Series &RQPS/S

Set – 4

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **465/S**

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **23** printed pages.*
- *Please check that this question paper contains **38** questions.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

व्यावहारिक गणित
APPLIED MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

~~~

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ**।*

(iii) ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।*

(iv) ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।*

(v) ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।*

(vi) ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।*

(vii) ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 2 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 3 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है।*

खण्ड क

*इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।*

1. लागत मूल्य पर मिश्रण बेचने पर $16\frac{2}{3}\%$ लाभ प्राप्त करने के लिए दूध में पानी किस अनुपात में मिलाया जाना चाहिए ?

(A) 1 : 6 (B) 6 : 1

(C) 3 : 2 (D) 2 : 3

2. 100 मीटर की दौड़ में, A, B को 25 मीटर से हरा सकता है और B, C को 4 मीटर से हरा सकता है। इस दौड़ में, A, C को हरा सकता है :

(A) 32 मीटर से (B) 28 मीटर से

(C) 24 मीटर से (D) 20 मीटर से
~~~

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A**, **B**, **C**, **D** and **E**.*

(iii) *In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study-based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 2 questions in Section C, 2 questions in Section D and 3 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculator is **not** allowed.*

SECTION A

*This section comprises multiple choice questions of **1** mark each.*

1. In what ratio must water be mixed with milk to gain $16\frac{2}{3}\%$ on selling the mixture at cost price ?

(A) 1 : 6 (B) 6 : 1

(C) 3 : 2 (D) 2 : 3

2. In a 100 m race, A can beat B by 25 m and B can beat C by 4 m. By how much can A beat C in the same race ?

(A) 32 m (B) 28 m

(C) 24 m (D) 20 m

3. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो $(A^2 - 6A)$ बराबर है :

(A) 3I

(B) – 5I

(C) 5I

(D) – 3I

4. यदि $A = \begin{bmatrix} 2x & 0 \\ x & x \end{bmatrix}$ और $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो x का मान है :

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) 2

5. $\int 2^{2x} . 3^x \, dx$ बराबर है :

(A) $\frac{12^x}{\log 12} + C$

(B) $\frac{2^{2x} . 3^x}{\log 2 . \log 3} + C$

(C) $\frac{4.6^x}{\log 6} + C$

(D) $(12)^x . \log 12 + C$

6. यदि $x + y = 8$ है, तो (xy) का अधिकतम मान है :

(A) 12

(B) 16

(C) 20

(D) 24

3. If $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, then $(A^2 - 6A)$ is equal to :

(A) $3I$

(B) $-5I$

(C) $5I$

(D) $-3I$

4. If $A = \begin{bmatrix} 2x & 0 \\ x & x \end{bmatrix}$ and $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, then the value of x is :

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) 2

5. $\int 2^{2x} \cdot 3^x \, dx$ is equal to :

(A) $\frac{12^x}{\log 12} + C$

(B) $\frac{2^{2x} \cdot 3^x}{\log 2 \cdot \log 3} + C$

(C) $\frac{4.6^x}{\log 6} + C$

(D) $(12)^x \cdot \log 12 + C$

6. If $x + y = 8$, then the maximum value of (xy) is :

(A) 12

(B) 16

(C) 20

(D) 24

7. एक एकाधिकारी के लिए माँग वक्र $x = 100 - 4p$ द्वारा दिया जाता है। x का मान, जिसके लिए $MR = 0$ है, है :

(A) 25 (B) 30

(C) 45 (D) 50

8. एक यादृच्छिक चर X, $-1, 0, 1$ के मान ले सकता है । यदि इसका माध्य 0.6 है और $P(X = 0) = 0.2$ है, तो $P(X = 1)$ है :

(A) 0.7 (B) 0.5

(C) 0.4 (D) 0.3

9. एक सौ समान सिक्के, जिनमें प्रत्येक पर चित आने की प्रायिकता p है, एक बार उछाले जाते हैं । यदि $0 < p < 1$ तथा 50 सिक्कों पर चित आने की प्रायिकता 51 सिक्कों पर चित आने की प्रायिकता के समान है, तो p का मान है :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{49}{101}$

(C) $\frac{50}{101}$ (D) $\frac{51}{101}$

10. विमान से गिराए गए बम के लक्ष्य से टकराने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है। गिराए गए 6 बमों में से ठीक 2 बमों के लक्ष्य से टकराने की प्रायिकता क्या है ?

(A) $2\left(\frac{4}{5}\right)^5$ (B) $1 - 2\left(\frac{4}{5}\right)^5$

(C) $\frac{48}{5^5}$ (D) $\frac{64}{5^6}$

11. किसी नमूने (प्रतिदर्श) की विशिष्ट विशेषता को कहा जाता है :

(A) जनसंख्या (समष्टि)

(B) पैरामीटर

(C) प्रतिदर्शज

(D) प्रसरण

7. The demand curve for a monopolist is given by x = 100 – 4p. The value of x for which MR = 0, is :

(A) 25 (B) 30

(C) 45 (D) 50

8. A random variable X takes the values – 1, 0, 1. If its mean is 0.6 and P(X = 0) = 0.2, then P(X = 1) is :

(A) 0.7 (B) 0.5

(C) 0.4 (D) 0.3

9. One hundred identical coins each with probability p showing up heads are tossed once. If $0 < p < 1$ and the probability of heads on 50 coins is equal to that of heads showing on 51 coins, then the value of p is :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{49}{101}$

(C) $\frac{50}{101}$ (D) $\frac{51}{101}$

10. The probability that a bomb dropped from a plane strikes the target is $\frac{4}{5}$. What is the probability that out of 6 bombs dropped, exactly 2 bombs strike the target ?

(A) $2\left(\frac{4}{5}\right)^5$ (B) $1-2\left(\frac{4}{5}\right)^5$

(C) $\frac{48}{5^5}$ (D) $\frac{64}{5^6}$

11. A specific characteristic of a sample is known as a :

(A) population

(B) parameter

(C) statistic

(D) variance

12. एक प्रतिदर्श t-परीक्षण के लिए परीक्षण आँकड़ा जिसे t द्वारा दर्शाया गया है, के रूप में परिभाषित है :

(A) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\dfrac{S}{\sqrt{n}}\right)}$

(B) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\dfrac{S}{n}\right)}$

(C) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\dfrac{S^2}{n}\right)}$

(D) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\dfrac{S}{n^2}\right)}$

जहाँ μ समष्टि माध्य है और $\bar{x}$ प्रतिदर्श माध्य है।

13. यदि किन्हीं आँकड़ों के लिए, $n = 6$, $\Sigma y = 84$, $\Sigma xy = 108$, $\Sigma x^2 = 70$ तथा $\Sigma x = 0$ हैं, तो सरल रेखा प्रवृत्ति का समीकरण है :

(A) $y_c = 14 + 1.54x$

(B) $y_c = 1.54 + 14x$

(C) $y_c = 14 + 3.08x$

(D) $y_c = 3.08 + 14x$

14. किस ब्याज दर पर प्रत्येक तिमाही के अंत में देय ₹ 500 की शाश्वतता का वर्तमान मूल्य ₹ 40,000 होगा ?

(A) 1.25% प्रति वर्ष

(B) 2.5% प्रति वर्ष

(C) 5% प्रति वर्ष

(D) 6% प्रति वर्ष

15. यदि नाममात्र दर r% एक वर्ष में k बार संयोजित होती है, तो ब्याज की प्रभावी दर r_e निम्नलिखित द्वारा दी जाती है :

(A) $r_e = \left(1 - \dfrac{r}{100k}\right)^k - 1$

(B) $r_e = \left(1 + \dfrac{r}{100k}\right)^k + 1$

(C) $r_e = \left(1 - \dfrac{r}{100k}\right)^k + 1$

(D) $r_e = \left(1 + \dfrac{r}{100k}\right)^k - 1$

12. The test statistic for a one sample t-test, denoted by t, is defined as :

(A) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\dfrac{S}{\sqrt{n}}\right)}$

(B) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\dfrac{S}{n}\right)}$

(C) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\dfrac{S^2}{n}\right)}$

(D) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\left(\dfrac{S}{n^2}\right)}$

where μ is the population mean and $\bar{x}$ is the sample mean.

13. If for a data, $n = 6$, $\Sigma y = 84$, $\Sigma xy = 108$, $\Sigma x^2 = 70$ and $\Sigma x = 0$, then the equation of the straight line trend is :

(A) $y_c = 14 + 1.54x$

(B) $y_c = 1.54 + 14x$

(C) $y_c = 14 + 3.08x$

(D) $y_c = 3.08 + 14x$

14. At what rate of interest will the present value of a perpetuity of ₹ 500 payable at the end of each quarter be ₹ 40,000 ?

(A) 1.25% p.a.

(B) 2.5% p.a.

(C) 5% p.a.

(D) 6% p.a.

15. If nominal rate is r% compounded k times in a year, then the effective rate of interest r_e is given by :

(A) $r_e = \left(1 - \dfrac{r}{100k}\right)^k - 1$

(B) $r_e = \left(1 + \dfrac{r}{100k}\right)^k + 1$

(C) $r_e = \left(1 - \dfrac{r}{100k}\right)^k + 1$

(D) $r_e = \left(1 + \dfrac{r}{100k}\right)^k - 1$

16. यदि किसी परिसंपत्ति का वार्षिक मूल्यह्रास ₹ 40,000 और 15 वर्षों के उपयोगी जीवन के बाद इसका स्क्रैप मूल्य ₹ 50,000 है, तो परिसंपत्ति का वास्तविक (प्रारम्भिक) मूल्य है :

(A) ₹ 7,60,000

(B) ₹ 7,20,000

(C) ₹ 6,50,000

(D) ₹ 6,30,000

17. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या जिसमें $z = 3x + 2y$ का व्यवरोधों $x + y \geq 8$, $3x + 5y \leq 15$, $x, y \geq 0$ के अंतर्गत न्यूनतमीकरण करना है, के हलों की संख्या होगी :

(A) 2

(B) 5

(C) अनंतत: अनेक

(D) शून्य

18. एक निवेश का प्रारंभिक मूल्य ₹ 10,000 है और 4 वर्षों में बढ़कर ₹ 60,000 हो जाता है। इसका CAGR है :

(दिया गया है : $6^{1/4} = 1.56508$)

(A) 1.56%

(B) 5.65%

(C) 15.65%

(D) 56.50%

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

16. If the annual depreciation of an asset is ₹ 40,000 and its scrap value after useful life of 15 years is ₹ 50,000, then the original cost of the asset is :

(A) ₹ 7,60,000

(B) ₹ 7,20,000

(C) ₹ 6,50,000

(D) ₹ 6,30,000

17. The number of solutions of an L.P.P. to minimize $z = 3x + 2y$ under the constraints $x + y \geq 8$, $3x + 5y \leq 15$ and $x, y \geq 0$, is :

(A) 2

(B) 5

(C) infinitely many

(D) zero

18. An investment's starting value is ₹ 10,000 and it grows to ₹ 60,000 in 4 years. The CAGR is :

(Given : $6^{1/4} = 1.56508$)

(A) 1.56%

(B) 5.65%

(C) 15.65%

(D) 56.50%

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer to these questions from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

~~~

19. *अभिकथन (A) :* अवकल समीकरण : $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ की घात 3 है।

तर्क (R) : एक अवकल समीकरण, जो अवकलजों का बहुपद समीकरण है, में उपस्थित उच्चतम कोटि के अवकलज की उच्चतम घात को, अवकल समीकरण की घात कहते हैं।

20. *अभिकथन (A) :* आव्यूह $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ के अवयव a_{13} का उपसारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ है।

तर्क (R) : आव्यूह के अवयव a_{ij} का उपसारणिक एक सारणिक होता है जो jवीं पंक्ति और iवाँ स्तम्भ जिसमें अवयव स्थित है, को हटाने से प्राप्त होता है।

खण्ड ख

*इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं।*

21. (क) (137 + 995) (mod 12) का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) 12^{12} के इकाई का अंक ज्ञात कीजिए।

22. यदि $y = \left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)^p$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $(x^2 + 1)y_2 + xy_1 - p^2y = 0$; जहाँ $y_1 = \frac{dy}{dx}$ तथा $y_2 = \frac{d^2y}{dx^2}$ है।
~~~

19. *Assertion (A) :* The degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ is 3.

Reason (R) : The highest power of the highest order derivative involved in a differential equation, when it is written as a polynomial in derivatives, is called its degree.

20. *Assertion (A) :* Minor of element a_{13} in the matrix $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ is $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$.

Reason (R) : Minor of an element a_{ij} of a matrix is the determinant obtained by deleting its j^{th} row and i^{th} column in which the element lies.

SECTION B

*This section comprises Very Short Answer (VSA) type questions of **2** marks each.*

21. (a) Evaluate (137 + 995) (mod 12).

OR

(b) Find the unit's digit of 12^{12}.

22. If $y = \left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)^p$, then prove that $(x^2 + 1)y_2 + xy_1 - p^2y = 0$; where $y_1 = \frac{dy}{dx}$ and $y_2 = \frac{d^2y}{dx^2}$.

23. (क) यदि एक प्रसामान्य चर X का माध्य (μ) = 70 और मानक विचलन (σ) = 5 हो, तो $P(X > 75)$ ज्ञात कीजिए।
(दिया गया है : $P(0 < Z < 1) = 0.3413$)

अथवा

(ख) यदि X एक ऐसा प्वासों चर है कि $P(X = 0) = P(X = 1) = \alpha$, तो सिद्ध कीजिए कि $\alpha = e^{-1}$.

24. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए पाँच वर्षीय गतिमान माध्य को लेकर प्रवृत्ति मान ज्ञात कीजिए :

वर्ष	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
वार्षिक उत्पादन (मिलियन टन)	16	14	20	18	22	17	19	21	20

25. दो दर्जी A और B प्रतिदिन क्रमश: ₹ 1500 और ₹ 2000 कमाते हैं। दर्जी A प्रतिदिन 6 कमीजें और 4 पैंटें सिल सकता है, जबकि दर्जी B प्रतिदिन 10 कमीजें और 4 पैंटें सिल सकता है। कम-से-कम 60 कमीजें और 32 पैंटें बनाने के लिए श्रम लागत को न्यूनतम करने के लिए एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. (क) $3x + 8 > 2$ को हल कीजिए, जब

(i) x एक पूर्णांक है।

(ii) x एक प्राकृत संख्या है।

(iii) x एक पूर्ण संख्या है।

अथवा

(ख) एक व्यक्ति धारा के अनुकूल 12 km जाता है और 3 घंटे में बिना रुके तैरकर प्रारंभिक बिंदु पर वापस आ जाता है। यदि धारा की चाल (गति) 3 km/h है, तो वह गति ज्ञात कीजिए जिससे व्यक्ति शांत पानी में तैर सकता है।

23. (a) If X is a normal variate with mean (μ) = 70 and standard deviation (σ) = 5, then find $P(X > 75)$.

(Given : $P(0 < Z < 1) = 0.3413$)

OR

(b) If X is a Poisson variate such that $P(X = 0) = P(X = 1) = \alpha$, then show that $\alpha = e^{-1}$.

24. Find the trend values by taking five yearly moving averages for the following data :

Year	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Annual Production (Million tons)	16	14	20	18	22	17	19	21	20

25. Two tailors A and B earn ₹ 1500 and ₹ 2000 per day, respectively. Tailor A can stitch 6 shirts and 4 pants, while tailor B can stitch 10 shirts and 4 pants per day. Form a linear programming problem to minimize the labour cost to produce at least 60 shirts and 32 pants.

SECTION C

*This section comprises Short Answer (SA) type questions of **3** marks each.*

26. (a) Solve $3x + 8 > 2$, when

(i) x is an integer.

(ii) x is a natural number.

(iii) x is a whole number.

OR

(b) A man goes 12 km downstream and comes back to the starting point by swimming non-stop in 3 hours. If the speed of the stream is 3 km/h, find the speed with which the man can swim in still water.

27. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$$

अथवा

(ख) आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

28. एक कॉलेज से दस विद्यार्थियों का यादृच्छिक चयन किया गया और उनकी लम्बाइयाँ (cm में) 100, 104, 108, 110, 118, 120, 122, 124, 126 तथा 128 पाई गईं। इन आँकड़ों के संदर्भ में, इस निष्कर्ष कि कॉलेज के विद्यार्थियों की औसतन लम्बाई 110 cm है, पर चर्चा कीजिए।
[दिया गया है : t_9 (0.05) = 2.262]

29. 2016 – 2020 के दौरान इस्पात उद्योगों में श्रमिक कल्याण व्यय (₹ लाख में) के आँकड़े नीचे दिए गए हैं :

वर्ष	2016	2017	2018	2019	2020
श्रमिक कल्याण व्यय (लाख ₹ में)	160	185	220	300	510

न्यूनतम वर्गों की विधि द्वारा सर्वोत्तम फिट ट्रेंड (प्रवृत्ति) लाइन ज्ञात कीजिए और प्रवृत्ति मानों को सारणीबद्ध कीजिए।

30. ₹ 2,00,000 मूल्य की एक मशीन का प्रभावी जीवन 7 वर्ष और इसका स्क्रैप मूल्य ₹ 30,000 है। कंपनी को 5% वार्षिक आय अर्जित करने वाले अवरोहण कोष (निक्षेप निधि) में कितनी राशि डालनी चाहिए जिससे कि कम्पनी इस मशीन को इसके उपयोगी जीवन के पश्चात् बदल सके ? मान लीजिए कि 7 वर्ष पश्चात्, नई मशीन की कीमत ₹ 3,00,000 होगी।

[दिया गया है : $(1.05)^7 = 1.407$]

31. एक कार का मूल्य प्रति वर्ष 12.5% कम (ह्रासित) हो जाता है। 3 वर्ष और 5 वर्ष बाद कार का मूल्य कितने प्रतिशत कम हो जाएगा ?

27. (a) Evaluate :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$$

OR

(b) Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

28. Ten students are selected at random from a college and their heights (in cm) are found to be 100, 104, 108, 110, 118, 120, 122, 124, 126 and 128. In the light of the data, discuss the conclusion that the mean height of the students of the college is 110 cm. [Given : t_9 (0.05) = 2.262]

29. Given below is the data of workers welfare expenses (in lakh ₹) in steel industries during 2016 – 2020 :

Year	2016	2017	2018	2019	2020
Workers welfare expenses (in lakh ₹)	160	185	220	300	510

Find the best fitted trend line by the method of least squares and tabulate the trend values.

30. A machine costing ₹ 2,00,000 has effective life of 7 years and its scrap value is ₹ 30,000. What amount should the company put into a sinking fund earning 5% p.a. so that it can replace the machine after its useful life ? Assume that a new machine will cost ₹ 3,00,000 after 7 years.

[Given : $(1.05)^7 = 1.407$]

31. The value of a car depreciates by 12.5% every year. By what percent will the value of the car decrease after 3 years and after 5 years ?

खण्ड घ

*इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **5** अंक हैं।*

32. एक आहार विशेषज्ञ को दो खाद्य पदार्थों P तथा Q का उपयोग करके एक विशेष आहार विकसित करना होता है। भोजन P के प्रत्येक पैकेट (30 ग्राम युक्त) में 12 इकाई कैल्सियम, 4 इकाई आयरन, 6 इकाई कोलेस्टेरॉल और 6 इकाई विटामिन A होता है। भोजन Q के इसी मात्रा के प्रत्येक पैकेट में 3 इकाई कैल्सियम, 20 इकाई आयरन, 4 इकाई कोलेस्टेरॉल और 3 इकाई विटामिन A होता है। आहार में कम-से-कम 240 इकाई कैल्सियम, कम-से-कम 460 इकाई आयरन और अधिक-से-अधिक 300 इकाई कोलेस्टेरॉल होना है। विटामिन A की मात्रा को न्यूनतम करने के लिए प्रत्येक भोजन के कितने पैकेट का उपयोग किया जाना चाहिए ? विटामिन A की न्यूनतम मात्रा कितनी होगी ?

उपर्युक्त समस्या को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (L.P.P.) के रूप में सूत्रबद्ध कीजिए और आरेख विधि का उपयोग करके, इस समस्या का हल ज्ञात कीजिए।

33. (क) एक 36 m लंबी तार को दो टुकड़ों में काटा जाना है। एक टुकड़े से वर्ग तथा दूसरे से वृत्त बनाया जाता है। दोनों टुकड़ों की लम्बाइयाँ कितनी-कितनी होनी चाहिए जिससे वर्ग एवं वृत्त का सम्मिलित क्षेत्रफल न्यूनतम हो ?

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2}\, dx$$

34. (क) एक अनभिनत पासा बार-बार उछाला जाता है जब तक तीन छह प्राप्त नहीं हो जाते। पासे के छठे उछाल पर तीसरा छह प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) एक बैंक में अधिकारियों के चयन के लिए 1000 उम्मीदवारों पर एक योग्यता परीक्षा आयोजित की जाती है। प्राप्त औसत स्कोर 42 और स्कोर का मानक विचलन 24 है। स्कोरों के लिए प्रसामान्य बंटन मान कर, ज्ञात कीजिए।

(i) 60 से अधिक स्कोर प्राप्त करने वाले उम्मीदवारों की संख्या;

(ii) 30 और 60 के बीच स्कोर प्राप्त करने वाले उम्मीदवारों की संख्या

[दिया गया है : $P(0 \le Z \le 0.75) = 0.2734$; $P(0 \le Z \le 0.5) = 0.1915$]

SECTION D

*This section comprises Long Answer (LA) type questions of **5** marks each.*

32. A dietician has to develop a special diet using two foods P and Q. Each packet (containing 30 g) of food P contains 12 units of calcium, 4 units of iron, 6 units of cholesterol and 6 units of Vitamin A. Each packet of the same quantity of food Q contains 3 units of calcium, 20 units of iron, 4 units of cholesterol and 3 units of Vitamin A. The diet requires at least 240 units of calcium, at least 460 units of iron and at most 300 units of cholesterol. How many packets of each food should be used to minimize the amount of Vitamin A ? What is the minimum amount of Vitamin A ?

Formulate the above problem as an L.P.P. and solve it graphically.

33. (a) A wire of length 36 m is to be cut into two pieces. One of the pieces is to be made a square and the other, a circle. What would be the lengths of the two pieces, so that the combined area of the square and the circle is minimum ?

OR

(b) Find :

$$\int \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2} dx$$

34. (a) An unbiased die is thrown again and again until three sixes are obtained. Find the probability of obtaining the third six in the sixth throw of the die.

OR

(b) An aptitude test for selecting officers in a bank is conducted on 1000 candidates. The mean score obtained is 42 and the standard deviation of score is 24. Assuming normal distribution for the scores, find :

(i) the number of candidates whose scores exceed 60;

(ii) the number of candidates whose scores lie between 30 and 60.

[Given : $P(0 \leq Z \leq 0.75) = 0.2734$; $P(0 \leq Z \leq 0.5) = 0.1915$]

〰

35. महेश ने एक कंपनी से एक मकान ₹ 70,00,000 में खरीदा और ₹ 15,00,000 का अग्रिम भुगतान किया। वह शेष राशि का भुगतान 25 वर्षों में मासिक किस्त 9% वार्षिक चक्रवृद्धि दर जबकि ब्याज मासिक संयोजित होता है, पर देकर करता है।

(i) मासिक भुगतान की राशि कितनी है ?

(ii) कुल ब्याज भुगतान कितना है ?

[दिया गया है : $(1.0075)^{-300} = 0.1062878338$]

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन-आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. रोहिणी अपने गाँव में स्कूल के लिए एक आयताकार भूखंड देना चाहती है। जब उससे भूखंड के आयामों का उल्लेख करने के लिए कहा गया तो उन्होंने बताया कि यदि इसकी लम्बाई 50 मीटर कम कर दी जाए और चौड़ाई 50 मीटर बढ़ा दी जाए, तो इसके क्षेत्रफल में कोई बदलाव नहीं होता है, परन्तु यदि इसकी लंबाई में 10 मीटर की कमी और चौड़ाई में 20 मीटर की कमी की जाए, तो इसका क्षेत्रफल 5300 वर्ग मीटर कम हो जाता है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) मान लीजिए कि भूखंड की लम्बाई और चौड़ाई क्रमश: x मीटर और y मीटर है, तो x और y में रैखिक समीकरण निकाय को लिखिए। *1*

(ii) (i) में प्राप्त रैखिक समीकरण निकाय को आव्यूह समीकरण AX = B के रूप में लिखिए। *1*

(iii) (क) A^{-1} ज्ञात कीजिए। *2*

अथवा

(ख) भूखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. निम्नलिखित गद्यांश को पढ़िए और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

"दीर्घवृत्ताकार खेल मैदान में प्राधिकरण अधिकतम संभव क्षेत्र के साथ एक आयताकार फुटबॉल मैदान डिज़ाइन करना चाहता है। खेल मैदान, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के ग्राफ द्वारा दिया गया है।"

(i) यदि आयताकार फुटबॉल मैदान की लम्बाई और चौड़ाई क्रमश: 2x और 2y है, तो x के पदों में इसका क्षेत्रफल फलन A(x) ज्ञात कीजिए। *1*

35. Mahesh purchased a house from a company for ₹ 70,00,000 and made a down payment of ₹ 15,00,000. He repays the balance in 25 years by monthly instalments at 9% p.a. compounded monthly.

(i) What is the amount of monthly payment ?

(ii) What is the total interest payment ?

[Given : $(1.0075)^{-300} = 0.1062878338$]

SECTION E

*This section comprises **3** case study-based questions of **4** marks each.*

Case Study – 1

36. Rohini wants to give a rectangular plot of land for a school in her village. When she was asked to mention the dimensions of the plot, she told that if its length is decreased by 50 m and breadth is increased by 50 m, then its area does not alter, but if its length is decreased by 10 m and breadth is decreased by 20 m, then its area will decrease by 5300 sq m.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) Assuming x m and y m as the length and breadth of the plot respectively, write the system of linear equations in x and y. *1*

(ii) Write the system of linear equations obtained in (i) in the matrix equation AX = B. *1*

(iii) (a) Determine A^{-1}. *2*

OR

(b) Find the area of the plot. *2*

Case Study – 2

37. Read the following passage and answer the questions given below :

"In an elliptical sports field, the authority wants to design a rectangular soccer field with the maximum possible area. The sports field is given by the graph of $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$."

(i) If the length and breadth of the rectangular soccer field be 2x and 2y respectively, then find the area function A(x) in terms of x. *1*

(ii) क्षेत्रफल फलन A(x) का/के क्रांतिक बिन्दु ज्ञात कीजिए। *1*

(iii) (क) प्रथम अवकलज परीक्षण का प्रयोग करके, फुटबॉल मैदान की लंबाई 2x और चौड़ाई 2y ज्ञात कीजिए (a और b के पदों में) जो क्षेत्रफल को अधिकतम करती हैं। *2*

अथवा

(ख) द्वितीय अवकलज परीक्षण का प्रयोग करके, फुटबॉल मैदान की लंबाई 2x और चौड़ाई 2y ज्ञात कीजिए (a और b के पदों में) जो क्षेत्रफल को अधिकतम करती हैं। *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक कॉलोनी के परिवारों को पानी उपलब्ध कराने के लिए, दो इनलेट (inlet) पाइप A और B और एक आउटलेट (outlet) पाइप C के साथ एक बड़ी पानी की टंकी स्थापित की गई है। पाइप A और B क्रमश: टंकी को 10 घण्टे और 12 घण्टे में भर देते हैं; जबकि पाइप C पूरी भरी टंकी को 15 घण्टे में खाली कर देता है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि दोनों पाइप A और B एक साथ खोले जाएँ, तो वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें टंकी पूरी तरह भर जाएगी। *1*

(ii) यदि दोनों पाइप A और C एक साथ खोले जाएँ, तो वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें टंकी पूरी तरह भर जाएगी। *1*

(iii) (क) यदि तीनों पाइप A, B और C एक साथ खोले जाएँ, तो वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें टंकी पूरी तरह भर जाएगी। *2*

अथवा

(ख) पाइप A और B एक साथ कुछ समय के लिए खोले जाते हैं और उसके पश्चात् कुछ समय बाद पाइप B को बन्द कर दिया जाता है। यदि टंकी 6 घण्टे में पूरी तरह भर जाती है, तो कितने घण्टों के बाद पाइप B को बन्द किया गया था ? *2*

(ii) Find the critical point(s) of the area function A(x). *1*

(iii) (a) Using first derivative test, find the length 2x and breadth 2y of the soccer field (in terms of a and b) that maximize the area. *2*

OR

(b) Using second derivative test, find the length 2x and breadth 2y of the soccer field (in terms of a and b) that maximize the area. *2*

Case Study – 3

38. For providing water to the families of a colony, a large water tank with two inlet pipes A and B and an outlet pipe C, is installed. Pipes A and B can fill the tank in 10 hours and 12 hours respectively; whereas pipe C can empty the tank in 15 hours.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) If both pipes A and B are opened together, then find the time in which the tank will be filled completely. *1*

(ii) If both pipes A and C are opened together, then find the time in which the tank will be filled completely. *1*

(iii) (a) If all the three pipes A, B and C are opened together, then find the time in which the tank will be filled completely. *2*

OR

(b) Pipes A and B are opened together for some time and then pipe B is turned off after some time. If the tank is completely filled in 6 hours, then after how many hours is pipe B turned off ? *2*