WEFI - SSF

PLUS TWO - EXCELLENCY TEST - 2023

MATHEMATICS

Time : 2 Hours

Total Score : 60

General Instructions to Candidates:

- There is a *'Cool-off-time'* of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the *'Cool-off-time'* to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ:

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് *'കൂൾ ഓഫ് ടൈം'* ഉണ്ടായിരിക്കും.
- *'കൂൾ ഓഫ് ടൈം'* ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Questions 1-8 carry 3 scores each.
Answer any Six

1 *a.* Find the principal value of $\sin^{-1}(1)$ (1)

b. Evaluate using principal values $\tan^{-1}(-1) + \tan^{-1}(\sqrt{3})$ (2)

2 *a.* Construct a 3x3 matrix $A=[a_{ij}]$ *where* $a_{ij}=\frac{i+j}{2}$ (2)

b. Check whether A is symmetric or not (1)

3 *a.* Find the adjoint of the matrix $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 5 & 7\end{bmatrix}$ (2)

b. Verify that $|Adj\ A| = |A|$ for the above matrix A (1)

4 Consider the function

$$f(x)=\begin{cases}x^2-1, & x>1\\ 0, & x=1\\ \frac{x-1}{x+1}, & x<1\end{cases}$$

a. Find f(0) (1)

b. Check whether f(x) is continuous at x=1 (2)

5 *a.* The radius of a circle is increasing uniformly at the rate of 3 cm/sec. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 5 cm. (2)

b. The function $f(x)= x^2$ is increasing in (1)

$i.\ [-2,2]$ $ii.\ [-2,0]$ $iii.\ [0,2]$ $iv.\ [-2,2]$

6 *a.* The order of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 2y\frac{dy}{dx} + \frac{d^3y}{dx^3} + 6y = o$ *is* (1)

i. 1 ii. 2 iii. 3 iv. 4

b. Check whether y= 2 cosx + 3 sinx is a solution of $\frac{d^2y}{dx^2} + y = o$ (2)

1 മുതൽ 8 വരെയുള്ള ചോദ്യത്തിൽ ഏതെങ്കിലും
6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 3 സ്കോർ

1 *a.* $\sin^{-1}(1)$ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

b. പ്രിൻസിപ്പൽ വില ഉപയോഗിച്ച് $\tan^{-1}(-1) + \tan^{-1}(\sqrt{3})$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

2 *a.* $A=[a_{ij}]$എന്ന 3x3 മാട്രിക്സിൽ $a_{ij}=\frac{i+j}{2}$ ആയാൽ A എഴുതുക (2)

b. A എന്ന മാട്രിക്സ് സിമ്മട്രിക് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കജശ (1)

3 *a.* മാട്രിക്സ് $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 5 & 7\end{bmatrix}$ യുടെ അഡ്ജോയിന്റ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

b. മുകളിലെ മാട്രിക്സ് ഉപയോഗിച്ച് $|Adj\ A| = |A|$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (1)

4 ഫങ്ഷൻ $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & x>1\\ 0, & x=1\\ \frac{x-1}{x+1}, & x<1\end{cases}$

a. f(0) കാണുക (1)

b. f(x) എന്ന ഫങ്ഷൻ x=1 എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൺടിന്യൂവസ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

5 *a.* ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരം തുടർച്ചയായി *3 cm/sec* വർദ്ധിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ആരം 5 സെ.മി ആകുമ്പോൾ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ മാറ്റം എത്രയാണ്. (2)

b. $f(x)= x^2$ എന്ന ഫങ്ഷൻ വർദ്ധിക്കുന്നത് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏത് ഇന്റർവെലിൽ ആണ്. (1)

$i.\ [-2,2]$ $ii.\ [-2,0]$ $iii.\ [0,2]$ $iv.\ [-2,2]$

6 *a.* ഡിഫ്രൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡർ എഴുതുക. (1)

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 2y\frac{dy}{dx} + \frac{d^3y}{dx^3} + 6y = o$$

i. 1 *ii. 2* *iii. 3* *iv. 4*

b. $y = 2\ cosx + 3\ sinx$ എന്നത് $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന ഡിഫ്രൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക (2)

7 Find the maximum and minimum values of the function $f(x)= 4x^3-6x^2-72x+30$ (3)

8 $If\ P(A) = P(B) = \frac{1}{2}\ and\ P(AUB) = \frac{3}{4}, fi$

a. P(A⋂B) (1)

b. P(A/B) (1)

c. P(A-B) (1)

Questions 9-16 carry 4 scores each.
Answer any Six

9 a. $Let\ A = \{1,2,3\}. Give\ an\ example\ of\ an\ equivalence\ relation\ R: A \to A$ (1)

b. A function $f: R \to$ R is defined by $f(x)= x^2+1$. Check whether f(x) is

i. One-one (1)

ii. Onto (1)

iii. Bijective (1)

10 Consider the matrix A= $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

a. Find A^2 (1)

b. Write A as the sum of a symmetric and a skew-symmetric matrix (3)

11 Find $\frac{dy}{dx}$ if

a. Y = log (secx) (1)

b. $x^y = y^x$ (3)

12 Using properties of definite integrals, evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log sin\, x\, dx$ (4)

13 Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x}{25}^2 + \frac{y}{16}^2 = 1$ (4)

14 Solve the differential equation $x \cos\left(\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ (4)

7 f(x)= $4x^3-6x^2-72x+30$ എന്ന ഫങ്ഷന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വിലയും ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയും കണക്കാക്കുക. (3)

8 $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}, P(AUB) = \frac{3}{4},$ ആയാൽ

a. P(A⋂B)

b. P(A/B) (1)

c. P(A-B) (1)

എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക (1)

9 മുതൽ 16 വരെയുള്ള ചോദ്യത്തിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണം ഉത്തരം എഴുതുക. 4 വീതം സ്കോർ

9 a. $A = \{1,2,3\}$ ആണെങ്കിൽ $R: A \to A$ ആയ ഒരു ഇക്വാവലന്റ്സ് റിലേഷന് ഉദാഹരണം എഴുതുക. (1)

b. ഫങ്ഷൻ $f: R \to$ Rഎന്നത് $f(x)= x^2+1$. ആയാൽ, *f(x) എന്നത്* (1)

i. വൺ - വൺ (1)

ii. വൺ - ടു

iii. ബൈജക്ടീവ് ആണോഎന്ന്പരിശോധിക്കുക (1)

10 മാട്രിക്സ് A= $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ പരിഗണിച്ചാൽ

a. A^2 കാണുക (1)

b. A എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമ്മട്രിക്, സ്കൂ സിമട്രിക് മാട്രിക്സുകളുടെ തുക ആയി എഴുതുക. (3)

11 $\frac{dy}{dx}$ കാണുക

a. Y = log (secx) (1)

b. $x^y = y^x$ (3)

12 ഇൻട്രഗ്രൽ പ്രോപ്പർട്ടീസ് ഉപയോഗിച്ച് വില കാണുക. (4)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log sin\, x\, dx$$

13 $\frac{x}{25}^2 + \frac{y}{16}^2 = 1$ എന്ന എലിപ്സ്ന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. (4)

14 $x \cos\left(\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ എന്ന ഡിഫ്രൻഷ്യൽ സമവാക്യം നിർദാരണം ചെയ്യുക. (4)

15 Check whether the following lines are parallel

a. $\bar{r} = i + 2j - 4k + \lambda(2i + 3j + 6k)$ and $\bar{r} = 3i + 3j - 5k + \mu(2i + 3j + 6k)$ (1)

b. Find the shortest distance between the above two lines (3)

16 Given three identical boxes, I, II and III, each containing two coins. In box-I, both coins are gold coins, in box-II, both are silver coins and in box-III, there is one gold and silver coins. A person chooses a box and takes out a coin. If the coin is of gold, what is the probability that the other coin in the box is also of gold? (4)

Questions 17-20 carry 6 scores each. Answer any Three

17 Solve the following system of equations by matrix method (6)

2x+3y-2z=1

2x+y-z=2

x-2y+z= 3

18 Evaluate

a. $\int \frac{2x}{x^2-1}\, dx$ (2)

b. $\int 2\, Sin^2 x\, dx$ (2)

c. $\int \frac{x}{x^2+3x+2}\, dx$ (2)

19 If $\bar{a} = 5i - j - 3k$ and $\bar{b} = i + 3j - 5k$

a. Find the angle between $\bar{a}$ and $\bar{b}$ (2)

b. Show that $\bar{a} + \bar{b}$ and $\bar{a} - \bar{b}$ are perpendicular (2)

c. Find the area of parallelogram with adjacent sides $\bar{a}$ and $\bar{b}$ (2)

20 Solve the following Linear Programming Problem (6)

Minimize Z = -3x + 4y

Subject to x+2y ≤ 8

3x +2 y ≤ 12

x ≥0, y ≥0

15 $\bar{r} = i + 2j - 4k + \lambda(2i + 3j + 6k)$

$\bar{r} = 3i + 3j - 5k + \mu(2i + 3j + 6k)$

a. ഈ വരകൾ സമാന്തര രേഖകൾ ആണോ? (1)

b. മുകളിലുള്ള വരകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

16 ഒരു പോലെയുള്ള 3 പെട്ടികൾ, അവയിൽ ഓരോന്നിലും 2 കോയിൻ വീതം. ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ രണ്ട് ഗോൾഡ് കോയിൻ, രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ രണ്ടു സിൽവർ കോയിൻ. മൂന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ 1 ഗോൾഡ് കോയിൻ, 1 സിൽവർ കോയിൻ. ഒരാൾ ഒരു പെട്ടി എടുക്കപന്നു. അതിൽ നിന്ന് ഒരു കോയിൻ എടുത്തു. എടുത്ത കോയിൻ ഗോൾഡ് ആണെങ്കിൽ പെട്ടിയിൽ ഉള്ള കോയിൻ ഗോൾഡ് ആവാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? (4)

17 മുതൽ 20 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണം ഉത്തരം എഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം.

17 ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്ന സമവാക്യകൂട്ടത്തിന്റെ പരിഹാരം മാട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക. (6)

2x+3y-2z=1

2x+y-z=2

x-2y+z= 3

18 വില കാണുക

a. $\int \frac{2x}{x^2-1}\, dx$ (2)

b. $\int 2\, Sin^2 x\, dx$ (2)

c. $\int \frac{x}{x^2+3x+2}\, dx$ (2)

19 $\bar{a} = 5i - j - 3k, \bar{b} = i + 3j - 5k$ ആയാൽ

a. $\bar{a}$ ഉം $\bar{b}$ തമ്മിലുള്ള കോൺ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

b. $\bar{a} + \bar{b}, \bar{a} - \bar{b}$ ലംബം ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

$\bar{a}$ യും $\bar{b}$ യും സാമാന്തരികത്തിന്റെ അടുത്ത വശങ്ങൾ ആണെങ്കിൽ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

20 ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക. (6)

ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വില *Z = -3x + 4y*

നിബന്ധനങ്ങൾക്കു വിധേയമായി

x+2y ≤ 8

3x +2 y ≤ 12

x ≥0, y ≥0