# 6 സൂചക സംഖ്യകൾ

## പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

- സൂചകാക്ഷങ്ങൾ, സൂചക സംഖ്യകൾ എന്നീ ആശയങ്ങൾ
- സംഖ്യാ ജോടികൾ ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ പറയുന്നു.
- വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ ചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ
- ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം

  i) X - അക്ഷത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം

  ii) Y - അക്ഷത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം

  iii) ഏത് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം.

---

1. X, Y - അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുക, താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

   (2, 1), (3, 5), (3, -1), (-2, 4), (6,0), (-4, -2)

2. a) X, Y - അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുക

   b) A (2,1), B(6,1), C(6,5), D(2,5) - എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

   c) A, B, C, D - എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ പേരെഴുതുക.

3. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളെ

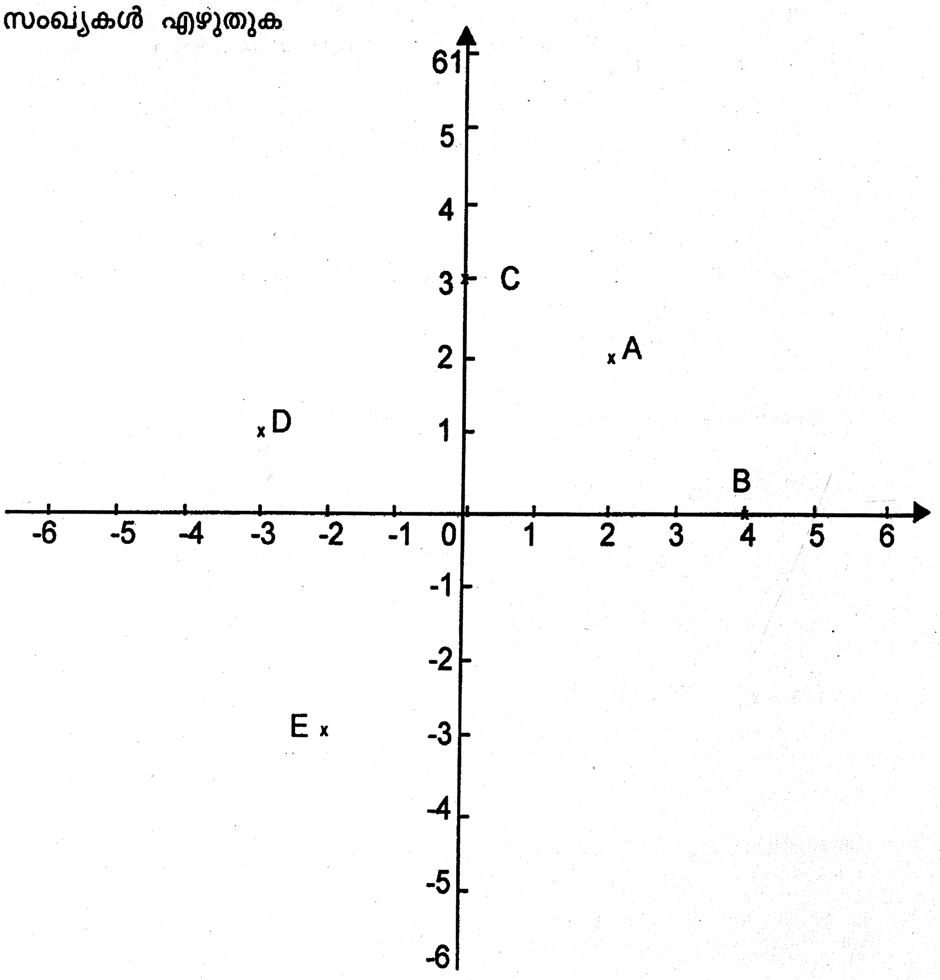
   a) X - അക്ഷത്തിലുള്ളവ

   b) Y - അക്ഷത്തിലുള്ളവ

   c) അക്ഷങ്ങളിലല്ലാത്തവ എന്നിങ്ങനെ
   തരംതിരിക്കുക

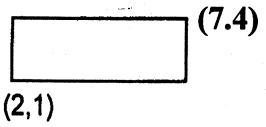
   (2,0), (0,4), (-3, 0), (2,1), (5,0), (0, -1), (7, 3), (0,1)

4. ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക

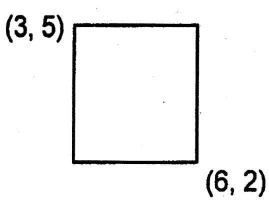



5. ചുവടെയുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ എല്ലാം വശങ്ങൾ, അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. ഓരോ ചതുരത്തിന്റെയും മറ്റ് രണ്ട് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

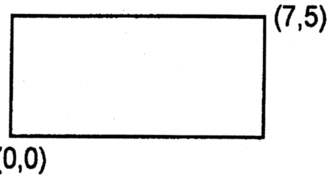
a)




b)




c)



6. അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ ജോടികൾ, ഇടത് വലത്, മേൽ കീഴ് സ്ഥാനങ്ങൾ ശരിയാക്കി അടയാളപ്പെടുത്തുക വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായും ഈ ബിന്ദുക്കൾ എതിർ മൂലകളായും വരയ്ക്കുന്ന ചതുരങ്ങളുടെ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ട് പിടിക്കുക.

a) (2, 1), (5, 3) b) (6, 2), (1, 4)

c) (-1, 0), (4, 3) d) (5, -3), (-2, -1)

7. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക

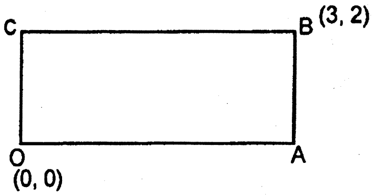
a) (5, 0), (11, 0) e) (5, 7), (2, 3)

b) (0, 3), (0, 8) f) (4, -1), (-2, 7)

c) (4, 5), (7, 5) g) (0, 0), (3, 4)

d) (9, 8), (9, 2)

8.



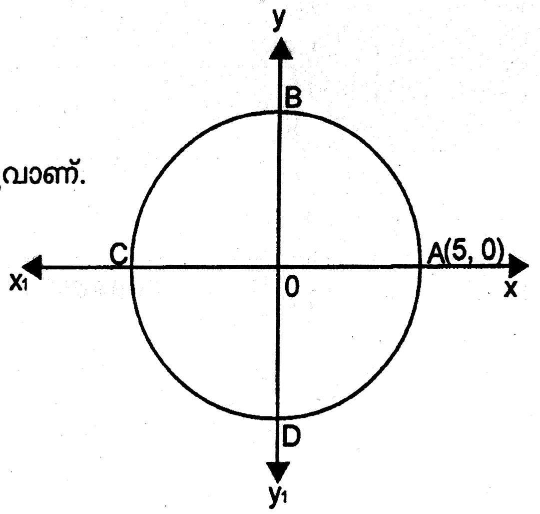

ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്.

a) A, C എന്നീ മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക

b) OA എത്ര?

c) AB എത്ര?

d) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക




9 ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവാണ്.

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

b) വൃത്തം അക്ഷങ്ങളെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക

10. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ (-3, 0), (3, 0) എന്നിവയാണ്.

c) വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

c) വൃത്തം Y അക്ഷത്തെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

11) A (0, 0) B (4, 0) C (3, 2) D (1, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി ABCD ക്രമമായി യോജിപ്പിക്കുക. കിട്ടിയ രൂപത്തിന്റെ പേരെഴുതുക.

# ഉത്തര സൂചിക

1. a) X, Y അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുക
   b) തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

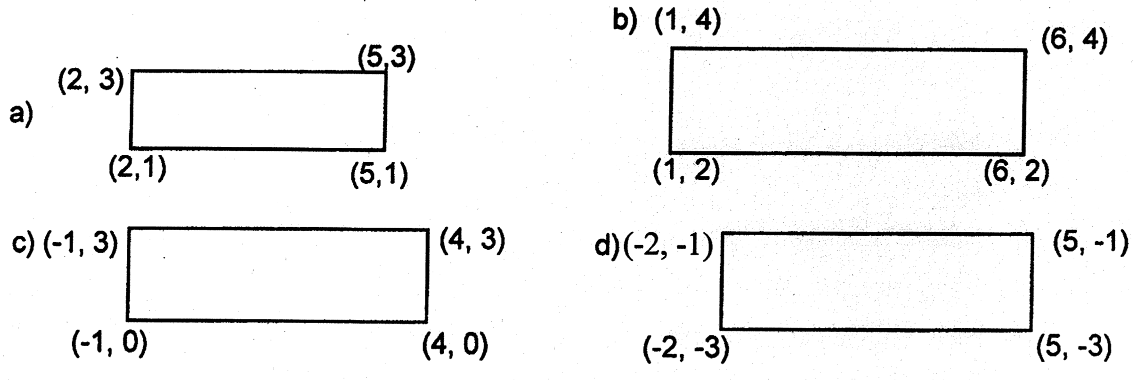
2. a) X, Y അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുക
   b) തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
   c) ചതുരം

3. a) (2, 0), (-3, 0), (5,0)
   b) (0,4), (0, -1), (0,1)
   c) (2, 1), (7,3)

4. A (2, 2), B (4,0), C(0,3), D(-3,1), E (-2, -3)

5. a) (7,1), (2, 4)
   b) (3,2), (6, 5)
   c) (7, 0), (0,5)

6



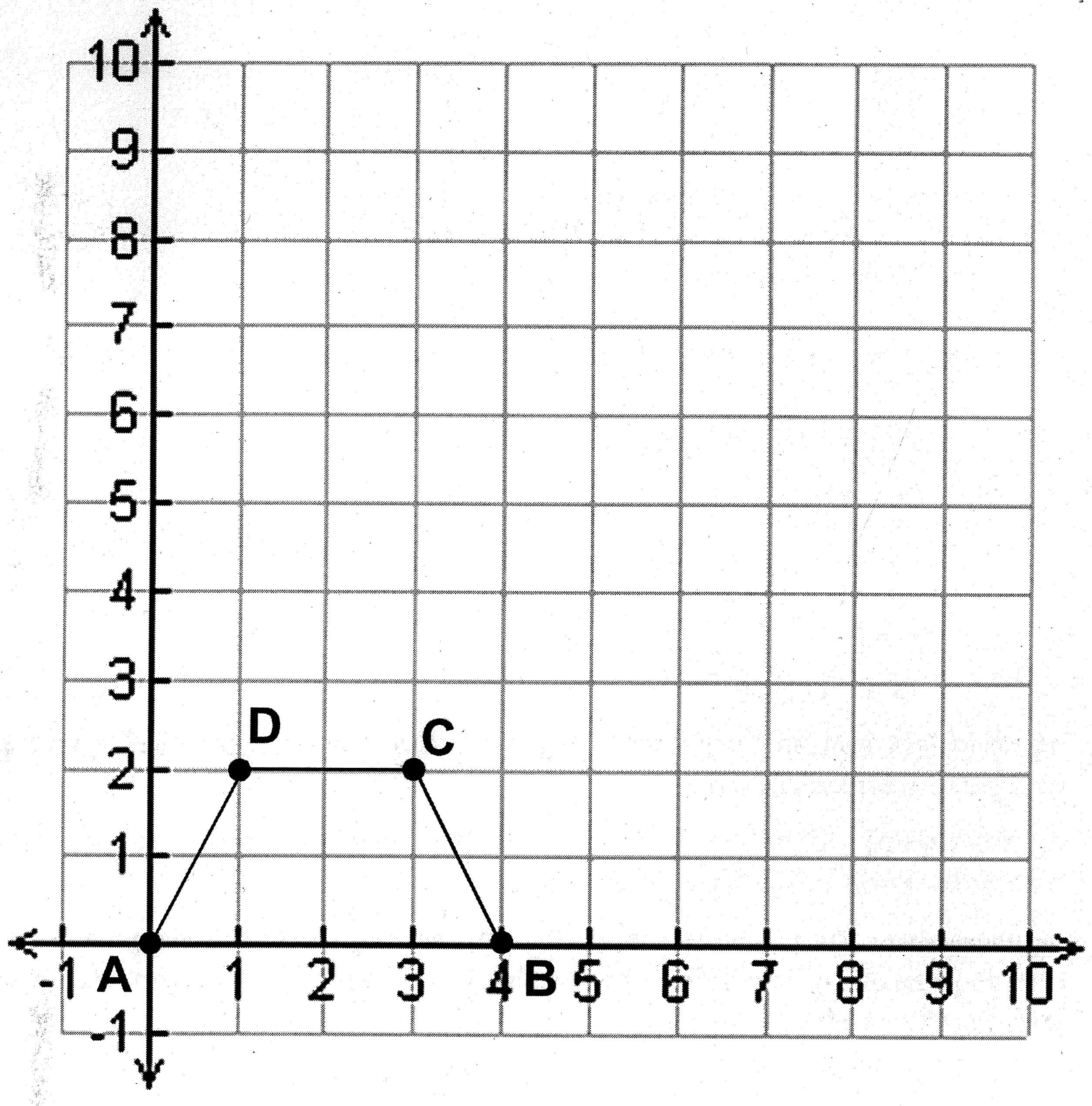

7. a) 6 e) 5
   b) 5 f) 10
   c) 3 g) 5
   d) 6

8. a) A (3,0), C(0,2)
   b) 3
   c) 2
   d) 6

9. a) 5
   b) B(0,5), C(-5, 0), D(0,-5)

10. a) (0,0)
    b) 3
    c) (0,3), (0, -3)

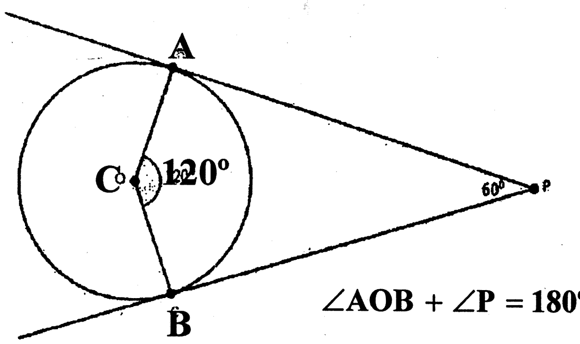
a)




b) സമപാർശ്വ ലംബകം

# 7 തൊടുവരകൾ

<u>പ്രധാന ആശയങ്ങൾ</u>

- തൊടുവര എന്ന ആശയം
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരത്തിന് ലംബമായിരിക്കും.
- വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള തൊടുവരകളുടെ നീളം തുല്യമായിരിക്കും.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാൺ അതിന്റെ അറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയുമായി ഒരു വശത്തുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ വൃത്തത്തിന്റെ മറുഭാഗത്തുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമാണ്.
- 


  $\angle AOB + \angle P = 180^\circ$
- ഏതു ത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

## ചോദ്യങ്ങൾ

1) 2 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് Pഎന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. Pയിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന തൊടുവര വരയ്ക്കുക.

2) 3 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് Pഎന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. Pയിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന തൊടുവര വരയ്ക്കുക.

3) 4 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് Pഎന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. Pയിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന തൊടുവര വരയ്ക്കുക.

4) 2 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക. വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 6 സെ.മീ. അകലെ Pഎന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. Pയിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

5) 3 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക. വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 8 സെ.മീ. അകലെ Pഎന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. Pയിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

6) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ എല്ലാവശങ്ങളേയും വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിന്റെ 2 കോണുകൾ $50^0$, $60^0$ വീതമായാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

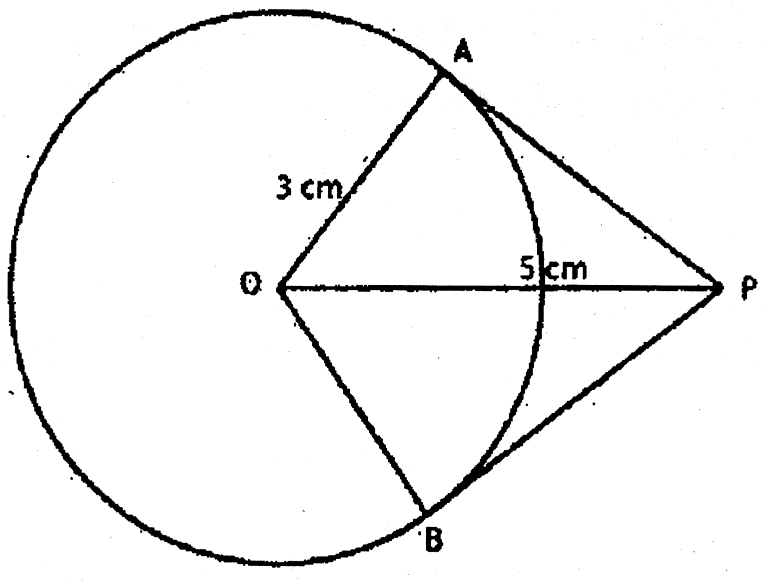
7) a) AB = 10 സെ.മീ, $\angle A = 50^0$, $\angle B = 70^0$ വരുന്ന ത്രികോണം ABC വരക്കുക.

   b) ത്രികോണം ABC യുടെ അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക.

8) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളുമാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെ.മീ. OP = 5 സെ.മീ. ആയാൽ

   a) PA എത്ര?

   b) PB എത്ര?

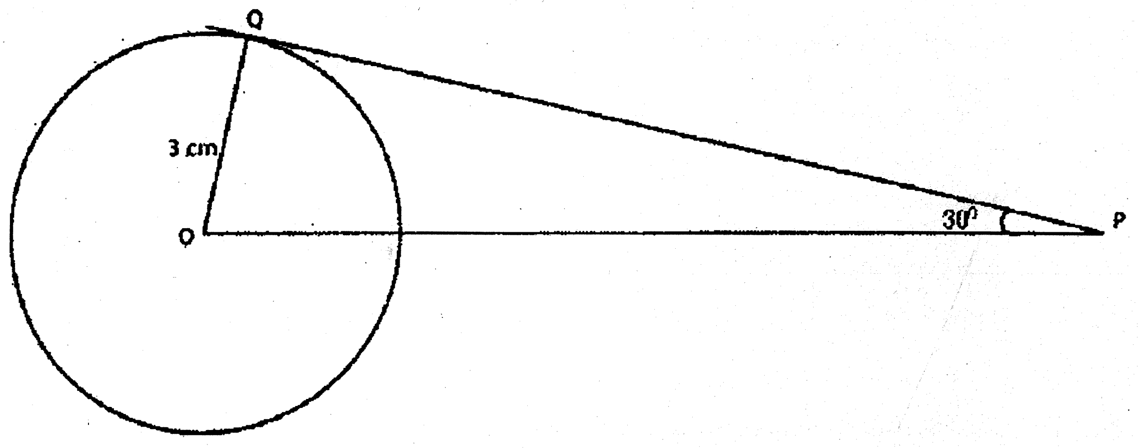


9) ചിത്രത്തിൽ ∠OPQ = $30^0$

a) ∠OQP എത്ര?

b) ∠POQ എത്ര?

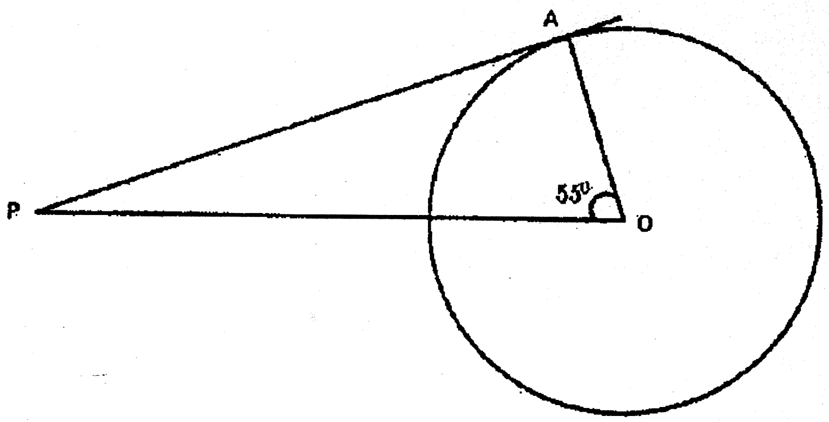
c) PQ വിന്റെ നീളം കണുക.




10) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. ∠AOP = $55^0$ ആയാൽ

a) ∠OAP എത്ര?

b) ∠P എത്ര?




11) ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് PT

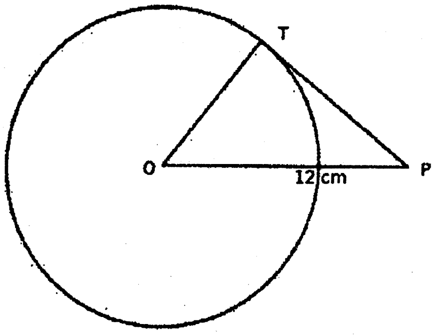
∠POT = $30^0$, OP = 12 സെ.മീ. ആയാൽ

a) ∠PTO എത്ര?

b) ∠OPT എത്ര?

c) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

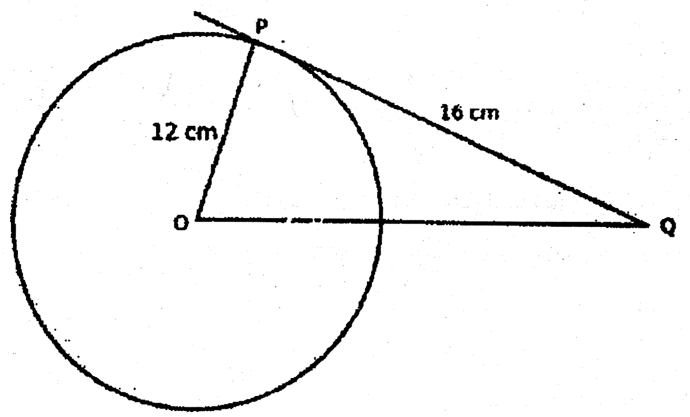
d) തൊടുവരയുടെ നീളം കാണുക.



12) 12 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരച്ച ഒരു തൊടുവരയുടെ നീളം 16 സെ.മീ.ആയാൽ

a) $\angle OPQ$ എത്ര?

b) OQ വിന്റെ നീളം കാണുക?



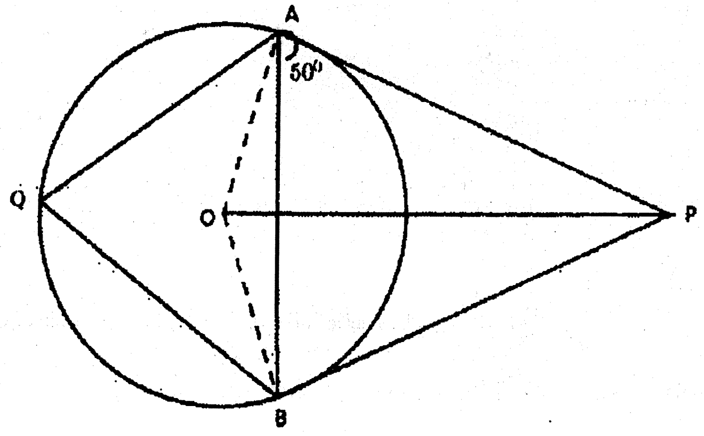

13) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. PA, PB എന്നിവ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്. $\angle PAB = 50^0$ ആയാൽ

a) $\angle Q$ എത്ര?

b) $\angle AOB$ എത്ര?

c) $\angle ABP$ എത്ര?

d) $\angle P$ എത്ര?

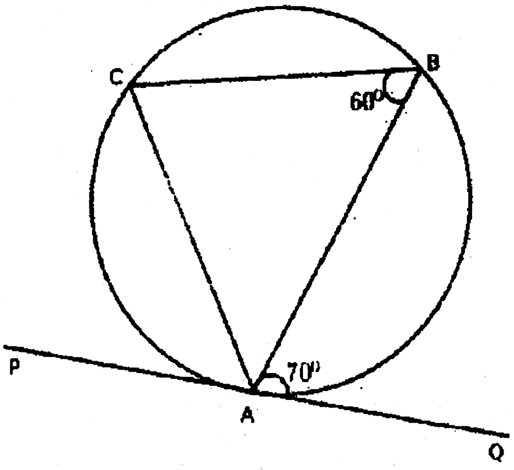



14) ചിത്രത്തിൽ A എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയാണ് PQ. $\angle BAQ = 70^0$ $\angle B = 60^0$

a) $\angle ACB$ കാണുക

b) $\angle PAC$ എത്ര?

c) $\angle BAC$ എത്ര?



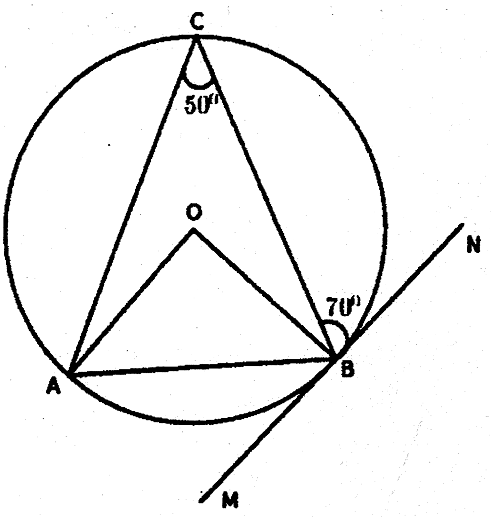
15) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും MN, B യിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന തൊടുവരയുമാണ്. $\angle C = 50^0$, $\angle CBN = 70^0$ ആയാൽ

a) $\angle CAB$ എത്ര?

b) $\angle AOB$ എത്ര?

c) $\angle OAB$ എത്ര?

d) $\angle CAO$ എത്ര?

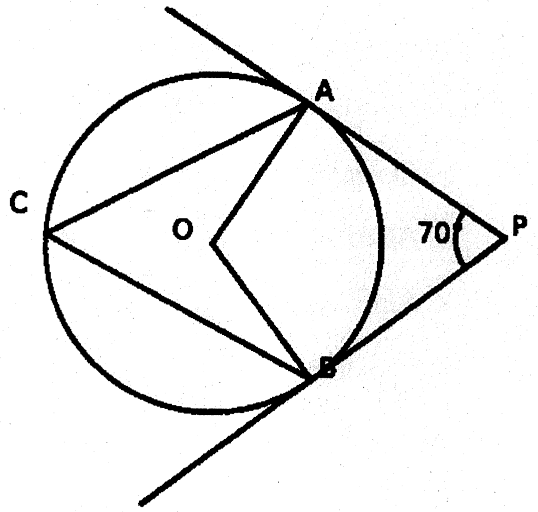



16) ചിത്രത്തിൽ $\angle APB = 70^0$ ആയ

a) $\angle AOB$ = ...............

b) $\angle ACB$ =................

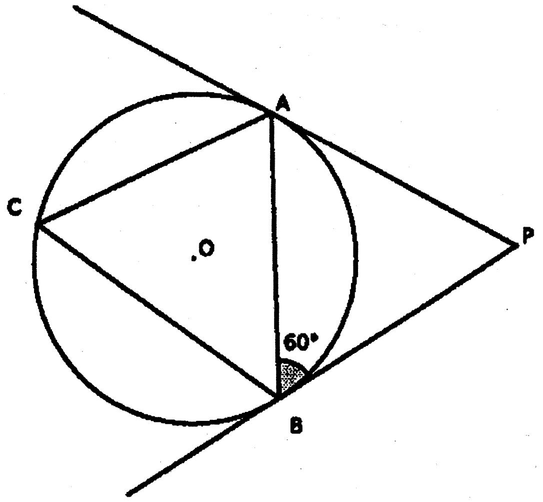
c) $\angle OAB$ = .............




17) ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളാണ്. $\angle PBA = 60^0$ ആയാൽ

a) $\angle PAB$ എത്ര?

b) $\angle P$ യുടെ വില കാണുക.



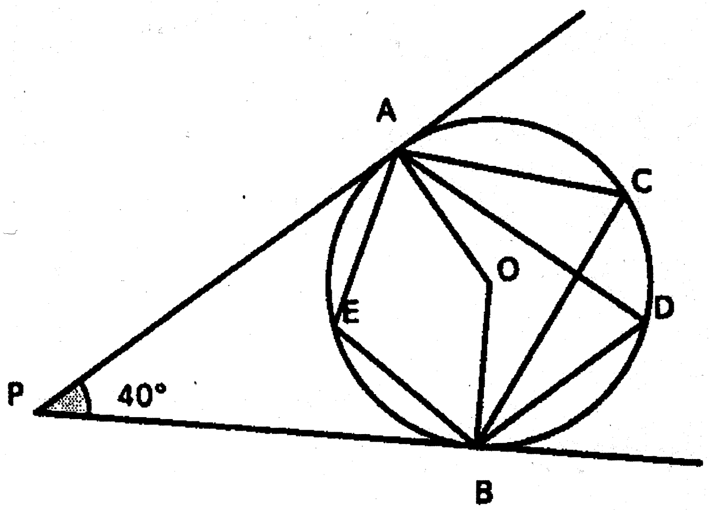
18) ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളാണ്. $\angle P = 40^0$ ആയാൽ

a) $\angle AOB$ എത്ര ?

b) $\angle ACB$ എത്ര ?

c) $\angle ADB$ കാണുക

d) $\angle AEB$ യുടെ അളവെത്ര

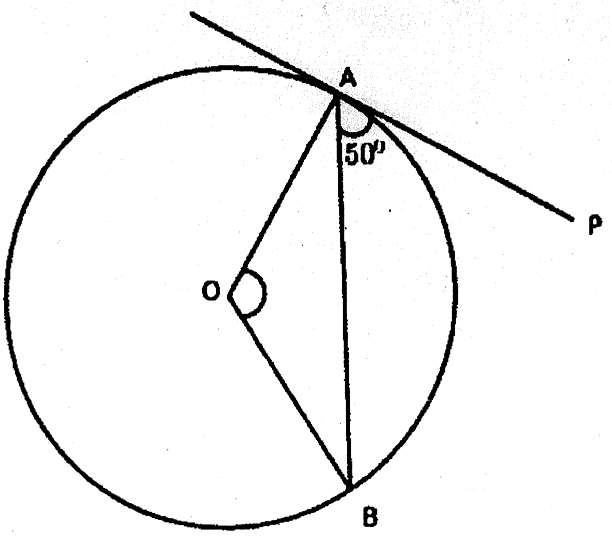



19) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. PA വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയും, AB ഞാണുമാണ്. $\angle PAB = 50^0$ ആയാൽ

a) $\angle AOB$ എത്രയാണ്?

b) $\angle OAB$ എത്രയാണ്

c) $\angle OBA$ എത്രയാണ്.



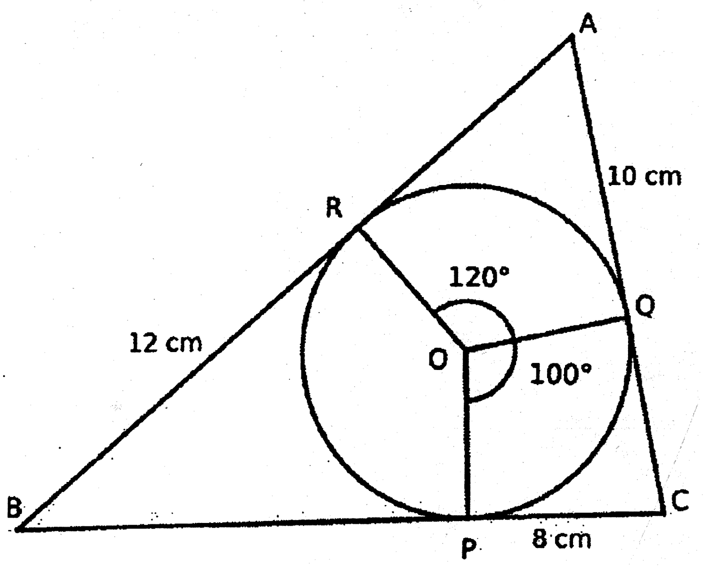

20) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. BR = 12 സെ.മീ. AQ = 10 സെ.മീ. BC = 8 സെ.മീ. ആയാൽ

a) AR, BP, CQ എന്നിവ എത്ര?

b) ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

c) ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

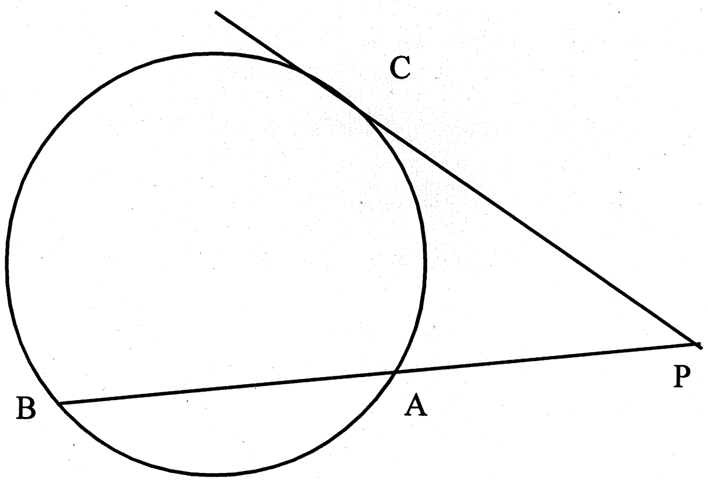
d) ത്രികോണം ABC യുടെ കോണളവുകൾ കാണുക.



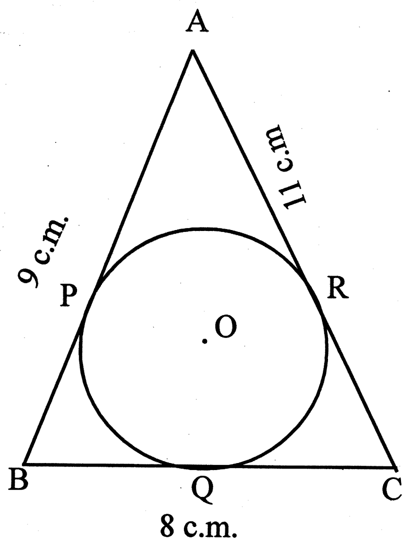

21) ചിത്രത്തിൽ PC വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള തൊടുവരയാണ്. PA = 4 സെ.മീ., AB = 5 സെ.മീ. ആയാൽ,

a) PB എത്ര ?

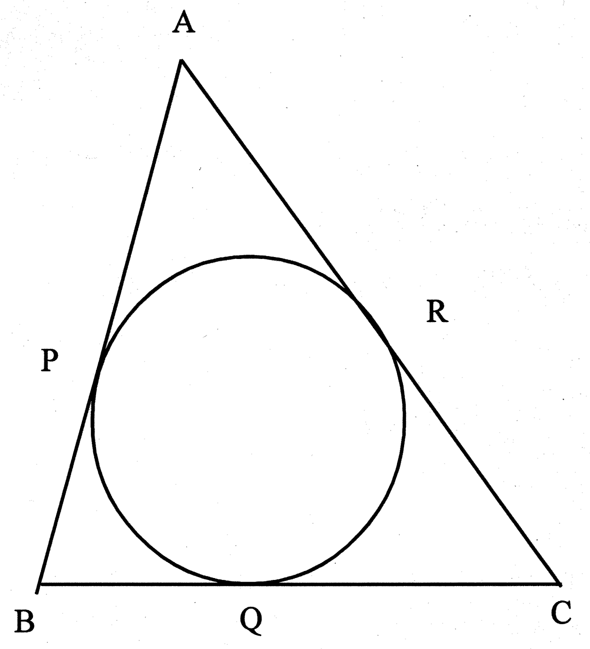
b) PC എത്ര ?




22) വശങ്ങൾ 8 സെ.മീ., 11 സെ.മീ., 9 സെ.മീ. ആയാൽ AP, PQ, CR എന്നിവ കണക്കാക്കുക.



23) ചിത്രത്തിൽ AP = 5 സെ.മീ., BQ = 6 സെ.മീ., CR = 4 സെ.മീ. എങ്കിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

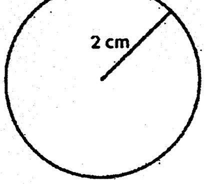



24) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം 4 സെ.മീ. ചുറ്റളവ്, 24 സെ.മീ. ആയാൽ പരപ്പളവ് എത്ര?

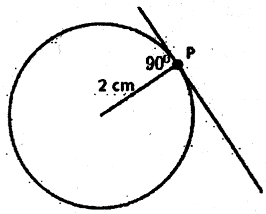
25) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 96 ച.സെ.മീ., ചുറ്റളവ് 64 സെ.മീ. ആയാൽ അന്തർവൃത്ത ആരം എത്ര?

# 7. തൊടുവരകൾ – ഉത്തരസൂചിക

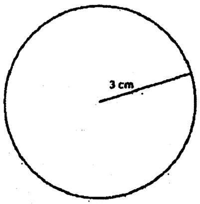
1) ഘട്ടം : 1. 2 cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക



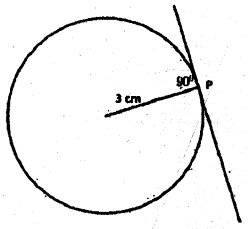

ഘട്ടം : 2. ആരത്തിന് ലംബം വരയ്ക്കുക



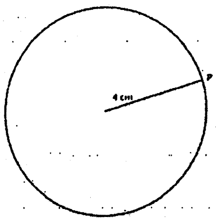

2) ഘട്ടം : 1. 3 cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക



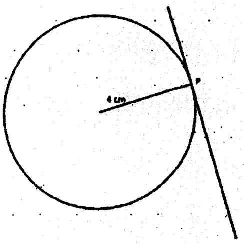

ഘട്ടം : 2. ആരത്തിന് ലംബം വരയ്ക്കുക



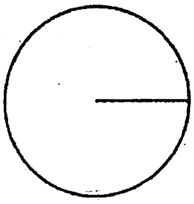

3) ഘട്ടം : 1. 4 cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക



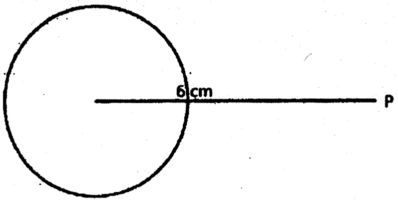

ഘട്ടം : 2. ആരത്തിന് ലംബം വരയ്ക്കുക



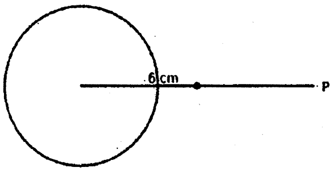

4) ഘട്ടം : 1. 2 cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക



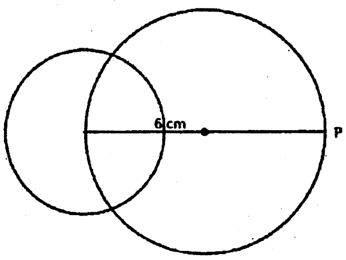
ഘട്ടം : 2. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 6 cm അകലെ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക



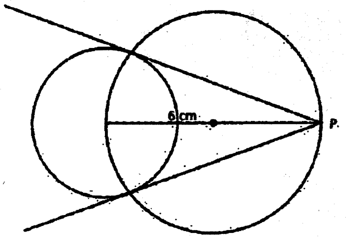

ഘട്ടം : 3. ഈ വരയുടെ മധ്യബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക



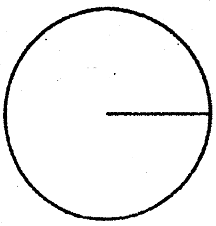

ഘട്ടം : 4. മധ്യബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തം വരയ്ക്കുക



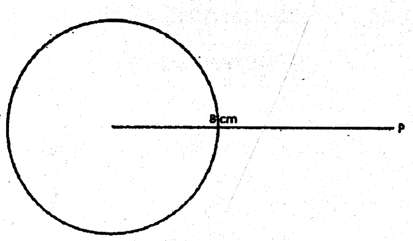
ഘട്ടം : 5.   വൃത്തങ്ങൾ കൂടിച്ചേർന്ന ബിന്ദുക്കളിലൂടെ P നിന്നും തൊടുവരകൾ  വരയ്ക്കുക



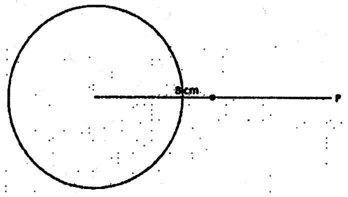

5) ഘട്ടം : 1.   3 cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക



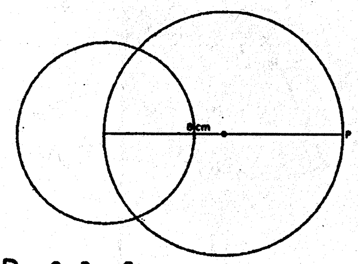
ഘട്ടം : 2.   വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും  8 cm അകലെ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക



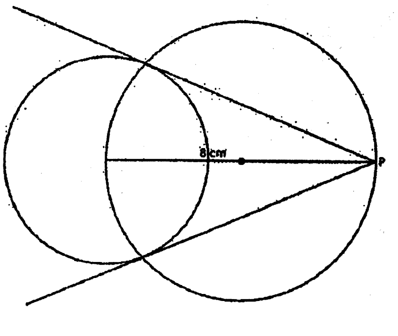

ഘട്ടം : 3.   ഈ വരയുടെ മധ്യബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക




ഘട്ടം : 4.   മധ്യബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തം വരയ്ക്കുക




ഘട്ടം : 5 .  വൃത്തങ്ങൾ കൂടിച്ചേർന്ന ബിന്ദുക്കളിലൂടെ P യിൽ നിന്നും തൊടുവരകൾ  വരയ്ക്കുക

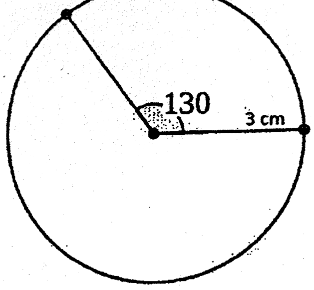



6) കോൺ O യും കോൺ P യും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

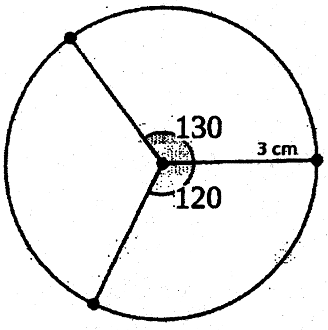
$180^0 - 50^0 = 130^0$

$180^0 - 60^0 = 120$

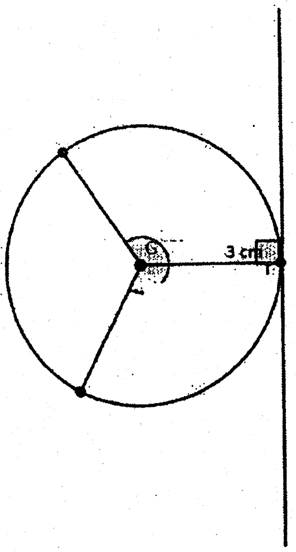
ഘട്ടം : 1. ആരത്തിൽ നിന്ന് $130^0$ കോൺ വരയ്ക്കുക



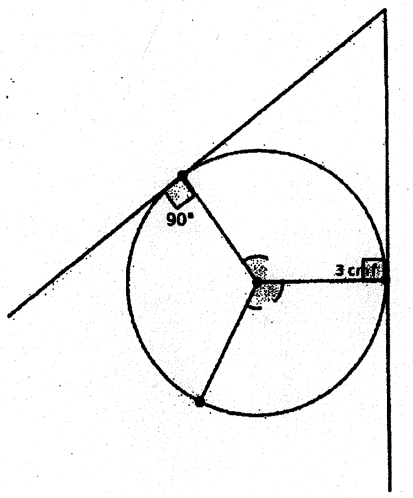

ഘട്ടം : 2 . ആരത്തിൽ നിന്ന് $120^0$ കോൺ വരയ്ക്കുക



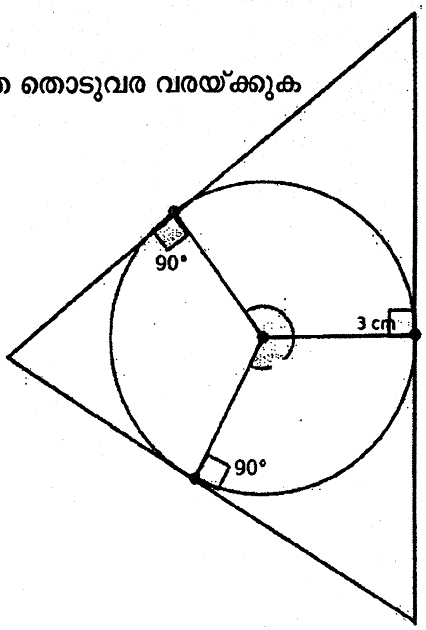

ഘട്ടം : 3. ആരത്തിന് ലംബമായി തൊടുവര വരയ്ക്കുക



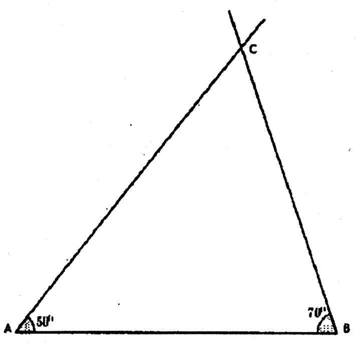
ഘട്ടം : 4. ആരത്തിന് ലംബമായി രണ്ടാമത്തെ തൊടുവര വരയ്ക്കുക



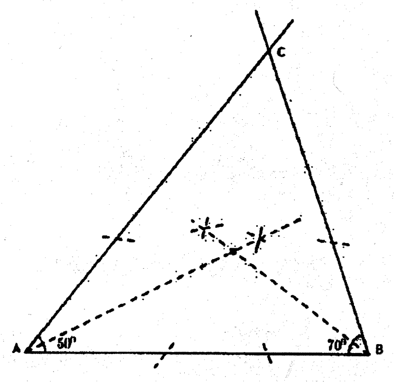

ഘട്ടം : 5. ആരത്തിന് ലംബമായി മൂന്നാമത്തെ തൊടുവര വരയ്ക്കുക



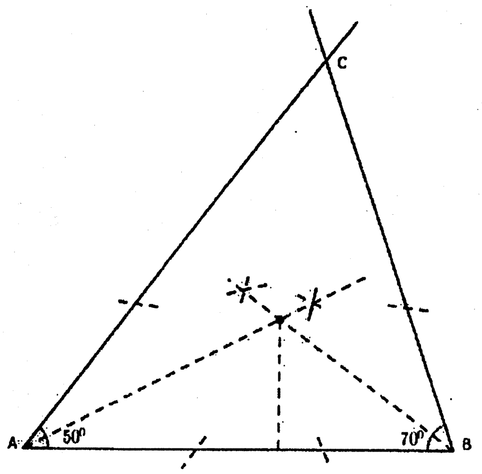
7) a) ഘട്ടം : 1. AB = 10 cm, $\angle$ A = $50^0$, $\angle$ B = $70^0$
ആയ ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക.



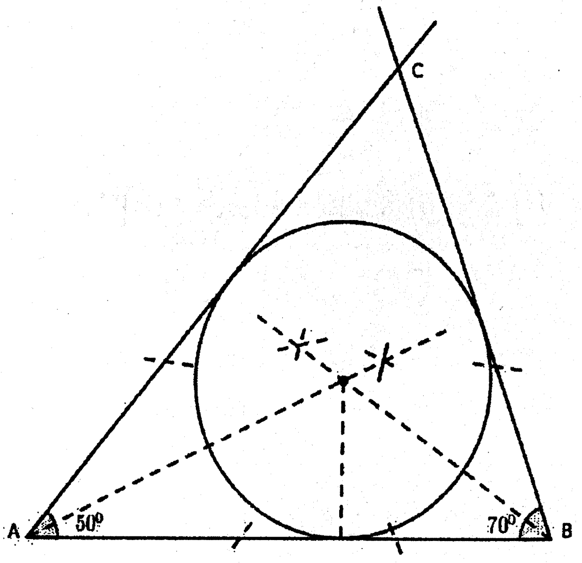

ഘട്ടം : 2. കോണുകളുടെ സമഭാജികൾ വരയ്ക്കുക.
[ ഏതു ത്രികോണത്തിലും, കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു ]




ഘട്ടം : 3. സമഭാജികൾ മുറിച്ചുകടന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തേക്കുള്ള ലംബം വരയ്ക്കുക.




ഘട്ടം : 4. ഈ ലംബദൂരം ആരമായ വൃത്തം വരയ്ക്കുക




b) ആരം = 2. 8 cm

8) $\angle$ OAP = $90^0$ a) $PA^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$

PA = 4 cm

b) PB = 4 cm [ PA = PB തൊട്ടുവരകൾ തുല്യം ]

9) a) $\angle$ OQP = $90^0$ [ തൊട്ടുവരയും ആരവും ലംബം ]

b) $\angle$ POQ = $60^0$ [ $90^0$ - $30^0$ ]

c) ത്രികോണം OQP യിൽ

| | | |
|---|---|---|
| $30^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
| 1 | $\sqrt{3}$ | 2 |
| 3 | $3\sqrt{3}$ | 6 |

PQ = $3\sqrt{3}$

10) a) $\angle OAP = 90^0$ [ തൊട്ടുവരയും ആരവും ലംബം ]

b) $\angle P = 35^0$ [ $90^0 - 55^0$ ]

11) a) $\angle PTO = 90^0$

b) $\angle OPT = 60^0$ [ $90^0 - 30^0$ ]

c) ത്രികോണം OPT യിൽ

| | | |
|---|---|---|
| $30^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
| 1 | $\sqrt{3}$ | 2 |
| 6 | $6\sqrt{3}$ | 12 |

ആരം = OT = $6\sqrt{3}$

d) തൊട്ടുവര = PT = 6 cm

12) a) $\angle OPQ = 90^0$

b) മട്ടത്രികോണം OPQ വിൽ

$OQ^2 = OQ^2 + PQ^2$

$= 12^2 + 16^2$

$= 144 + 256$

$= 400$

OQ = 20 cm

13) a) $\angle PAB = 50^0$

$\angle AQB = 50^0$

$\angle Q = 50^0$

b) $\angle AOB = 2 \times 50^0 = 100^0$

c) $\angle ABP = 50^0$ [ തുല്യകോണുകൾ, സമപാർശ്വത്രികോണം APB ]

d) $\angle P = 180^0 - 100^0 = 80^0$

14) a) $\angle ACB = 70^0$

b) $\angle PAC = 60^0$

c) $\angle BAC = 180^0 - (70^0 + 60^0) = 50^0$

15) a) $\angle CAB = 70^0$

b) $\angle AOB = 2 \times 50^0 = 100^0$

c) $\angle OAB = \frac{180-100}{2} = 40^0$ [ സമപാർശ്വത്രികോണം AOB ]

d) $\angle CAO = 70^0 - 40^0 = 30^0$

16) a) $\angle AOB = 180^0 - 70^0 = 110^0$

b) $\angle ACB = \frac{110}{2} = 55^0$

c) $\angle OAB = 35^0$ [ സമപാർശ്വത്രികോണം APB യിൽ

$\angle PAB = \frac{180-70}{2} = 55^0$

$\angle OAB = 90^0 - 55^0 = 35^0$ ]

17) a) $\angle PAB = 60^0$ [ സമപാർശ്വത്രികോണം PAB ]

b) $\angle P = 180^0 - (60^0 + 60^0) = 60^0$

18) a) $\angle AOB = 180^0 - 40^0 = 140^0$

b) $\angle ACB = \frac{140}{2} = 70^0$

c) $\angle ADB = \angle ACB = 70^0$

d) $\angle AEB = 180^0 - 70^0 = 110^0$

19) a) $\angle AOB = 2 \times 50^0 = 100^0$

b) $\angle OAB = 90^0 - 50^0 = 40^0$

c) $\angle OBA = 40^0$ [ സമപാർശ്വത്രികോണം OAB ]

20) a) AR = AQ = 10 cm

BP = BR = 12 cm

CQ = CP = 8 cm

b) AB = 12 + 10= 22 cm

BC = 12 + 8 = 20 cm

AC = 10 + 8 = 18 cm

c) ചുറ്റളവ് = 22 + 20 + 18 = 60 cm

d) $\angle A = 180^0 - 120^0 = 60^0$

$\angle C = 180^0 - 100^0 = 80^0$

$\angle B = 180^0 - (60^0 + 80^0) = 40^0$

21. PA x PB = $PC^2$

PA = 4 cm, AB = 5 cm

PB = 5+4 = 9

$\therefore$ PA x PB = 4x9

= 36

= $PC^2$

$\therefore$ PC = $\sqrt{36} = 6\,cm$.

22. ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി s = $\frac{8+11+9}{2}$

= $\frac{28}{2}$ a = 8 cm.

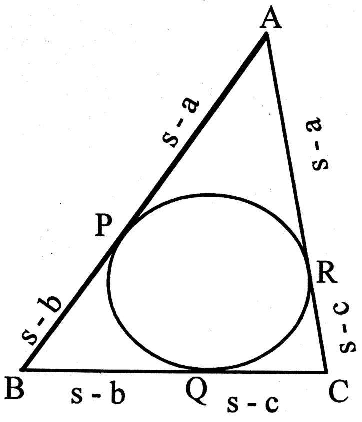
b = 11 cm.

= 14 cm. c = 9 cm.

BP = BQ = S-b = 14-11 = 3 cm

CQ = CR = S-c = 14 - 9 = 5 cm

AP = AR = S-a = 14-8 = 6 cm.




23. AP = AR

BP = BQ

CQ = CR പുറത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നുമുള്ള തൊടുവരകളുടെ നീളം തുല്യമായിരിക്കും.

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = AB + BC + CA

= 2 AP + 2 BQ + 2 CR

= 2 x 5 +2 x 6 + 2 x 4

= 10 + 12 + 8

= 30 ച. സെ.മീ.

24. പരപ്പളവ് = A = r x s

r = 4 cm

s = $\frac{24}{2}$

= 12 cm.

A = 4 x 12

= 48 ച.സെ.മീ.

25. A = 96 ച.സെ.മീ.

ചുറ്റളവ് = 64 സെ.മീ.

s = $\frac{64}{2} = 32cm.$

r = $\frac{A}{S}$

= $\frac{96}{32} = 3cm.$

# 8

# ഘനരൂപങ്ങൾ

**സമചതുര സ്തൂപിക**

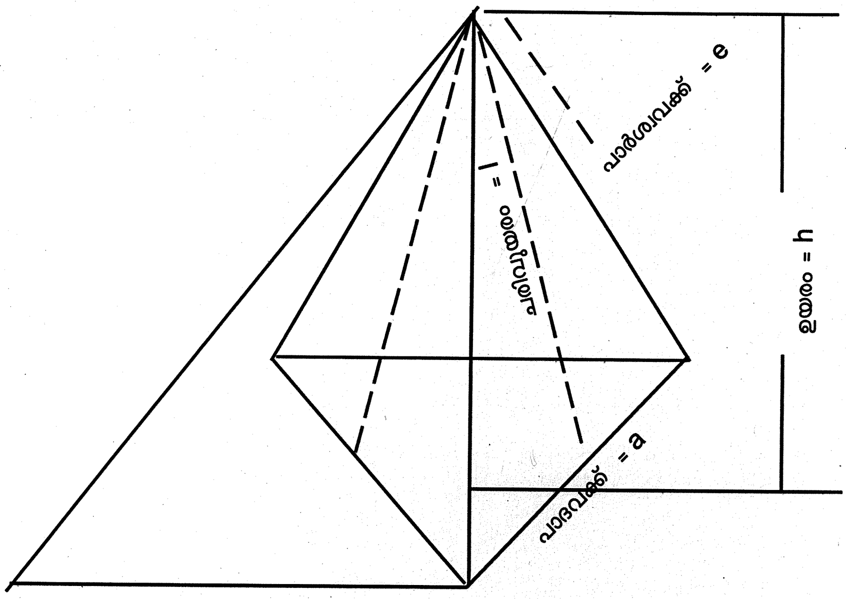
**പ്രധാന ആശയങ്ങൾ**

പാദവക്ക് = a

പാർശ്വവക്ക് = e

ചരിവുയരം = l

ഉയരം = h




പാദപരപ്പളവ് = $a^2$

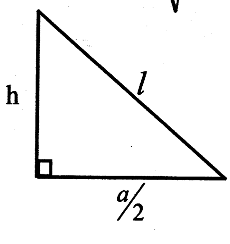
പാർശ്വതരപ്പളവ് = 2al

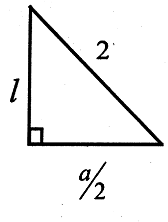
ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $a^2 + 2al$

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}a^2h$

$$l = \sqrt{h^2 + (a/2)^2}$$

$$e = \sqrt{l^2 + (a/2)^2}$$



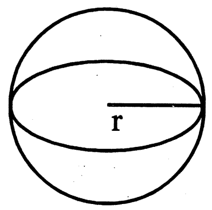




**ഗോളം**

ആരം = r

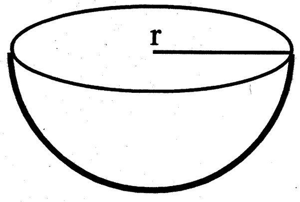
ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$

വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$



**അർദ്ധഗോളം**

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi r^2$




വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3$

1. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം 6 സെ.മീ. ഉയരം 4 സെ.മീ. എങ്കിൽ
   a) ചരിവുയരം കാണുക?
   b) പാർശ്വതല പരപ്പളവ് കാണുക?
   c) പാദപരപ്പളവ് എത്ര?
   d) ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?
2. പാദവക്ക് 10 സെ.മീ. പാർശ്വവക്ക് 13 സെ.മീ. ആയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ
   a) ചരിവുയരം കാണുക?
   b) പാർശ്വതല പരപ്പളവ്?
   c) സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?
3. പാദവക്ക് 8 സെ.മീ. ഉയരം 12 സെ.മീ. ആയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക?
4. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദപരപ്പളവ് 50 സെ.മീ. ഉയരം 15 സെ.മീ. എങ്കിൽ വ്യാപ്തം എത്ര?

**വൃത്തസ്തൂപിക**

**പ്രധാന ആശയങ്ങൾ**

1 വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്ത സ്തൂപിക ഉണ്ടാകുമ്പോൾ

i) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം ആകുന്നു.

ii) വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് ആകും

iii) വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് ആകുന്നു.

iv) $360^0$ യുടെ എത്ര ഭാഗമാണോ കേന്ദ്രകോൺ ചരിവുയരത്തിന്റെ അത്രയും ഭാഗമായിരിക്ക ആരം

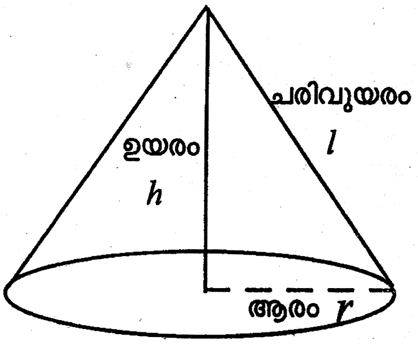
$$\left(\frac{x}{360^o}=\frac{r}{l}\right)$$

2. വക്രതല പരപ്പളവ് = $\pi$ X ആരം X ചരിവുയരം = $\pi rl$

3. ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദ പരപ്പളവ് + വക്രതല പരപ്പളവ് = $\pi r^2 + \pi rl$

4. വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ X പാദ പരപ്പളവ് X ഉയരം = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

5.




## ഘനരൂപങ്ങൾ - വൃത്ത സ്തൂപിക

1. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദപരപ്പളവ് $225\pi cm^2$ ഉം വക്രതല പരപ്പളവ് $375\pi cm^2$ ഉം ആയാൽ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക.

2. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ആരം $8cm$ ഉം ഉയരം $15cm$ഉം ആയാൽ
   a) ചരിവുയരം കാണുക
   b) വക്രതല പരപ്പളവ് കാണുക
3. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദപരപ്പളവ് $25\pi cm^2$ ഉം വക്രതല പരപ്പളവ് $65\pi cm^2$ ഉം ആയാൽ
   a) ആരം കാണുക
   b) ചരിവുയരം കാണുക

4. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം $9cm$ ഉം, ഉയരം $12cm$ ഉം ആയാൽ സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം കാണുക?

5. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് $32\pi cm^2$ ഉം ഉയരം $12cm$ ഉം ആയാൽ സ്തൂപികയുടെ
   a) ആരം എത്ര?
   b) ചരിവുയരം എത്ര?

6. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് $40\pi cm$ ഉം ചരിവുയരം $25cm$ ഉം ആയാൽ സ്തൂപികയുടെ
   a) ആരം എത്ര?
   b) ഉയരം എത്ര?

7. ആരം $12cm$ ഉം വ്യാപ്തം $768cm^3$ ഉം ആയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ
   a) ഉയരം കാണുക
   b) ചരിവുയരം കാണുക
   c) വക്രതല പരപ്പളവ് കാണുക

8. ആരം $6\ cm$ ഉം, ചരിവുയരം $10cm$ ഉം ആയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ
   a) ഉയരം കാണുക
   b) വ്യാപ്തം കാണുക

9. ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്ത സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം $6\ cm$ ഉം കേന്ദ്രകോൺ $180^\circ$ ഉം ആയാൽ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ
   a) ചരിവുയരം കാണുക
   b) ആരം കാണുക
   c) വക്രതല പരപ്പളവ് കാണുക

10. ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്ത സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം $15cm$ ഉം കേന്ദ്രകോൺ $120^0$ യും ആയാൽ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ
   a) ചരിവുയരം കാണുക
   b) ആരം കാണുക
   c) ഉയരം കാണുക

11. ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം $15\ cm$ കേന്ദ്രകോൺ $240^0$ യും ആയാൽ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ആരം കാണുക.

12. $20cm$ ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയായ ഒരു തകിട് കേന്ദ്രത്തിലൂടെ മടക്കി തുല്യമായ 4 വൃത്താംശങ്ങളായി മുറിച്ചു. ഇതിൽ നിന്നും ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിച്ചാൽ സ്തൂപികയുടെ ആരം എത്രയായിരിക്കും?

13. $18\ cm$ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം $6cm$ ആയാൽ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ കണക്കാക്കുക.

14. പാദത്തിന്റെ ആരം $15cm$ ഉം ചരിവുയരം $25cm$ ആയ വൃത്ത സ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്രയാണ്?

15. പാദത്തിന്റെ വ്യാസം $24cm$ ഉം ഉയരം $9cm$ ഉം ആയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ
   a) ആരം എത്ര?
   b) ചരിവുയരം കാണുക
   c) ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക

16. $12cm$ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും $120^0$ കേന്ദ്രകോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുത്ത് പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ആരം എന്ത്?

17. പാദപരപ്പളവ് $81\pi cm^2$ വക്രതല പരപ്പളവ് $135\pi cm^2$ ഉം ആയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ
   a) ആരം കാണുക
   b) ചരിവുയരം കാണുക
   c) ഉയരം കാണുക
   d) വ്യാപ്തം കാണുക

18. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $768\pi cm^3$ അതിന്റെ ഉയരം $16cm$ ആയാൽ ആരം കാണുക

## ഗോളം, അർദ്ധഗോളം

1. വ്യാസം 4 സെ.മീ. ആയ ഗോളത്തിന്റെ
   a) ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?
   b) വ്യാപ്തം എത്ര?

2. ആരം 5 സെ.മീ. ആയ അർദ്ധ ഗോളത്തിന്റെ
   a) ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?
   b) വ്യാപ്തം എത്ര?

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക

ഗോളം, അർദ്ധഗോളം എന്നിവയുടെ വ്യാപ്തം, ആരം, പരപ്പളവ് എന്നിവയുടെ അംശബന്ധങ്ങൾ

| | വ്യാപ്തം I | വ്യാപ്തം II | ആരം I | ആരം II | പരപ്പളവ് I | പരപ്പളവ് II |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ഗോളം | 27 | 64 | 3 | 4 | $3^2$ | $4^2$ |
| അർധഗോളം | 8 | 125 | - | - | - | - |

# ഉത്തരങ്ങൾ

**സമചതുര സ്തൂപിക**

a) പാദവക്ക് = 6

പാർശ്വവക്ക് = $\frac{6}{2} = 3$

ചരിവുയരം = $\sqrt{(\frac{\text{പാദവക്ക്}}{2})^2 + \text{ഉയരം}^2}$

= $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5cm$

b) പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 2 x പാദവക്ക് x ചരിവുയരം

= 2x 6 x 5 = 60 ച.സെ.മീ.

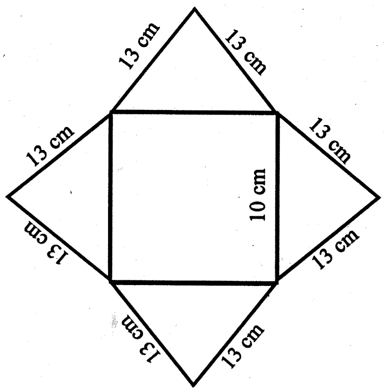
c) പാദപരപ്പളവ് = (പാദവക്ക്)$^2$

= $6^2$ = 36 ച.സെ.മീ.

d) ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതല പരപ്പളവ്

= 60 + 36 = 96 ച.സെ.മീ.

2. a) ചരിവുയരം $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12cm$




b) പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 2x 5 x 12 = 120 ച.സെ.മീ.

c) ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതലപരപ്പളവ്

= $10^2$ + 120

= 100 + 120 + 220 ച.സെ.മീ.

3. സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ x പാദപരപ്പളവ് x ഉയരം

$= \frac{1}{3} \times 8^2 \times 12$

= 266 ഘന സെ.മീ.

4. സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ x പാദപരപ്പളവ് x ഉയരം

$= \frac{1}{3} \times 50 \times 15$

= 250 ഘന സെ.മീ.

## ഘനരൂപങ്ങൾ - വൃത്ത സ്തൂപിക

1. ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദ പരപ്പളവ് + വക്രതല പരപ്പളവ്

$= 225\pi + 375\pi$

$= 600\pi\ cm^2$

2.

a) $r = 8cm; \quad h = 15cm; \quad l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{15^2 + 8^2}$

$= \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289}$

$= 17cm$

b) വക്രതല പരപ്പളവ് $\pi rl = \pi \times 8 \times 17$

$= 136\pi\ cm^2$

3.

a) $\pi r^2 = 25\pi$

$r^2 = 25$

$r = 5cm$

b) $\pi rl = 65\pi$

$l = \frac{65\pi}{5 \times \pi} = 13cm$

4.

$r = 9cm; \quad h = 12cm$

ചരിവുയരം $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81}$

$= \sqrt{225} = 15\ cm$

5.

$2\pi r = 32\pi$

a) $r = \frac{32\pi}{2\pi} = 16cm$

b) ചരിവുയരം $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256}$

$= \sqrt{400} = 20cm$

6.

$2\pi r = 40\pi$

a) $r = \dfrac{40\pi}{2\pi} = 20cm$

b) Ncrh pb cw $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25^2 - 20^2}$

$= \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225} = 15cm$

7.

a) $r = 12cm \quad v = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = 768\pi$

$h = \dfrac{768\pi \text{ x} 3}{\pi \text{ x} 12 \text{ x} 12}$

$= 16cm$

b) ചരിവുയരം $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{16^2 + 12^2}$

$= \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} = 20cm$

c) വക്രതല പരപ്പളവ് $\pi rl = \pi \text{ x} 12 \text{ x} 20$

$= 240\pi cm^2$

8.

a) $r = 6cm \qquad l = 10cm \qquad h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$= \sqrt{10^2 - 6^2}$

$= \sqrt{100 - 36}$

$= \sqrt{64} = 8cm$

b) വ്യാപ്തം $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi \text{ x} 6^2 \text{ x} 8$

$= 96\pi cm^3$

9.

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം $R$ = സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം $l$

$= 6 \ cm$

b) സ്തൂപികയുടെ ആരം $r = \dfrac{x}{360} \text{x} R$

$= \frac{180}{360} \times 6$

$= 3cm$

c) വക്രതല പരപ്പളവ് $\pi rl = \pi \times 3 \times 6$

$= 18\pi\, cm^2$

10.

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം $R =$ സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം $l = 15cm$

b) സ്തൂപികയുടെ ആരം $r = \frac{x}{360} \times R = \frac{120}{360} \times 15 = 5cm$

c) സ്തൂപികയുടെ ഉയരം

$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{15^2 - 5^2}$

$= \sqrt{225 - 25} = \sqrt{200}$

$= \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2}\, cm$

11.

സ്തൂപികയുടെ ആരം $r = \frac{x}{360} \times R$

$= \frac{240}{360} \times 15$

$= \frac{2}{3} \times 15 = 10cm$

12.

$R = 20cm$

സ്തൂപികയുടെ ആരം $r = \frac{x}{360} \times R$

$= \frac{90}{360} \times 20$

$= \frac{1}{4} \times 20$

$= 5cm$

13.

$R = 18cm \qquad r = 6cm$

വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $x = \frac{r}{R} \times 360$

$= \frac{6}{18} \times 360$

$= 120^0$

14.

$r = 15cm \qquad l = 25cm$

വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം $R$ = സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം $l = 25\, cm$

കേന്ദ്രകോൺ $x^0 = \frac{r}{R} x 360^0$

$= \frac{15}{25} x 360^0 = 216^0$

15.

a) ആരം $24 \div 2 = 12cm$

b) ചരിവുയരം $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{9^2 + 12^2}$

$= \sqrt{81+144} = \sqrt{225} = 15cm$

c) ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\pi rl + \pi r^2$

$\pi x 12 x 15 + \pi x 12^2$

$= 180\pi + 144\pi$

$324\pi cm^2$

16.

സ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം $r = \frac{x}{360} x R$

$= \frac{120}{360} x12$

$= \frac{1}{3} x12$

$= 4cm$

17.

a) $\pi r^2 = 81\pi$

$r^2 = 81$

$r = 9cm$

b) $\pi rl = 135\pi$

$l = \frac{135\pi}{\pi x 9} = 15cm$

c) ഉയരം $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{15^2 - 9^2}$

$= \sqrt{225 - 81}$

$= \sqrt{144} = 12cm$

d) വ്യാപ്തം $v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi x 9^2 x 12 \quad = \pi x 9 x 3 x 12$

$= 324\pi\ cm^3$

18.

സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 768\pi$

$$r^2 = \frac{768\pi \text{x} 3}{16 \text{x} \pi}$$

$$= 144$$

$$r = \sqrt{144} = 12cm$$

## ഗോളം, അർദ്ധഗോളം

1. a) ആരം $= \frac{4}{2} = 2$ സെ.മീ.

ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= 4\pi r^2$

$= 4 \text{x} \pi \text{x} 2^2$

$= 16\pi$ ച.സെ.മീ.

b) വ്യാപ്തം $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi 2r^3$

$= \frac{32}{3}\pi$ ഘന.സെ.മീ.

2. a) ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= 3\pi r^2$

$= 3\pi \text{ x } 5^2$

$= 75\pi$ ച.സെ.മീ.

b) വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi \text{x} 5^3$

$= \frac{2 \text{x} 125\pi}{3}$

$= \frac{250}{3}\pi$ ഘന.സെ.മീ.