

വരകളും വടങ്ങളും

ആമുഖം

ജ്യാമിതിയിലെ അടിസ്ഥാനരൂപങ്ങളാണ് വരകളും വടങ്ങളും. നേർവരകൾ പലതരത്തിൽ ചേർത്തു വരയ്ക്കുന്ന ബഹുഭുജങ്ങളുടെയും, വളവുകളിൽ ഏറ്റവും ലളിതമായ വടത്തിന്റെയും, സവിശേഷതകളും അവ തമിലുള്ള ബന്ധങ്ങളും ആണ് ഹൈസ്കൂൾ വരെയുള്ള ജ്യാമിതി പഠനം എന്നു പറയാം. ഈ പഠനത്തിന്റെ തുടക്കമാണ് ഈ പാഠം.

ആശയവികസനം

തറയിൽനിന്ന് കുത്തനെ ഉയരുന്ന വസ്തുകളും, ചരിഞ്ഞ വസ്തുകളും തമിലുള്ള വ്യത്യാസവും, രണ്ടിന്റെയും ഉപയോഗങ്ങളും സൂചിപ്പിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ അവതരിപ്പിച്ചുകൊണ്ടാണ് പാഠം ആരംഭിക്കുന്നത്. തുടർന്ന്, ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കാൻ ഇടത്തും വലത്തും വരകൾ കുത്തനെ ആക്രോണീറ്റ് ആവശ്യകത ബോധ്യപ്പെടുത്തുന്നു. കുത്തനെ വരയ്ക്കുന്നതിനു പകരം, ഒരേ ചരിവിലും നീളത്തിലും ഇടത്തും വലത്തും വരകൾ വരച്ചാൽ കിട്ടുന്ന രൂപങ്ങളും പരിചയപ്പെടുത്തുന്നു. ഇങ്ങനെ പേരുകൾ പറയാതെത്തനെ സാമാന്തരികം, സമ്പാർശവലം ബകം, സമഭൂജത്രികോൺ എന്നീ രൂപങ്ങൾ കാണാനും വരയ്ക്കാനുമുള്ള അവസരങ്ങൾ കുട്ടികൾക്ക് കിട്ടുന്നു. ഇത്തരം രൂപങ്ങൾ ചേർത്തുവച്ച് പല പുതിയ രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്ന രീതിയും സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്.

പാഠത്തിന്റെ രണ്ടാംഭാഗം വടങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ്. ഏതു വലുപ്പത്തിലും വടം വരയ്ക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഉപകരണമായി കോമ്പന്റ് പരിചയപ്പെടുത്തുന്നു. അങ്ങനെ പല വടങ്ങൾ വരച്ച അനുഭവത്തിൽനിന്ന് ഒരു നിശ്ചിത ബിന്ദുവിൽനിന്ന് ഒരേ അകലത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന മറ്റാരു ബിന്ദുവിന്റെ പാതയാണ് വ്യത്തം എന്ന തിരിച്ചറിവിലേക്ക് നയിക്കുന്നു. തുടർന്ന്, കേന്ദ്രം, ആരം എന്നീ ആശയങ്ങൾ പരിചയപ്പെടുത്തുന്നു. വടങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സമഭൂജത്രികോൺ, സമഭൂജസാമന്തരികം, സമഷ്യഭൂജം എന്നീ രൂപങ്ങൾ (പേരുകൾ പറയാതെത്തനെ) വരയ്ക്കുന്നത് എങ്ങനെന്നെയെന്ന് കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഭംഗിയുള്ള മറ്റു ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതിന്റെ ഉദാഹരണങ്ങളുമുണ്ട്.

പാഠാഭ്യാസങ്ങൾ

വരകണക്ക്

ചിത്രങ്ങളിലൂടെ കുത്തനെന്നും ചരിഞ്ഞതുമായ വസ്തുകൾ പരിചയപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ട് പാഠം തുടങ്ങാം. തുടർന്ന് ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുവോൾ ഇടത്തും വലത്തും വരങ്ങുവാൻ കുത്തനെന്നും എന്ന കാര്യം ബോധ്യപ്പെടുത്തണം.

അതിന് കൂട്ടികളോട് അവർക്കിഷ്ടമുള്ള വലുപ്പത്തിൽ ചതുരം വരയ്ക്കാൻ പറയാം. ഈ ചിത്രങ്ങൾ കൂട്ടികൾ നെ ശരിയായിട്ടുണ്ടോ എന്നു പരിശോധിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ നടക്കുന്ന ചർച്ചയിലൂടെ ഇടതു-വലതു വശങ്ങൾ കുത്തനെനയാക്കണം എന്ന കാര്യം ബോധ്യപ്പെടുത്താം. അങ്ങനെയല്ലെങ്കിൽ, താഴെത്തെയും മുകളിലെയും വശങ്ങൾക്ക് ഒരേ നീളമാക്കി എന്ന് അളന്നുനോക്കി തീരുമാനിക്കുകയും ആവാം.

ഈ കുത്തനെ വരകൾ വരകാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഉപകരണമായി ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടം പരിചയപ്പെട്ടു താം. വരകൾ കുത്തനെനയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കാനും മട്ടം ഉപയോഗിക്കാം എന്നത് തിരിച്ചറിയാൻ, ശരിയായി വരച്ച കുറേ ചതുരങ്ങളുടെ ചിത്രങ്ങളും, ഒരു വശം മാത്രം അൽപ്പം ചർച്ച വരച്ച ചിത്രങ്ങളും കൂട്ടികൾക്ക് കൊടുത്ത് വേർത്തിരിക്കാൻ പറയാം

അതിനു ശേഷം, കൂട്ടികളെ പല സംഘങ്ങളാക്കി, പല നീളത്തിലും ഉയരത്തിലുമുള്ള ചതുരങ്ങൾ വരപ്പിക്കാം. ഇതിലൂടെതന്നെ, ഇടതു-വലതു വശങ്ങൾ കുത്തനെയും ഒരേ നീളമുള്ളവയും ആണകിൽ, മുകളിലെയും താഴെയും വശങ്ങൾക്ക് ഒരേ നീളമായിരിക്കും എന്നും ബോധ്യപ്പെടുത്താം.

ഈ ശേഷം, കൂട്ടികളെ പല സംഘങ്ങളാക്കി, പല നീളമായിരിക്കും എന്നതാണ് അടുത്തതായി കാണേണ്ടത്. (ആറാഴ്ചാസിലെ സമാതരവരകൾ എന്ന ആശയത്തിന് മുന്നോടിയാണ് ഈ). ഇതിന് പാംപുസ്തകത്തിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾതന്നെ ഉപയോഗിക്കാം.

ഈ പ്രവർത്തനം ഒരേ ചരിവ് എന്നു പറയുന്നത് ഒരേ ദിശയിലുള്ള ചരിവാണ് എന്നു തിരിച്ചറിയുന്നതിനാണ്, ഇടതും വലതും അറ്റങ്ങളിൽ മട്ടം തിരിച്ചും മരിച്ചും വച്ചുള്ള ചിത്രങ്ങൾ പരിചയപ്പെടുത്തുന്നത്. ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ, രണ്ടുങ്ങളിലും മടത്തിരെ ഒരേ മൂലയാണല്ലോ വച്ചത്, എന്നിട്ടും മുകളിലെ വശം ചെറുതായിപ്പോയത് എന്നുകൊണ്ടാണ് എന്നു കൂട്ടികളുമായി ചർച്ച ചെയ്യുന്നു.

ഈ പ്രവർത്തനം രൂപത്തിലെ ഇടതു വലതു വശങ്ങൾ മേഖലയ്ക്കു നീട്ടി മുട്ടിച്ചാൽ കിടുന്ന ത്രികോൺ ത്രിഭുജിലേ വശങ്ങൾക്ക് ഒരേ നീളമായിരിക്കും എന്നതാണ് അടുത്ത തിരിച്ചിറവ്. പാംപുസ്തകത്തിലെ ഈ പ്രവർത്തനത്തെ തുടർന്ന്, കൂട്ടികളെ സംഘങ്ങളായി തിരിച്ച്, പല വലുപ്പത്തിലുള്ള ഇത്തരം ത്രികോൺങ്ങൾ മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വരയ്ക്കാൻ പറയാം. മടത്തിരെ മറ്റു മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച്, രണ്ടു വശങ്ങൾക്ക് ഒരേ നീളമുള്ള ത്രികോൺങ്ങളും, എല്ലാ വശങ്ങളുടെയും നീളം വ്യത്യസ്തമായ ത്രികോൺങ്ങളും വരപ്പിക്കാം

ഈ ഭാഗത്തിന്റെ അവസാനം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ കൂട്ടികൾതന്നെ വരയ്ക്കുന്നു. നേരത്തെ പറഞ്ഞ ആശയങ്ങൾ എത്രമാത്രം മനസ്സിലാക്കി എന്നും, അവ നന്നായി ഉപയോഗിക്കാൻ കഴിയുന്നുണ്ടോ എന്നും വിലയിരുത്താനും ഈ ഉപയോഗിക്കാം. അവസാനത്തെ രണ്ടു ചിത്രങ്ങളെ ത്രിമാനരൂപങ്ങളായും കൂട്ടികൾ കാണുന്നുണ്ടോ എന്നും പരിശോധിക്കാം

വടക്കെനക്ക്

കൂട്ടികൾ പലതരത്തിൽ വടങ്ങൾ വരച്ചിട്ടുണ്ടാക്കാം. ഉപുറ്റി ഉണ്ടാണെങ്കിൽ കരിങ്ങി മണ്ണിലും, ചരടിക്കും അറ്റത്ത് ചോക്ക് കൈക്കി കരക്കി നിലത്തും മറ്റും. ഈ അനുഭവങ്ങൾ ഓർമ്മിപ്പിച്ചുകൊണ്ട്, കടലാസിൽ പല വലുപ്പത്തിൽ വട്ടം വരയ്ക്കാനുള്ള ഉപകരണമായി കോസ്റ്റ് പരിചയപ്പെടുത്താം.

ആദ്യം അളവുകളൊന്നുമില്ലാതെ കോസ്റ്റ് വിടർത്തിയും ചുരുക്കിയും പല വലുപ്പത്തിലുള്ള വട്ടം വരയ്ക്കാൻ ശീലിപ്പിക്കാം. ഇങ്ങനെ വട്ടം വരയ്ക്കുന്ന റീതികൾക്കും പൊതുവായ രണ്ടു സഭാവങ്ങളാണ് ഈ തിരിച്ചറിയേണ്ടത്:

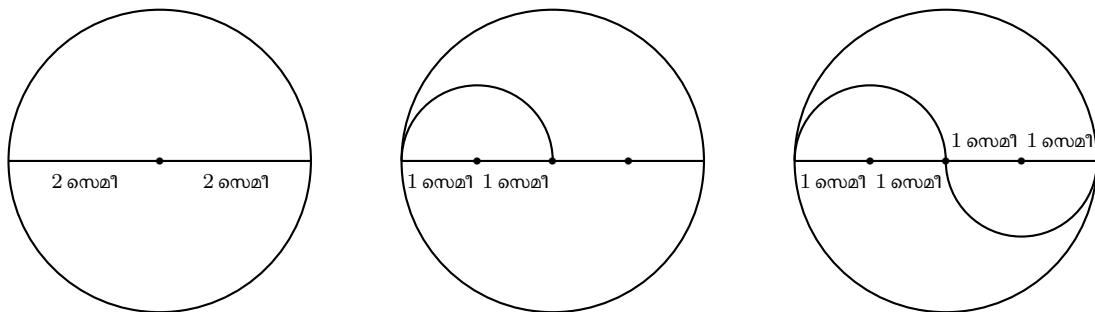
- ഒരു സമലതയ്ക്കു ഉറച്ചു നിൽക്കുന്ന ഒരു ബിന്ദുവിനു ചുറ്റും കരിങ്ങുന്ന മറ്റൊരു ബിന്ദുവാണ് വട്ടം ഉണ്ടാക്കുന്നത്

(ii) കരഞ്ഞുന ബിനു എപ്പോഴും അനങ്ങാത്ത ബിനുവിൽനിന്ന് ഒരേ അകലത്തിലാണ്

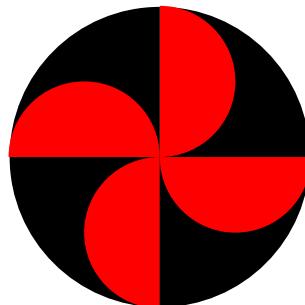
ഇതിന്റെ ഭാഗമായി കേൾദം ആരം എന്നീ പേരുകൾ പരിചയപ്പെടുത്താം. തുടർന്ന് നിശ്ചിത ആരങ്ങളിൽ വട്ടം വരയ്ക്കുന്ന രിതി, പഠ്യസ്തകത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെ പരിചയപ്പെടുത്താം

പല വട്ടങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന ബിനുകൾ യോജിപ്പിച്ച് ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുകയും നിരം കൊടുത്ത് ഭംഗിയാക്കുകയും ചെയ്യുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് അടുത്തത്. ഇവയിൽ ചിലത് ക്ലാസിൽ ഒറ്റയ്ക്കോ സംഘങ്ങളായി തിരിച്ചേറു ചെയ്യിക്കാം. ചിലത് ഗൃഹപാഠങ്ങളാക്കാം. രക്ഷിതാക്കളുടെ സഹായത്തോടെ ഇത്തരം പുതിയ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കാനും ദ്രോണാഹിപ്പിക്കാം

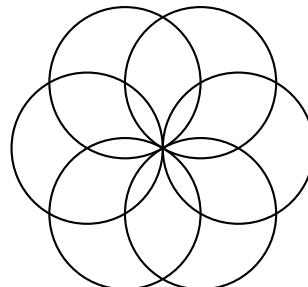
പട്ടംത്തിൽ അവസാനമായി കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ചിത്രം എങ്ങനെ വരയ്ക്കണമെന്ന് കൂട്ടികൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞില്ല കൂടി ചില സൂചനകൾ കൊടുക്കാം:



അതിനുശേഷം പാഠ്യസ്തകത്തിൽ ഇല്ലാത്ത ഈ ചിത്രം വരയ്ക്കാൻ പറയാം.



പാഠ്യസ്തകത്തിന്റെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതിന്റെ തുടർച്ചയായി മറ്റു ചില ചിത്രങ്ങളും കൊടുക്കാം. ഉദാഹരണമായി 18 ഉം 19 ഉം പേജുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെ സമഷ്ടിയുജന്തിന്റെ മൂലകൾ കേന്ദ്രമായി വടക്കേഷണങ്ങൾക്കു പകരം മുഴുവട്ടങ്ങൾ തന്നെ വരച്ചാൽ, ഇങ്ങനെയൊരു ചിത്രം കിട്ടുമല്ലോ: $i/m\sqrt{2}$



ഈ പല തരത്തിൽ നിരം കൊടുത്ത് ഭംഗിയാക്കാം.

ഇതിലെ ചില ഭാഗങ്ങൾ മായ്ച്ചു കളഞ്ഞ് നിരം കൊടുത്താൽ, ഇങ്ങനെയൊരു ചിത്രവുമാക്കാം:

