



Reg. No. :

Name :

SAY-757

SAY / IMPROVEMENT EXAMINATION, JULY – 2022

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Time : 2½ Hours

Maximum : 80 Scores

Cool-off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a ‘Cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the examination hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.



PART – I

A. Answer any 4 questions from 1 to 6. Each carries 1 score.

(4 × 1 = 4)

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, then $A' =$ _____.

2. If $x \in [-1, 1]$, then $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x =$ _____.

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) π

3. Given $f(x) = 8x^3$ and $g(x) = x^{1/3}$, then $(f \circ g)x$ is :

(A) $8x$ (B) $2x$

(C) $8x^3$ (D) 8

4. The area of the region bounded by the curve $f(x) = x$, X – axis and the line $x = 0, x = 1$ is :

(A) 1 (B) 0

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

5. The degree of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ is _____ .

PART - I

A. 1 മുതൽ 6 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 4 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക.

1 സ്കോർ വീതം.

(4 × 1 = 4)

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $A' = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $x \in [-1, 1]$ ആയാൽ $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$
(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) π

3. $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{1/3}$ എന്നിവ തന്നിരിക്കുന്നു, എങ്കിൽ $(f \circ g)x :$

- (A) $8x$ (B) $2x$
(C) $8x^3$ (D) 8

4. $f(x) = x$, $X -$ അക്ഷവും $x = 0$, $x = 1$ എന്നീ രേഖകളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന പരപ്പളവ് എത്ര ?

- (A) 1 (B) 0
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

5. $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രി $\underline{\hspace{2cm}}$.

6. The vector equation of a plane is $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 5$. Write Cartesian equation.

B. Answer all questions from 7 to 10. Each carries 1 score.

(4 × 1 = 4)

7. Let A be a square matrix of order 3×3 , then $|kA|$ is equal to _____.

(A) $k|A|$ (B) $k^2|A|$

(C) $k^3|A|$ (D) $3k|A|$

8. If $y = \log x$, then $\frac{dy}{dx} =$ _____.

(A) e^x (B) $\frac{(\log x)^2}{2}$

(C) $\frac{1}{x^2}$ (D) $\frac{1}{x}$

9. The direction cosines of Y-axis is _____.

(A) 1, 0, 0 (B) 0, 1, 0

(C) 0, 0, 1 (D) 1, 1, 1

10. Let E and F be two events associated with sample space S, then

$p(E \cap F) =$ _____ . $p(E/F)$

(A) $p(E)$ (B) $p(F)$

(C) $p(E \cup F)$ (D) None

6. ഒരു തലത്തിന്റെ (plane) വെക്ടർ സമവാക്യം $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 5$ ആണ്. എന്നാൽ കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യം എഴുതുക.

B. 7 മുതൽ 10 വരെ എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതുക. 1 സ്കോർ വീതം. (4 × 1 = 4)

7. A ഒരു 3×3 സ്കെയർ മെട്രിക്സ് ആയാൽ $|kA|$ _____.

- (A) $k|A|$ (B) $k^2|A|$
 (C) $k^3|A|$ (D) $3k|A|$

8. $y = \log x$, ആയാൽ $\frac{dy}{dx} =$ _____ .

- (A) e^x (B) $\frac{(\log x)^2}{2}$
 (C) $\frac{1}{x^2}$ (D) $\frac{1}{x}$

9. Y-അക്ഷത്തിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കോസൈൻസ് _____.

- (A) 1, 0, 0 (B) 0, 1, 0
 (C) 0, 0, 1 (D) 1, 1, 1

10. S എന്ന സാമ്പിൾ സ്പെയിസിലെ ഇവൻസുകളാണ് E ഉം F ഉം എങ്കിൽ

$p(E \cap F) =$ _____ . $p(E/F)$

- (A) $p(E)$ (B) $p(F)$
 (C) $p(E \cup F)$ (D) None

PART – II

A. Answer any 3 questions from 11 to 15. Each carries 2 scores. (3 × 2 = 6)

11. Show that the relation R in the set {1, 2, 3} given by $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ is symmetric, but neither reflexive nor transitive.

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ is a singular matrix, then find the value of x.

13. The total revenue in rupees received from the sale of x units of a product given by $R(x) = 13x^2 + 26x + 15$. Find the marginal revenue when $x = 5$.

14. Evaluate $\int \frac{2x \, dx}{1 + x^2}$

15. Find the vector equation of the line that passes through the origin and (5, -2, 3).

B. Answer any 2 questions from 16 to 18. Each carries 2 scores. (2 × 2 = 4)

16. Find the value of $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$.

17. Using elementary transformation, find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

PART – II

A. 11 മുതൽ 15 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 2 സ്കോർ വീതം. (3 × 2 = 6)

11. $\{1, 2, 3\}$ എന്ന ഗണത്തിലെ $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ എന്ന റിലേഷൻ സിമട്രിക്കാണെന്നും റിഫ്ലക്സിവ് ട്രാൻസിറ്റീവ് എന്നിവ അല്ല എന്നും തെളിയിക്കുക.

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ ഒരു സിൻഗുലർ മെട്രിക്സ് ആയാൽ, x ന്റെ വില എത്ര ?

13. $R(x) = 13x^2 + 26x + 15$ എന്നത് x യൂണിറ്റ് ഉൽപ്പന്നങ്ങൾക്ക് കിട്ടുന്ന വരുമാനം ആയാൽ, $x = 5$ ആകുമ്പോഴുള്ള മാർജിനൽ വരുമാനം എത്ര ?

14. $\int \frac{2x \, dx}{1 + x^2}$ വിലകാണുക.

15. ഒറിജിൻ, $(5, -2, 3)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന രേഖയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യം എഴുതുക.

B. 16 മുതൽ 18 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 2 സ്കോർ വീതം. (2 × 2 = 4)

16. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ന്റെ വില കാണുക ?

17. എലിമെന്ററി ട്രാൻസർഫർമേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടെത്തുക.

18. Evaluate : $\int_0^1 x^2 dx$

PART – III

A. Answer any 3 questions from 19 to 23. Each carries 4 scores. (3 × 4 = 12)

19. Consider $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ given by $f(x) = 4x + 3$. Show that f is invertible. (4)

20. (a) If $xy < 1$, then $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(b) Prove that :

$$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4} \quad (3)$$

21. If $f(x) = 2x^2 - 3x$, then

(a) Find $f'(x)$ (1)

(b) Find the intervals in which the function $f(x)$ is strictly increasing and decreasing. (3)

22. Evaluate :

(a) $\int \frac{dx}{x+a}$ (1)

(b) $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$ (3)

23. (a) Sketch the curve $y^2 = x$ and the lines $x = 1, x = 4$. (1)

(b) Find the area of the region bounded by the curve and the X – axis. (3)

18. $\int_0^1 x^2 dx$ ന്റെ വില കാണുക.

PART – III

A. 19 മുതൽ 23 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക.
4 സ്കോർ വീതം. (3 × 4 = 12)

19. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ൽ $f(x) = 4x + 3$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ഇൻവെർട്ടിബിൾ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

20. (a) $xy < 1$ ആയാൽ $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(b) തെളിയിക്കുക :

$$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4} \quad (3)$$

21. $f(x) = 2x^2 - 3x$ ആയാൽ

(a) $f'(x)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

(b) $f(x)$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ സ്ട്രിക്ട്ലി ഇൻക്രീസിംഗും ഡിക്രീസിംഗുമാകുന്ന ഇൻ്റർവെൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

22. വില കണ്ടുപിടിക്കുക :

(a) $\int \frac{dx}{x+a}$ (1)

(b) $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$ (3)

23. (a) $y^2 = x, x = 1, x = 4$ എന്നിവ വരയ്ക്കുക. (1)

(b) ഇത് X – അക്ഷവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

B. Answer any 1 question from 24 and 25. Carries 4 scores. (1 × 4 = 4)

24. Find the equation of the plane through the intersection of the planes $3x - y + 2z - 4 = 0$ and $x + y + z - 2 = 0$ and the point $(2, 2, 1)$. (4)

25. Using properties of determinants, prove that $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$. (4)

PART – IV

A. Answer any 3 questions from 26 to 29. Each carries 6 scores. (3 × 6 = 18)

26. (a) Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$, whose elements are given by $a_{ij} = i/j$. (2)

(b) Solve the following system of equation using matrix method : (4)

$$2x + 5y = 1, \quad 3x + 2y = 7$$

27. (a) If $f(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{if } x \leq 2 \\ 3 & \text{if } x > 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 2$, find the value of k . (3)

(b) If $x = a \cos \theta$ and $y = b \sin \theta$, find $\frac{dy}{dx}$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$. (3)

28. (a) Form the differential equation representing the family of curves $y = a \sin(x + b)$, where a and b are arbitrary constants. (3)

(b) Find the general solutions of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$. (3)

B. 24, 25 ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 1 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ.

(1 × 4 = 4)

24. $3x - y + 2z - 4 = 0$, $x + y + z - 2 = 0$ എന്നീ തലത്തിന്റെ സംഗമത്തിലൂടെയും $(2, 2, 1)$ എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയും കടന്ന് പോകുന്നതുമായ തലത്തിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടെത്തുക. (4)

25. ഡിറ്റർമിനന്റിന്റെ സവിശേഷതകൾ ഉപയോഗിച്ച് തെളിയിക്കുക

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a). \quad (4)$$

PART - IV

A. 26 മുതൽ 29 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. (3 × 6 = 18)

26. (a) $a_{ij} = i/j$ എലിമന്റസ് ആയ A എന്ന 2×2 മെട്രിക്സ് എഴുതുക. (2)

(b) മെട്രിക്സ് മെത്തേഡ് ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കാണുന്ന സമവാക്യങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുക : (4)

$$2x + 5y = 1, \quad 3x + 2y = 7$$

27. (a) $f(x) = \begin{cases} kx^2, & x \leq 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$, $x = 2$ ൽ കൻഡിന്യൂസ് ആയാൽ k യുടെ വില എത്ര. (3)

(b) $x = a \cos \theta$, $y = b \sin \theta$ ആയാൽ $\theta = \frac{\pi}{4}$ ആകുമ്പോഴുള്ള $\frac{dy}{dx}$ വില കാണുക. (3)

28. (a) $y = a \sin(x + b)$ എന്ന വക്രങ്ങളെ (curves) സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. (a, b എന്നിവ പൊതു സ്ഥിര സംഖ്യകളാണ്) (3)

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ജനറൽ സൊല്യൂഷ്യൻ കാണുക. (3)

29. If $\bar{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ and $\bar{b} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$, then
- (a) Find $\bar{a} \cdot \bar{b}$ (2)
- (b) Find the projection \bar{a} on \bar{b} (2)
- (c) Find $\bar{a} \times \bar{b}$ (2)

B. Answer any 2 question from 30 to 32. Each carries 6 scores. (2 × 6 = 12)

30. (a) If $y = x^{\sin x}$, find $\frac{dy}{dx}$. (3)
- (b) If $y = 5 \cos x - 3 \sin x$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$. (3)
31. Find two numbers whose sum is 24 and whose product is as large as possible. (6)

32. Consider the equation of lines

$$\bar{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\bar{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

- (a) Find the angle between above lines. (2)
- (b) Also find the shortest distance between two lines. (4)

PART – V

Answer any 2 questions from 33 to 35. Each carries 8 scores. (2 × 8 = 16)

33. (a) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. (4)
- (b) If $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $B = [1 \ 3 \ -6]$, verify that $(AB)' = B' \cdot A'$. (4)

29. $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$, $\vec{b} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ എന്നിവ തന്നിരിക്കുന്ന വെക്ടറുകളാണ്.

(a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ കാണുക (2)

(b) \vec{a} യുടെ \vec{b} ക്ക് മുകളിലുള്ള പ്രൊജക്ഷൻ കണ്ടെത്തുക. (2)

(c) $\vec{a} \times \vec{b}$ കാണുക. (2)

B. 30 മുതൽ 32 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. (2 × 6 = 12)

30. (a) $y = x^{\sin x}$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. (3)

(b) $y = 5 \cos x - 3 \sin x$ ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

31. രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക 24 ഉം ഗുണന ഫലം മാക്സിമമാവുന്ന വിധത്തിൽ രണ്ട് സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക ? (6)

32. $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$

$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$

എന്നിവ രണ്ട് രേഖകളുടെ സമവാക്യമാണ്.

(a) രേഖകൾക്കിടയിലെ കോൺ അളവ് എത്ര. (2)

(b) രേഖകൾക്കിടയിലെ കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടെത്തുക. (4)

PART - V

33 മുതൽ 35 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 8 സ്കോർ വീതം. (2 × 8 = 16)

33. (a) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിനെ ഡിമട്രിക്സ്, സ്ക്യൂ സിമട്രിക്സ് മെട്രിക്സുകളുടെ തുകകളാക്കി എഴുതുക. (4)

(b) $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $B = [1 \ 3 \ -6]$ ആയാൽ $(AB)' = B' \cdot A'$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

34. Solve the following linear programming problem graphically : (8)

Maximise $Z = 3x + 2y$ subject to

$$x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

35. (a) Let A and B be independent events with $P(A) = 0.3$ and $P(B) = 0.4$.

Find $P(A \cup B)$ and $P(A/B)$. (3)

(b) A bag contains 4 red and 4 black balls. Another bag contains 2 red and 6 black balls. One of the two bag is selected at random and a ball is drawn from the bag; which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from the first bag. (5)

34. താഴെ പറയുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ളം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുക : (8)

$$x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

എന്നീ നിബന്ധനകൾ ഉപയോഗിച്ച് $Z = 3x + 2y$ എന്നതിനെ മാക്സിമൈസ് ചെയ്യുക.

35. (a) A, B എന്നീ ഇൻഡിപെൻഡന്റ് റൂവൻഡുകളുടെ പ്രോബബിലിറ്റി യഥാക്രമം $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ എന്നിവ ആയാൽ $P(A \cup B)$, $P(A/B)$ എന്നിവ കാണുക. (3)

(b) ബാഗ് ഒന്നിൽ 4 ചുവപ്പ്, 4 കറുപ്പ് പന്തുകളും മറ്റൊരു ബാഗിൽ 2 ചുവപ്പും 6 കറുപ്പും പന്തുകളുണ്ട്. ഒരു ബാഗ് റാൻഡം ആയി തിരഞ്ഞെടുത്ത് അതിൽ നിന്ന് ഒരു ബോൾ എടുത്തപ്പോൾ അത് ചുവപ്പായിരുന്നെങ്കിൽ. ഈ പത്ത് ബാഗ് ഒന്നിൽ നിന്നാകാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ടുപിടിക്കുക. (5)



