

Name : .....

Second Year – March 2018

Time : 2½ Hours  
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

## MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

**General Instructions to Candidates :**

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

**വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :**

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സമയത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Questions 1 to 7 carry 3 scores each. Answer any Six questions.

(Scores :  $6 \times 3 = 18$ )

1. If  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ,  $x \neq 1$

(a) Find  $f \circ f(x)$

(Scores : 2)

(b) Find the inverse of  $f$ .

(Score : 1)

2. Using elementary row operations, find the inverse of the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ . (Scores : 3)

3. (a)  $f(x)$  is a strictly increasing function, if  $f'(x)$  is \_\_\_\_\_

(i) positive

(ii) negative

(iii) 0

(iv) None of these

(Score : 1)

(b) Show that the function  $f$  given by  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  is strictly increasing.

(Scores : 2)

4. (a)  $\int_0^a f(a-x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(Score : 1)

$\left[ \begin{array}{cccc} \text{(i)} \int_0^{2a} f(x) dx, & \text{(ii)} \int_{-a}^a f(x) dx, & \text{(iii)} \int_0^a f(x) dx, & \text{(iv)} \int_a^0 f(x) dx \end{array} \right]$

(b) Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ . (Scores : 2)

5. Find the area of the region bounded by the Curve  $y^2 = x$ ,  $x$ -axis and the lines  $x = 1$  and  $x = 4$ . (Scores : 3)

6. Find the general solution of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$ . (Scores : 3)

7. A manufacturer produces nuts and bolts. It takes 1 hour of work on Machine A and 3 hours on Machine B to produce a package of nuts. It take 3 hours on Machine A and 1 hour on Machine B to produce a package of bolts. He earns a profit of ₹ 17.50 per package on nuts and ₹ 7.00 per package on bolts. Formulate the above L.P.P., if the machines operates for at most 12 hours a day. (Scores : 3)

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 സ്കോർ വീതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. (സ്കോർസ്:  $6 \times 3 = 18$ )

1.  $f(x) = \frac{x}{x-1}, x \neq 1$  ആയാൽ  
 (a)  $f \circ f(x)$  കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ്: 2)  
 (b)  $f$  ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് എഴുതുക. (സ്കോർ: 1)

2. എലൈമെന്ററി റോ ട്രാൻസ്ഫർമേഷൻ ഉപയോഗിച്ച്  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേഴ്സ് എഴുതുക. (സ്കോർസ്: 3)

3. (a)  $f(x)$  സ്ട്രിക്ട്ലി ഇൻക്രിസിംഗ് ആയാൽ  $f'(x)$  ന്റെ വില \_\_\_\_\_  
 (i) പോസിറ്റീവ്  
 (ii) നെഗറ്റീവ്  
 (iii) 0  
 (iv) ഇതൊന്നുമല്ല (സ്കോർ: 1)  
 (b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x, x \in \mathbb{R}$  സ്ട്രിക്ട്ലി ഇൻക്രിസിംഗ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ്: 2)

4. (a)  $\int_0^a f(a-x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ . (സ്കോർ: 1)  
 $\left[ \text{(i) } \int_0^{2a} f(x) dx, \text{ (ii) } \int_{-a}^a f(x) dx, \text{ (iii) } \int_0^a f(x) dx, \text{ (iv) } \int_a^0 f(x) dx \right]$

- (b)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$  ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ്: 2)

5.  $y^2 = x$  എന്ന വക്രവും,  $x$ -ആക്സിസും  $x = 1$  ഉം  $x = 4$  ഉം എന്നിവയ്ക്ക് ഇടയിലുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ്: 3)

6.  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$  എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ നിർമ്മാർത്ഥ മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ്: 3)

7. നട്ടും ബോൾട്ടും ഉല്പാദിപ്പിക്കുന്ന ഒരു ഫാക്ടറിയിൽ രണ്ടു മെഷീനുകൾ ഉണ്ട്. അവ യഥാക്രമം A യും B യും ആണ്. ഇവ രണ്ടും മൊത്തം പ്രവൃത്തി സമയം 12 മണിക്കൂറിൽ കവിയരുത്. ഒരു കവർ നട്ടുണ്ടാക്കാൻ മെഷീൻ A യിൽ 1 മണിക്കൂറും മെഷീൻ B യിൽ 3 മണിക്കൂറും വേണം. എന്നാൽ ഒരു കവർ ബോൾട്ട് ഉണ്ടാക്കാൻ മെഷീൻ A യിൽ 3 മണിക്കൂറും മെഷീൻ B യിൽ 1 മണിക്കൂറും വേണം. ആകെയുള്ള ലാഭം ഒരു കവർ നട്ടിന് 17.50 രൂപയും ഒരു കവർ ബോൾട്ടിന് 7.00 രൂപയും ആണ്. എങ്കിൽ ഈ പ്രശ്നത്തെ ഒരു LPP ആയി എഴുതുക. (സ്കോർസ്: 3)

Questions 8 to 17 carry 4 Scores each. Answer any eight. (Scores :  $8 \times 4 = 32$ )

8. Let  $A = N \times N$  and '\*' be a binary operation on A defined by  $(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$

(a) Find  $(1, 2) * (2, 3)$

(Score : 1)

(b) Prove that '\*' is commutative

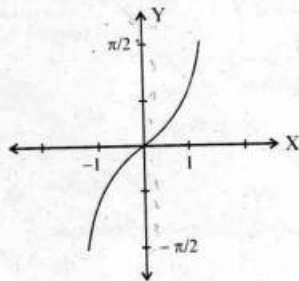
(Score : 1)

(c) Prove that '\*' is associative.

(Scores : 2)

*Handwritten notes:*  
 $(a, b) * (c, d) = (a+c, b+d)$   
 $(a, b) * (c, d) = (c, d) * (a, b)$   
 $(a, b) * (c, d) * (e, f) = (a+c+e, b+d+f)$

9.



(a) Identify the function from the above graph.

(i)  $\tan^{-1}x$  ✓

(ii)  $\sin^{-1}x$

(iii)  $\cos^{-1}x$

(iv)  $\operatorname{cosec}^{-1}x$

(Score : 1)

(b) Find the domain and range of the function represented in above graph.

(Score : 1)

(c) Prove that  $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$ .

(Scores : 2)

10. (a)  $\frac{d(a^x)}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

(i)  $a^x$

(ii)  $\log(a^x)$

✓ (iii)  $a^x \log a$

(iv)  $xa^{x-1}$

(Score : 1)

(b) Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $x^y = y^x$ .

(Scores : 3)

*Handwritten note:*  
 $\frac{d}{dx} \log x = \frac{1}{x}$

*Handwritten note:*  
 $\frac{d(a^x)}{dx}$

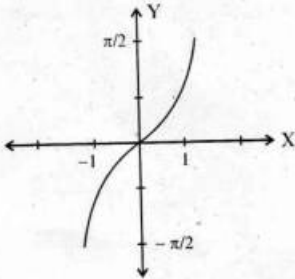
8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 സ്കോർ വീതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. (സ്കോർസ്:  $8 \times 4 = 32$ )

8.  $A = N \times N$  ൽ '+' എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ താഴെ നൽകിയിരിക്കുന്ന രീതിയിലാണ് നിർവ്വചിച്ചിട്ടുള്ളത്.

$$(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$$

- (a)  $(1, 2) * (2, 3)$  കാണുക. (സ്കോർ : 1)  
 (b) '+' കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർ : 1)  
 (c) '+' അസോസിയേറ്റീവ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

9.



- (a) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗ്രാഫിൽ നിന്നും ഫംഗ്ഷൻ തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.  
 (i)  $\tan^{-1}x$   
 (ii)  $\sin^{-1}x$   
 (iii)  $\cos^{-1}x$   
 (iv)  $\operatorname{cosec}^{-1}x$  (സ്കോർ : 1)  
 (b) ആ ഗ്രാഫിന്റെ മണ്ഡലവും രംഗവും എഴുതുക. (സ്കോർ : 1)  
 (c)  $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

10. (a)  $\frac{d(a^x)}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

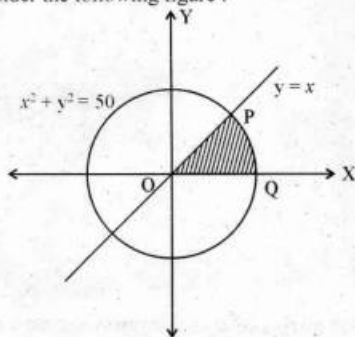
- (i)  $a^x$   
 (ii)  $\log(a^x)$   
 (iii)  $a^x \log a$   
 (iv)  $xa^{x-1}$  (സ്കോർ : 1)

(b)  $x^y = y^x$  ആയാൽ  $\frac{dy}{dx}$  കാണുക. (സ്കോർസ് : 3)

11. (a) Find the slope of the tangent to the curve  $y = (x - 2)^2$  at  $x = 1$ . (Score : 1)  
 (b) Find a point at which the tangent to the curve  $y = (x - 2)^2$  is parallel to the chord joining the points A(2, 0) and B(4, 4). (Scores : 2)  
 (c) Find the equation of the tangent to the above curve and parallel to the line AB. (Score : 1)

12.  $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$  as the limit of a sum. (Scores : 4)

13. Consider the following figure :



17

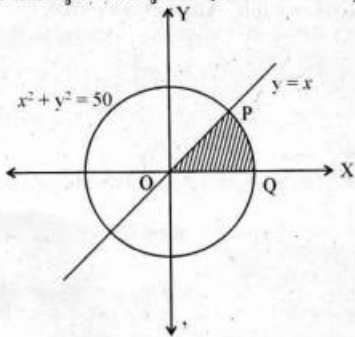
$m^2 + y^2 = 50$   
 $\frac{d^2y}{dx^2}$

- (a) Find the point of intersection 'P' of the circle  $x^2 + y^2 = 50$  and the line  $y = x$ . (Score : 1)  
 (b) Find the area of the shaded region. (Scores : 3)
14. (a) The degree of the differential equation  $xy \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x^4 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - y \frac{dy}{dx} = 0$  is \_\_\_\_\_.  
 (i) 4  
 (ii) 3  
 (iii) 2  
 (iv) 1 (Score : 1)  
 (b) Find the general solution of the differential equation  $\sec^2 x \tan y dx + \sec^2 y \tan x dy = 0$  (Scores : 3)

15. (a) Prove that for any vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ,  $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}] = 2[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ . (Scores : 3)  
 (b) Show that if  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$  are coplanar then  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  are also coplanar. (Score : 1)

11. (a)  $y = (x - 2)^2$  എന്ന വക്രത്തിന്റെ  $x = 1$  ലെ തൊടുവരയുടെ സ്റ്റോപ്പ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
- (b)  $y = (x - 2)^2$  എന്ന വക്രത്തിന്റെ തൊടുവര  $A(2, 0)$ ,  $B(4, 4)$  എന്ന ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ വരയ്ക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിന് സമാന്തരമാകുമ്പോഴുള്ള വക്രത്തിൽ മുട്ടുന്ന ബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (c) മുകളിലെ വക്രത്തിന്റെ തൊടുവര  $AB$  യ്ക്ക് സമാന്തരമാകുന്ന രീതിയിലുള്ള സമവാക്യം കണ്ടെത്തുക. (സ്കോർ : 1)

12.  $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$  എന്നത് ഒരു തുകയുടെ ലിമിറ്റ് ആയി കണ്ടെത്തുക. (സ്കോർസ് : 4)
13. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം പരിഗണിക്കുക :



- (a)  $x^2 + y^2 = 50$  എന്ന വൃത്തവും  $y = x$  എന്ന വരയും സംഗമിക്കുന്ന P എന്ന ബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
- (b) ഗ്രാഫിൽ ഷേഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)
14. (a)  $xy \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x^4 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - y \frac{dy}{dx} = 0$  എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രി \_\_\_\_\_ ആണ്.
- (i) 4 (ii) 3  
(iii) 2 (iv) 1 (സ്കോർ : 1)
- (b)  $\sec^2 x \tan y dx + \sec^2 y \tan x dy = 0$  എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ജനറൽ സൊല്യൂഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)
15. (a)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  മൂന്ന് വെക്ടറുകളായാൽ  $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}] = 2 [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)
- (b)  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$  എന്നീ വെക്ടറുകൾ ഒരേ തലത്തിലാണെങ്കിൽ,  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  ഒരേ തലത്തിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർ : 1)

16. (a) Find the equation of a plane which makes  $x, y, z$  intercepts respectively as 1, 2, 3. (Scores : 2)
- (b) Find the equation of a plane passing through the point (1, 2, 3) which is parallel to above plane. (Scores : 2)
17. Solve the L.P.P. given below graphically :  
 Minimise  $Z = -3x + 4y$   
 Subject to  $x + 2y \leq 8$ ,  
 $3x + 2y \leq 12$ ,  
 $x \geq 0, y \geq 0$  (Scores : 4)

**Questions from 18 to 24 carry 6 scores each. Answer any five.**  
 (Scores :  $5 \times 6 = 30$ )

18. (a) Find  $x$  and  $y$  if  
 $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$  (Scores : 2)
- (b) Express the matrix  $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  as the sum of a symmetric and a skew-symmetric matrices. (Scores : 4)

19. (a) Prove that  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a+2x & b+2y & c+2z \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$ . (Scores : 2)

- (b) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ ,  
 (i) Prove that  $B = A^{-1}$ .  
 (ii) Using  $A^{-1}$  solve the system linear equations given below.  
 $x - y + 2z = 1$   
 $2y - 3z = 1$   
 $3x - 2y + 4z = 2$  (Scores : 4)

20. (a) Prove that the function defined by  $f(x) = \cos(x^2)$  is a continuous function. (Scores : 2)
- (b) (i) If  $y = e^{a \cos^{-1} x}$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , show that  $\frac{dy}{dx} = \frac{-ae^{a \cos^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}}$ . (Score : 1)
- (ii) Hence, prove that  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$ . (Scores : 3)



16. (a) 1, 2, 3 എന്നിവ യഥാക്രമം  $x, y, z$  ഇന്റർസെപ്റ്റുകളാകുന്ന ഒരു തലത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (b) (1, 2, 3) കൂടി കടന്നു പോകുകയും മുകളിലെ തലത്തിന് സമാന്തരമാകുന്നതുമായ തലത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 2)

17. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന L.P.P. യെ ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക :  
 Minimise  $Z = -3x + 4y$   
 Subject to  $x + 2y \leq 8,$   
 $3x + 2y \leq 12,$   
 $x \geq 0, y \geq 0$  (സ്കോർസ് : 4)

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 സ്കോർ വിതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. (സ്കോർസ് :  $5 \times 6 = 30$ )

18. (a)  $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$  ആയാൽ  $x, y$  യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

- (b)  $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും ഒരു സ്ക്വയർ-സിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 4)

19. (a)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a+2x & b+2y & c+2z \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

- (b)  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  ആയാൽ

(i)  $B = A^{-1}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(ii)  $A^{-1}$  ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രേഖിയ സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

$$x - y + 2z = 1$$

$$2y - 3z = 1$$

$$3x - 2y + 4z = 2$$

(സ്കോർസ് : 4)

20. (a)  $f(x) = \cos(x^2)$  എന്നത് ഒരു കണ്ടിന്യൂസ് ഫംഗ്ഷൻ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

- (b) (i)  $y = e^{a \cos^{-1} x}, -1 \leq x \leq 1$  ആയാൽ  $\frac{dy}{dx} = \frac{-ae^{a \cos^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 1)

- (ii)  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

21. Evaluate the following :

(a)  $\int \sin mx \, dx$ . (Score : 1)

(b)  $\int \frac{1 \, dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$  (Scores : 3)

(c)  $\int \frac{x \, dx}{(x+1)(x+2)}$  (Scores : 2)

22. (a) If  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$

(i) Find  $\vec{a} + \vec{b}$  and  $\vec{a} - \vec{b}$ . (Scores : 2)

(ii) Find a unit vector perpendicular to both  $\vec{a} + \vec{b}$  and  $\vec{a} - \vec{b}$ . (Scores : 2)

(b) Consider the points A(1, 2, 7), B(2, 6, 3), C(3, 10, -1).

(i) Find  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BC}$  (Score : 1)

(ii) Prove that A, B, C are collinear points. (Score : 1)

23. (a) Find the angle between the lines

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3} \text{ and } \frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$$
(Scores : 2)

(b) Find the shortest distance between the pair of lines

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$$
(Scores : 4)

24. (a) The probability distribution of a random variable is given by P(x). What is  $\Sigma P(x)$ ?

(Score : 1)

(b) The following is a probability distribution function of a random variable.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
P(x)	k	2k	3k	4k	5k	7k	8k	9k	10k	11k	12k

(i) Find k (Scores : 2)

(ii) Find  $P(x > 3)$  (Score : 1)

(iii) Find  $P(-3 < x < 4)$  (Score : 1)

(iv) Find  $P(x < -3)$  (Score : 1)

21. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ കണ്ടുപിടിക്കുക :

(a)  $\int \sin mx \, dx$ . (സ്റ്റോർ : 1)

(b)  $\int \frac{1 \, dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$  (സ്റ്റോർസ് : 3)

(c)  $\int \frac{x \, dx}{(x+1)(x+2)}$  (സ്റ്റോർസ് : 2)

22. (a)  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$  ആയാൽ

(i)  $\vec{a} + \vec{b}$ ;  $\vec{a} - \vec{b}$  ഇവയുടെ വില കാണുക. (സ്റ്റോർസ് : 2)

(ii)  $\vec{a} + \vec{b}$  യ്ക്കും  $\vec{a} - \vec{b}$  യ്ക്കും ലംബമായി വരുന്ന യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്റ്റോർസ് : 2)

(b) A(1, 2, 7), B(2, 6, 3), C(3, 10, -1) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

(i)  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BC}$  ഇവ കാണുക. (സ്റ്റോർ : 1)

(ii) A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലുള്ളതാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്റ്റോർ : 1)

23. (a)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3}$ ,  $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$  എന്നീ വരകൾ തമ്മിലുള്ള കോൺ അളവ് കാണുക. (സ്റ്റോർസ് : 2)

(b)  $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$   
 $\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$   
 എന്നീ വരകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടെത്തുക. (സ്റ്റോർസ് : 4)

24. (a) P(x) എന്നത് ഒരു റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ആണെങ്കിൽ  $\Sigma P(x)$  എന്താണ്? (സ്റ്റോർ : 1)

(b) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക ഒരു റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ആണെങ്കിൽ

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
P(x)	k	2k	3k	4k	5k	7k	8k	9k	10k	11k	12k

- (i) k യുടെ വില എന്ത്? (സ്റ്റോർസ് : 2)
- (ii)  $P(x > 3)$  വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്റ്റോർ : 1)
- (iii)  $P(-3 < x < 4)$  വില കാണുക. (സ്റ്റോർ : 1)
- (iv)  $P(x < -3)$  കാണുക. (സ്റ്റോർ : 1)