil & English Version)

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்] [மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

Time Allowed : 3.00 Hours] [Maximum Marks : 90

அறிவுரைகள் : (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.

(2) **நீலம்** அல்லது **கருப்பு** மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

Instructions : (1) Check the question paper for fairness of printing. If there is any lack of fairness, inform the Hall Supervisor immediately.

(2) Use **Blue** or **Black** ink to write and underline and pencil to draw diagrams.

பகுதி - I / PART - I

குறிப்பு : (i) **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **20x1=20**

(ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள **நான்கு** மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

Note : (i) **All** questions are compulsory.

(ii) Choose the most appropriate answer from the given **four** alternatives and write the option code and the corresponding answer.

1. A என்ற 3×3 பூச்சியமற்றக் கோவை அணிக்கு $AA^T = A^TA$ மற்றும் $B = A^{-1} A^T$ என்றவாறு இருப்பின், $BB^T =$

(அ) I_3 (ஆ) A (இ) B^T (ஈ) B

If A is a 3×3 non-singular matrix such that $AA^T = A^TA$ and $B = A^{-1} A^T$, then $BB^T =$

(a) I_3 (b) A (c) B^T (d) B

2. $\rho(A) = \rho([A|B])$ எனில், AX = B என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது :

(அ) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்.

(ஆ) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்.

(இ) ஒருங்கமைவற்றது.

(ஈ) ஒருங்கமைவுடையது.

If $\rho(A) = \rho([A|B])$, then the system AX = B of linear equations is :

(a) consistent and has infinitely many solutions

(b) consistent and has a unique solution

(c) inconsistent

(d) consistent

3. z என்ற கலப்பெண்ணானது $z \in \mathbf{C} \setminus \mathbf{R}$ ஆகவும் $z + \frac{1}{z} \in \mathbf{R}$ எனவும் இருந்தால், $|z|$ -ன் மதிப்பு :

(அ) 2 (ஆ) 0 (இ) 3 (ஈ) 1

If z is a complex number such that $z \in \mathbf{C} \setminus \mathbf{R}$ and $z + \frac{1}{z} \in \mathbf{R}$, then $|z|$ is :

(a) 2 (b) 0 (c) 3 (d) 1

4. $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)^{3/4}$ -ன் எல்லா நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்குத் தொகை :

(அ) 1 (ஆ) -2 (இ) 2 (ஈ) -1

The product of all four values of $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)^{3/4}$ is :

(a) 1 (b) -2 (c) 2 (d) -1

5. f மற்றும் g என்பன முறையே m மற்றும் n படியுள்ள பல்லுறுப்புக்கோவைகள் மற்றும் $h(x) = (f \circ g)(x)$ எனில், h -ன் படியானது :

(அ) m^n (ஆ) mn (இ) n^m (ஈ) $m+n$

If f and g are polynomials of degrees m and n respectively and if $h(x) = (f \circ g)(x)$, then the degree of h is :

(a) m^n (b) mn (c) n^m (d) $m+n$

6. $x<0$ எனில், $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ -ன் மதிப்பு :

(அ) $-\pi + \cot^{-1}(x)$ (ஆ) $\tan^{-1}(x)$
(இ) $-\pi + \tan^{-1}x$ (ஈ) $\cot^{-1}(x)$

If $x<0$, then $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ is equal to :

(a) $-\pi + \cot^{-1}(x)$ (b) $\tan^{-1}(x)$
(c) $-\pi + \tan^{-1}x$ (d) $\cot^{-1}(x)$

7. வட்டத்தின் மையத்தொலைத்தகவு :

(அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) 0 (இ) 2 (ஈ) 1

The eccentricity of the circle is :

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) 2 (d) 1

8. $\vec{\beta}$ மற்றும் $\vec{\gamma}$ ஆகியவை அமைக்கும் தளத்தில் $\vec{\alpha}$ அமைந்துள்ளது எனில்,

(அ) $\left[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\right]=0$ (ஆ) $\left[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\right]=1$

(இ) $\left[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\right]=2$ (ஈ) $\left[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\right]=-1$

If a vector $\vec{\alpha}$ lies in the plane $\vec{\beta}$ and $\vec{\gamma}$, then

(a) $\left[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\right]=0$ (b) $\left[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\right]=1$

(c) $\left[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\right]=2$ (d) $\left[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}\right]=-1$

9. $\vec{r}\cdot\left(\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k}\right)=38$ என்ற தளத்தைப் பொறுத்து A(1, 2, 3) என்ற புள்ளியின் பிம்பப்புள்ளி, A'(3, 6, 11) எனில், A என்ற புள்ளியிலிருந்து கொடுக்கப்பட்ட தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடி :

(அ) (2, 5, 7) (ஆ) (2, 3, 7) (இ) (2, −4, 7) (ஈ) (2, 4, 7)

If the image of the point A(1, 2, 3) with respect to the plane $\vec{r}\cdot\left(\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k}\right)=38$ is A'(3, 6, 11), then the foot of the perpendicular from the point A to the given plane is :

(a) (2, 5, 7) (b) (2, 3, 7) (c) (2, −4, 7) (d) (2, 4, 7)

10. (6, 0) என்ற புள்ளிக்கும் $x^2-y^2=4$ என்ற வளைவரை மீதுள்ள புள்ளிக்கும் உள்ள தொலைவு குறைந்தபட்சம் எனில், அப்புள்ளி :

(அ) $(3,\sqrt{5})$ (ஆ) (2, 0) (இ) $(\sqrt{13},-\sqrt{3})$ (ஈ) $(\sqrt{5},1)$

One of the closest points on the curve $x^2-y^2=4$ to the point (6, 0) is :

(a) $(3,\sqrt{5})$ (b) (2, 0) (c) $(\sqrt{13},-\sqrt{3})$ (d) $(\sqrt{5},1)$

11. $f(x)=x^3-3x^2$, $x\in[0, 3]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் 'c' -யின் மதிப்பு :

(அ) $\frac{3}{2}$ (ஆ) 1 (இ) 2 (ஈ) $\sqrt{2}$

The value of 'c' satisfied by the Rolle's theorem for the function $f(x)=x^3-3x^2$, $x\in[0, 3]$ is :

(a) $\frac{3}{2}$ (b) 1 (c) 2 (d) $\sqrt{2}$

12. 31 -ன் 5 ஆம் படி மூல சதவீதப் பிழை தோராயமாக, 31 -ன் சதவீதப் பிழையைப் போல் எத்தனை மடங்காகும் ?

(அ) 5 (ஆ) $\frac{1}{31}$ (இ) 31 (ஈ) $\frac{1}{5}$

The percentage error of fifth root of 31 is approximately how many times the percentage error in 31 ?

(a) 5 (b) $\frac{1}{31}$ (c) 31 (d) $\frac{1}{5}$

13. A = $\{(x, y) \mid a<x<b, c<y<d\} \subset \mathbf{R}^2$ என்க. சார்பு $u : A \to \mathbf{R}^2$ ஆனது A -ல் சீரானது எனில்,

(அ) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0\ \forall (x,y)\in A$ (ஆ) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=1\ \forall (x,y)\in A$

(இ) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0\ \forall (x,y)\in A$ (ஈ) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=1\ \forall (x,y)\in A$

Let A = $\{(x, y) \mid a<x<b, c<y<d\} \subset \mathbf{R}^2$. If the function $u : A \to \mathbf{R}^2$ is harmonic in A, then :

(a) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0\ \forall (x,y)\in A$ (b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=1\ \forall (x,y)\in A$

(c) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0\ \forall (x,y)\in A$ (d) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=1\ \forall (x,y)\in A$

14. $f(x) = \int_0^x t\cos t \, dt$, எனில் $\frac{df}{dx} =$

(அ) $x\cos x$ (ஆ) $\cos x - x\sin x$ (இ) $x\sin x$ (ஈ) $\sin x + x\cos x$

If $f(x) = \int_0^x t\cos t \, dt$, then $\frac{df}{dx} =$

(a) $x\cos x$ (b) $\cos x - x\sin x$ (c) $x\sin x$ (d) $\sin x + x\cos x$

15. $f(x) = \int_1^x \frac{e^{\sin u}}{u} du, x > 1$ மற்றும் $\int_1^3 \frac{e^{\sin x^2}}{x} dx = \frac{1}{2}\left[f(a) - f(1)\right]$ எனில், a பெறக்கூடிய ஒரு மதிப்பு :

(அ) 9 (ஆ) 3 (இ) 5 (ஈ) 6

If $f(x) = \int_1^x \frac{e^{\sin u}}{u} du, x > 1$ and $\int_1^3 \frac{e^{\sin x^2}}{x} dx = \frac{1}{2}\left[f(a) - f(1)\right]$, then one of the possible value of a is :

(a) 9 (b) 3 (c) 5 (d) 6

16. $2x\frac{dy}{dx} - y = 3$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு குறிப்பிடுவது :

(அ) பரவளையம் (ஆ) நேர்க்கோடுகள்
(இ) நீள்வட்டம் (ஈ) வட்டங்கள்

The solution of the differential equation $2x\frac{dy}{dx} - y = 3$ represents :

(a) Parabola (b) Straight lines
(c) Ellipse (d) Circles

17. t எனும் நேரத்திற்குப் பிறகு மீதமுள்ள ஒரு பொருளின் அளவு P ஆகும். பொருள் ஆவியாகும் வீதமானது அந்நேரத்தில் மீதமிருக்கும் பொருளின் அளவிற்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது எனில், பின்னர் :

(அ) $P = Ckt$ (ஆ) $P = Ce^{kt}$ (இ) $Pt = C$ (ஈ) $P = Ce^{-kt}$

P is the amount of certain substance left in after time t. If the rate of evaporation of the substance is proportional to the amount remaining, then :

(a) $P = Ckt$ (b) $P = Ce^{kt}$ (c) $Pt = C$ (d) $P = Ce^{-kt}$

18. $f(x) = \frac{1}{12}$, a<x<b எனும் சார்பு ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பினைக் குறிக்கிறது எனில், பின்வருவனவற்றுள் எது a மற்றும் b -இன் மதிப்புகளாக இராது ?

(அ) 7 மற்றும் 19 (ஆ) 0 மற்றும் 12

(இ) 16 மற்றும் 24 (ஈ) 5 மற்றும் 17

If the function $f(x) = \frac{1}{12}$ for a<x<b, represents a probability density function of a continuous random variable X, then which of the following cannot be the value of a and b ?

(a) 7 and 19 (b) 0 and 12

(c) 16 and 24 (d) 5 and 17

19. 2l நீளமுள்ள ஒரு கம்பி சமவாய்ப்பு முறையில் இரு துண்டாக உடைக்கப்படுகிறது. இரு துண்டுகளில் குட்டையானதற்கான நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{l} & 0 < x < l \\ 0 & l \leq x < 2l \end{cases}$ எனில், குட்டையானப் பகுதிக்கான சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே :

(அ) $l, \frac{l^2}{12}$ (ஆ) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{3}$ (இ) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{12}$ (ஈ) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{6}$

A rod of length 2l is broken into two pieces at random. The probability density function of the shorter of the two pieces is $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{l} & 0 < x < l \\ 0 & l \leq x < 2l \end{cases}$. The mean and variance of the shorter of the two pieces are respectively :

(a) $l, \frac{l^2}{12}$ (b) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{3}$ (c) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{12}$ (d) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{6}$

20. $\neg(p\vee q)\vee[p\vee(p\wedge\neg r)]$ -ன் இருமம் :

(அ) $\neg(p\wedge q)\wedge[p\wedge(p\wedge r)]$ (ஆ) $\neg(p\wedge q)\wedge[p\vee(p\wedge\neg r)]$

(இ) $\neg(p\wedge q)\wedge[p\wedge(p\vee\neg r)]$ (ஈ) $(p\wedge q)\wedge[p\wedge(p\vee\neg r)]$

The dual of $\neg(p\vee q)\vee[p\vee(p\wedge\neg r)]$ is :

(a) $\neg(p\wedge q)\wedge[p\wedge(p\wedge r)]$ (b) $\neg(p\wedge q)\wedge[p\vee(p\wedge\neg r)]$

(c) $\neg(p\wedge q)\wedge[p\wedge(p\vee\neg r)]$ (d) $(p\wedge q)\wedge[p\wedge(p\vee\neg r)]$

பகுதி - II / PART - II

குறிப்பு : **எவையேனும் ஏழு** வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் **30 -க்கு கட்டாயமாக** விடையளிக்கவும். **7x2=14**

Note : Answer **any seven** questions. Question No. **30** is **compulsory**.

21. A என்பது ஒற்றை வரிசையுடைய பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில், $|\text{adj A}|$ என்பது மிகை எண் என நிறுவுக.

If A is a non-singular matrix of odd order, prove that $|\text{adj A}|$ is positive.

22. சுருக்குக : $\sum_{n=1}^{12} i^n$

Simplify : $\sum_{n=1}^{12} i^n$

23. $x^2+2(k+2)x+9k=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் சமம் எனில், k -ன் மதிப்பு காண்க.
If $x^2+2(k+2)x+9k=0$ has equal roots, find k.

24. சுருக்குக : $\sin^{-1}[\sin 10]$
Simplify : $\sin^{-1}[\sin 10]$

25. ஆரம் 5 செ.மீ உடையதும், x -அச்சை ஆதிப்புள்ளியில் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டங்களின் சமன்பாட்டைத் தருவிக்க.
Obtain the equation of the circles with radius 5 cm and touching x-axis at the origin in general form.

26. $f(x)=x^2-2x-3$ என்ற சார்பு $(2, \infty)$ என்ற இடைவெளியில் திட்டமாக ஏறும் என நிறுவுக.
Prove that the function $f(x)=x^2-2x-3$ is strictly increasing in the interval $(2, \infty)$.

27. $f(x, y) = \cos^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ எனில், $f_y = \frac{x}{y\sqrt{y^2-x^2}}$ என நிறுவுக.

If $f(x, y) = \cos^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$, then show that $f_y = \frac{x}{y\sqrt{y^2-x^2}}$.

28. மதிப்பிடுக : $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x \, dx$

Evaluate : $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x \, dx$

29. $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{1/2} = 0$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படியை (இருக்குமானால்) தீர்மானிக்க.

Determine the order and degree (if exists) of the differential equation

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{1/2} = 0$$

30. $\sqrt{Var(X)} = \frac{1}{2}$ எனில், Var (2X+3) -ன் மதிப்பு காண்க.

If $\sqrt{Var(X)} = \frac{1}{2}$ then, find the value of Var (2X+3).

பகுதி - III / PART - III

குறிப்பு : எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் **40 -க்கு கட்டாயமாக** விடையளிக்கவும். **7x3=21**

Note : Answer **any seven** questions. Question No. **40** is **compulsory**.

31. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை ஏறுபடி வடிவில் மாற்றி அணித்தரம் காண்க.

Find the rank of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ by reducing it to an echelon form.

32. $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் அனைத்து மெய்யெண்களையும் காண்க.

Find all real numbers satisfying the equation : $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$.

33. நிறுவுக : $2\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{7}=\tan^{-1}\frac{31}{17}$

Prove that $2\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{7}=\tan^{-1}\frac{31}{17}$

34. (6, 7, 4) மற்றும் (8, 4, 9) என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோடு xz மற்றும் yz தளங்களை வெட்டும் புள்ளிகளைக் காண்க.
Find the points where the straight line passes through (6, 7, 4) and (8, 4, 9) cuts the xz and yz planes.

35. $\lim\limits_{\theta\to 0}\left(\frac{1-\cos m\theta}{1-\cos n\theta}\right)=1$ எனில், $m=\pm n$ என நிறுவுக.

If $\lim\limits_{\theta\to 0}\left(\frac{1-\cos m\theta}{1-\cos n\theta}\right)=1$, then prove that $m=\pm n$

36. நேரியல் தோராய மதிப்பீட்டு முறையில் $\sqrt[4]{15}$ -ன் தோராய மதிப்பினைக் காண்க.

Use the linear approximation to find approximate value of $\sqrt[4]{15}$

37. $\int_0^\infty e^{-x}x^n\,dx=5!$ எனில், $\int_0^\infty e^{-x}x^{n-1}\,dx$ -ன் மதிப்பினைக் காண்க.

If $\int_0^\infty e^{-x}x^n\,dx=5!$, then find the value of $\int_0^\infty e^{-x}x^{n-1}\,dx$

38. $4P(X=4)=P(X=2)$ மற்றும் $n=6$ எனும்படி உள்ள $X\sim B(n, p)$ -ன் பரவல், சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.
If $X\sim B(n, p)$ such that $4P(X=4)=P(X=2)$ and $n=6$, find the distribution, mean and Standard Deviation of X.

39. கொடுக்கப்பட்ட கணத்தின் மீது பின்வரும் செயலானது (i) அடைவுப் பண்பு (ii) சேர்ப்புப் பண்பு மற்றும் (iii) சமனிப் பண்பு ஆகியவைகளைப் பெற்றிருக்குமா எனச் சரிபார்க்க.

$m*n=m+n-mn;\ m, n\in \mathbf{Z}$

Verify (i) Closure property (ii) Associative property and (iii) Existence of identity for the following operation on the given set :

$m*n=m+n-mn;\ m, n\in \mathbf{Z}$

40. $z_1 = \overline{1+i}$ மற்றும் $\overline{z_2} = 1 - i$ எனில், $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2026}$ -ன் நேர்மாறைக் காண்க.

If $z_1 = \overline{1+i}$ and $\overline{z_2} = 1 - i$, find the inverse of $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2026}$

பகுதி - IV / PART - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **7x5=35**

Note : Answer **all** the questions.

41. (அ) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க :

$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5$
$x_1 - 2x_2 + x_3 = -4$
$3x_1 - x_2 - 2x_3 = 3$

அல்லது

(ஆ) $z^3 + 2\bar{z} = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஐந்து தீர்வுகள் இருக்கும் என நிறுவுக.

(a) Solve the following system of equations, using matrix inversion method.

$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5$
$x_1 - 2x_2 + x_3 = -4$
$3x_1 - x_2 - 2x_3 = 3$

OR

(b) Show that the equation $z^3 + 2\bar{z} = 0$ has five solutions.

42. (அ) $p \to (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

அல்லது

(ஆ) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x)\, dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ என நிறுவுக.

(a) Prove that $p \to (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ using truth table.

OR

(b) Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x)\, dx = \frac{\pi}{8} \log 2$

43. (அ) சமன்பாட்டை தீர்க்க : $(x+1)(x+3)(x-2)(x-4)+21=0$

அல்லது

(ஆ) $y=\log(1+x)$ என்ற வளைவரையை வரைக.

(a) Solve the equation
$(x+1)(x+3)(x-2)(x-4)+21=0$

OR

(b) Sketch the curve $y=\log(1+x)$.

44. (அ) $x-y+4=0$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2+3y^2=12$ என்ற நீள்வட்டத்தின் தொடுகோடு என நிறுவுக. மேலும் தொடும் புள்ளியைக் காண்க.

அல்லது

(ஆ) ஒரு மாதிரியில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்கள் சிதைவுறும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அந்த மாதிரியில் காணப்படும் அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 100 ஆண்டு கால இடைவெளியில் ஒரு மாதிரியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் 10% சிதைவுறுகிறது. 1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வளவு மீதமிருக்கும் ?

(a) Show that the line $x-y+4=0$ is a tangent to the ellipse $x^2+3y^2=12$. Also find the co-ordinates of the point of contact.

OR

(b) Assume that the rate at which radioactive nuclei decay is proportional to the number of such nuclei that are present in a given sample. In a certain sample 10% of the original number of radioactive nuclei have undergone disintegration in a period of 100 years. What percentage of the original radioactive nuclei will remain after 1000 years ?

45. (அ) வெக்டர் முறையில், $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\,\cos\beta-\sin\alpha\,\sin\beta$ என நிறுவுக.

அல்லது

(ஆ) $(x^2+y^2)\mathrm{d}y=xy\mathrm{d}x$. $y(1)=1$ மற்றும் $y(x_0)=\mathrm{e}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. x_0 -ன் மதிப்பைக் காண்க.

(a) By Vector method prove that :
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\,\cos\beta-\sin\alpha\,\sin\beta$

OR

(b) $(x^2+y^2)\mathrm{d}y=xy\mathrm{d}x$. It is given that $y(1)=1$ and $y(x_0)=\mathrm{e}$. Find the value of x_0.

46. (அ) ஒரு தனிநிலை சார்பு X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது :

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	2k	6k	5k	6k	10k

எனில், (i) $P(2<X<6)$ (ii) $P(2\le X<5)$

(iii) $P(X\le 4)$ (iv) $P(3<X)$

என்பவற்றைக் காண்க.

அல்லது

(ஆ) ஒரு நீருற்றில், ஆதியிலிருந்து 0.5 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4 மீ, நீரின் பாதை ஒரு பரவளையம் எனில், ஆதியிலிருந்து 0.75 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.

(a) A random variable X has the following probability mass function.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	2k	6k	5k	6k	10k

Find (i) $P(2<X<6)$ (ii) $P(2\leq X<5)$

(iii) $P(X\leq 4)$ (iv) $P(3<X)$

OR

(b) At a water fountain, water attains a maximum height of 4 m at horizontal distance of 0.5 m from its origin. If the path of water is a parabola, find the height of water at a horizontal distance of 0.75 m from the point of origin.

47. (அ) $s(t)=2t^3-9t^2+12t-4$, இங்கு $t\geqslant 0$ எனும் விதிப்படி ஒரு கோட்டில் ஒரு துகள் நகர்கிறது.

(i) எந்நேரங்களில் துகளின் திசை மாறுகிறது ?

(ii) முதல் 4 வினாடிகளில் துகள் பயணித்த மொத்த தூரத்தைக் காண்க.

(iii) திசைவேகம் பூச்சிய மதிப்பை அடையும் நேரங்களில் எல்லாம் துகளின் முடுக்கம் காண்க.

அல்லது

(ஆ) (1, −2, 4) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x+2y-3z=11$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் $\frac{x+7}{3}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் கூறுக.

(a) A particle moves along a line according to the law $s(t)=2t^3-9t^2+12t-4$, where $t\geqslant 0$.

(i) At what times the particle changes direction ?

(ii) Find the total distance travelled by the particle in the first 4 seconds.

(iii) Find the particle's acceleration each time the velocity is zero.

OR

(b) Find the non-parametric form of Vector equation and Cartesian equation of the plane passing through the point (1, −2, 4) and perpendicular to the plane $x+2y-3z=11$ and parallel to the line $\frac{x+7}{3}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{1}$

- o O o -