

Session 119 | Polynomial 1 | Worksheet 119

- 1) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $(x - 3)$, $(x + 1)$ വീതമായാൽ
- $a(x)$ എന്ന പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
 - $x = 4$ ആകുമ്പോൾ പരപ്പളവ് എത്ര?
 - $x = 0$ ആയാൽ ചതുരം ഉണ്ടാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
 - ചതുരമുണ്ടാകുന്നതിന് x അനുസരിക്കേണ്ട വ്യവസ്ഥ എന്ത്?

Answers

a) $a(x) = (x - 3)(x + 1) = x(x + 1) - 3(x + 1) = x^2 - 2x - 3$

b) $x = 4$ ആയാൽ $a(4) = 4^2 - 2 \times 4 - 3 = 16 - 8 - 3 = 5$

c) $x = 0$ ആയാൽ വശത്തിന്റെ നീളം ന്യൂനസംഖ്യ ആകുന്നു. സമചതുരം ഉണ്ടാകുന്നില്ല

d) $x > 3$ ആയിരിക്കണം .

- 2) ഒരു ചതുരപ്പട്ടിയുടെ വശങ്ങൾ $x - 1$, $x + 2$, $x + 3$ വീതമാണ്.
- വ്യാപ്തം $v(x)$ കണക്കാക്കുക
 - $x = 2$ ആയാൽ വ്യാപ്തം എത്ര?
 - $x = 1$ ആകുന്ന വിധം ചതുരപ്പട്ടി ഉണ്ടാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
 - ചതുരപ്പട്ടി ഉണ്ടാകുന്നതിന് x അനുസരിക്കേണ്ട വ്യവസ്ഥ എന്ത്?

Answers

a) $v(x) = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$
 $v(x) = (x^2 + x - 2)(x + 3) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

b) $v(2) = 2^3 + 4 \times 2^2 + 2 - 6 = 8 + 16 + 2 - 6 = 20$

c) $x = 1$ ആയാൽ വശത്തിന്റെ നീളം 0 ആകുന്നു. പെട്ടി നിർമ്മിക്കാൻ സാധ്യമല്ല

d) $x > 1$

- 3) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വീതി , നീളം , വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം എന്നിവ 1 വീതം വ്യത്യസ്തപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
- വീതി x ആയാൽ നീളവും , വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളവും എത്ര വീതമാണ്?
 - ഇവയെ തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിച്ച് $p(x) = 0$ എന്ന തരത്തിൽ ഒരു സമവാക്യം എഴുതുക
 - സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
 - ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതി വികർണ്ണം എന്നിവ എഴുതുക

Answers

- a) വീതി x ആയാൽ നീളം $x + 1$, വികർണ്ണം $x + 2$
- b) $(x + 2)^2 = x^2 + (x + 1)^2$, $x^2 + 4x + 4 = x^2 + x^2 + 2x + 1$, $x^2 - 2x - 3 = 0$
- c) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times -3}}{2}$
 $x = 3, -1$
- d) ചതുരത്തിന്റെ വശം $x = 3$. വീതി 3, നീളം 4, വികർണ്ണം 5

4) $p(x) = x^2 - 7x + 12$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $p(x) = (x - a)(x - b)$ എന്ന തരത്തിലെഴുതിയാൽ a, b എന്നിവ കണ്ടുകൊടുക്കുക
- b) $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- c) $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക

Answers

- a) $x^2 - 7x + 12 = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$
 $a + b = 7, ab = 12$
- $$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$
- $$(a - b)^2 = (7)^2 - 4 \times 12 \rightarrow a - b = \pm 1$$
- $a - b = 1$ ആയാൽ, $a - b = 1, a + b = 7 \rightarrow 2a = 8, a = 4, b = 3$
 ($a - b = -1$ എന്നെടുത്ത് ചെയ്തതോക്കൂ.)
- b) $p(x) = (x - 4)(x - 3)$
- c) $p(x) = 0 \rightarrow (x - 4)(x - 3) = 0$
 $x = 3, 4$

5) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + k$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) x ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാകാൻ k എത്രയായിരിക്കണം?
- b) $x - 1$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമായാൽ k കണ്ടുകൊടുക്കുക
- c) $x - 1$ ഘടകമാകുന്ന k വില നൽകി ബഹുപദം എഴുതുക
- d) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $x + 1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

Answers

- a) $k = 0$
- b) $x - 1 = 0$ ആയാൽ $p(1) = 0$
 $1^3 - 4 \times 1^2 + 2 \times 1 + k = 0, k = 1$
- c) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$
- d) $p(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 2(-1) + 1 = -1 - 4 - 2 + 1 \neq 0$
 $x + 1$ ഒരു ഘടകമല്ല.

Session 120 | Polynomial 2 | Worksheet 120

1) $p(x) = x^2 - 8x + 12$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $p(x) = (x - a)(x - b)$ ആയാൽ $a + b, ab$ എന്നിവ എത്ര?
- b) a, b എന്നിവ കണക്കാക്കി $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- c) $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക

Answers

a) $x^2 - 8x + 12 = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab, a + b = 8, ab = 12$

b) $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
 $(a - b)^2 = 8^2 - 4 \times 12 = 16, a - b = 4.$
 $a + b = 8, a - b = 4 \rightarrow 2a = 12, a = 6, b = 2$
 $p(x) = (x - 6)(x - 2)$

c) $p(x) = 0 \rightarrow (x - 6)(x - 2) = 0, x = 6, x = 2$

2) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - k$ ആയാൽ

- a) $x - 1$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാകുന്ന k വില എത്ര?
- b) ബഹുപദം എഴുതുക. ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $x + 1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക
- c) $x - 1$ ഘടകമായ ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ തുകയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?
- d) $x - 1$ ഘടകമായ മൂന്ന് ബഹുപദങ്ങൾ എഴുതുക

Answers

a) $(x - 1)$ ഘടകമായാൽ $p(1) = 0$ ആയിരിക്കും.
 $1^3 - 4 \times 1^2 + 6 \times 1 - k = 0, 1 - 4 + 6 - k = 0, k = 3$

b) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 3$
 $p(-1) = (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) - 3 = -1 - 4 - 6 - 3 = -14 \neq 0$
 $p(-1) \neq 0$ ആയതിനാൽ $(x + 1)$ ഘടകമല്ല.

c) $(x - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദത്തിന്റെ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക 0 ആയിരിക്കും.

d) ഗുണകങ്ങളുടെ തുക പൂജ്യമായ ഏത് ബഹുപദവുമായാക്കാം.
 $x^3 - x^2 + x - 1, 2x^3 - 4x^2 + 5x - 3, x^3 - 4x^2 + 2x + 1$

3) $p(x) = x^3 + 1, q(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ എന്ന ബഹുപദങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക

- a) $p(-1), q(-1)$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക
- b) രണ്ട് ബഹുപദങ്ങൾക്കും പൊതുവായ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക
- c) $r(x) = p(x) + q(x)$ കണക്കാക്കുക
- d) $r(x)$ ന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകം ഏത്?

Answers

- a) $p(-1) = (-1)^3 + 1 = -1 + 1 = 0$
 $q(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1 = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$
- b) $p(-1) = 0, q(-1) = 0$. അതിനാൽ $(x - 1)$ രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെയും ഘടകമായിരിക്കും. പൊതുഘടകം $(x - 1)$
- c) $r(x) = (x^3 + 1) + (x^3 + x^2 + x + 1) = 2x^3 + x^2 + x + 2$
- d) $r(-1) = 2(-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 2 = -2 + 1 - 1 + 2 = 0$
 $r(x)$ ന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകമാണ് $x + 1$

4) $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x^2 - 1$ എങ്കിൽ

- a) $p(1), p(-1)$ എന്നിവ എത്ര?
 b) $a = -c, b = -d$ എന്ന് സ്ഥാപിക്കുക
 c) $x^2 - 1$ ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം എഴുതുക

Answers

- a) $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$
 $p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x - 1), (x + 1)$
 അതിനാൽ $p(-1) = 0, p(1) = 0$
- b) $p(1) = 0 \rightarrow a + b + c + d = 0$
 $p(-1) = 0 \rightarrow a - b + c - d = 0, a + c = b + d$
 $a + b + c + d = 0 \rightarrow 2(a + c) = 0, a + c = 0, a = -c, b = -d$
- c) $a = -c, b = -d$ എന്ന വ്യവസ്ഥ അനുസരിക്കുന്ന $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദം എഴുതിയാൽ മതി. ഉദാഹരണം $3x^3 - 4x^2 - 3x + 4$

5) $p(x) = x^3 - 8$ ആയാൽ

- a) $x - 2$ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ?
 b) $x^3 - 27$ ന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകം എഴുതുക
 c) $x^3 - 27$ ന്റെ രണ്ടാംകൃതി ഘടകം എഴുതുക

Answers

- a) $p(2) = 2^3 - 8 = 8 - 8 = 0$
 $x - 2$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്
- b) $q(x) = x^3 - 27$ ആയാൽ $q(3) = 3^3 - 27 = 27 - 27 = 0$
 $x - 3$ എന്നത് $x^3 - 27$ ന്റെ ഘടകമാണ്
- c) $x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$ എന്നെഴുതാം. $ax^2 + bx + c$ രണ്ടാംകൃതിയിലുള്ള ഘടകമാണ്.
- $x^3 - 27 = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$
 $x(ax^2 + bx + c) - 3(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - 3ax^2 - 3bx - 3c = ax^3 + (b - 3a)x^2 + (c - 3b)x - 3c$
 ഗുണകങ്ങളെ തുലനം ചെയ്താൽ $a = 1, (b - 3a) = 0, (c - 3b) = 0, -27 = -3c, c = 9$
 $c - 3b = 0 \rightarrow 9 - 3b = 0, b = 3,$
 രണ്ടാംകൃതി ഘടകം $x^3 + 3x + 9$

Session 121 | Polynomial 3 | Worksheet 121

- 1) $p(x) = 3x^2 + 4x + 1$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക
- a) $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- b) $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ എഴുതുക

Answers

a) $p(x) = 3x^2 + 4x + 1 = k(x - a)(x - b) = k(x^2 - (a + b)x + ab) = kx^2 - k(a + b)x + kab$
 $k = 3, a + b = -\frac{4}{3}, ab = \frac{1}{3}$
 $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \rightarrow \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$
 $a - b = \frac{2}{3}$
 $a - b = \frac{2}{3}, a + b = -\frac{4}{3} \rightarrow a = -\frac{1}{3}, b = -1$
 $p(x) = k(x - a)(x - b) \rightarrow 3\left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right)(x - (-1)) = 3\left(\frac{3x+1}{3}\right)(x+1) = (x+1)(3x+1)$

b) $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1, 3x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

- 2) $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 7$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക
- a) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $x - 1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക
- b) ഘടകമല്ലെങ്കിൽ $p(x)$ ൽ നിന്നും ഏത് സംഖ്യ കറച്ചാൽ $x - 1$ ഘടകമായ $q(x)$ എന്ന ബഹുപദം കിട്ടും?
- c) $q(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ മൂന്ന് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- d) $q(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

Answers

a) $p(1) = 1^3 + 4 \times 1^2 + 1 - 7 = 6 - 7 = -1 \neq 0$
 $x - 1$ ഘടകമല്ല.

b) $p(1) = -1$ ആയതിനാൽ $p(x)$ ൽ നിന്നും -1 കറച്ചാൽ $(x - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും.
 $q(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

c) $x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ എന്നെഴുതാം.
ഇരു വശത്തെയും സ്ഥിരസംഖ്യകൾ തുലനം ചെയ്താൽ $-6 = -c, c = 6$
ഇരു വശത്തെയും x ന്റെ ഗുണകങ്ങൾ തുലനം ചെയ്താൽ $1 = c - b \rightarrow 1 = 6 - b, b = 5$
ഇതു വശത്തും x^2 ന്റെ ഗുണകങ്ങൾ തുലനം ചെയ്താൽ $-a + b = 4, -a + 5 = 4, a = 1$
 $ax^2 + bx + c = x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$
 $q(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$

d) $q(x) : (x + 1)(x + 2)(x + 3) = 0, x = -1, -2, -3$ എന്നിവയാണ് പരിഹാരങ്ങൾ

- 3) $x^2 - 20x + 91$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക. ഈ ബഹുപദം ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവാണ്. വശങ്ങൾ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളാണ്.
- a) വശങ്ങളാകുന്ന ബഹുപദങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- b) ചതുരം രൂപപ്പെടുന്നതിന് അനുസരിക്കേണ്ട വ്യവസ്ഥ എന്ത്?
- c) ഈ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബഹുപദം എഴുതുക

Answers

- a) $p(x) : x^2 - 20x + 91 = 0$ ആയാൽ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $x = 13, 7$
 $p(x) = (x - 7)(x - 13)$
 വശങ്ങൾ $x - 7, x - 13$
- b) വശത്തിന്റെ നീളം 0 ത്തേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കണം $x - 13 > 0 \rightarrow x > 13$
- c) ചുറ്റളവ് $= 2(x - 13 + x - 7) = 2(2x - 20) = 4x - 40$

4) $x^3 + 2x^2$ എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടുമ്പോൾ $x^2 - 1$ ഘടകമായ $p(x)$ എന്ന ബഹുപദം കിട്ടുന്നു

- a) $p(x)$ ന്റെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?
- b) കൂട്ടേണ്ട ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം ഏത്?
- c) $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

Answers

- a) $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ ആയതിനാൽ $p(x)$ ന്റെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ $x - 1, x + 1$ ആണ്.
- b) കൂട്ടേണ്ട ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $ax + b$ ആയാൽ $p(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$ $(x - 1)$ ഘടകമായതിനാൽ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക 0.
 $1 + 2 + a + b = 0, a + b = -3$
 $x - 1$ ഘടകമായതിനാൽ $p(-1) = 0$
 $-1 + 2 - a + b = 0, a - b = 1$
 $a + b = -3, a - b = 1 \rightarrow 2a = -2, a = -1, b = -2$
 കൂട്ടേണ്ട പദം $ax + b = -x - 2$
 $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$
- c) ഒരു ഘടകം $x^2 - 1$ ആണ്. ഇത് രണ്ടാംകൃതി ഘടകമാണ്. അടുത്ത ഘടകം $px + q$ ആയാൽ
 $x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x^2 - 1)(px + q)$
 $q = 2, p = 1$ എന്ന് ഗുണകങ്ങളെ തുലനം ചെയ്താൽ കിട്ടും. മൂന്നാം ഘടകം $x + 2$

5) $p(x) = x^2 + 4x + k$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $k = 0$ ആയാൽ $p(x)$ ന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ എഴുതുക
- b) $k = 4$ ആകുമ്പോഴുള്ള ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?
- c) $p(x)$ ന് രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളുണ്ടാകാൻ k യുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയെത്ര?

Answers

- a) $k = 0$ ആയാൽ $p(x) = x^2 + 4x$. ഒരു ഘടകം x മറ്റേ ഘടകം $x + 4$
- b) $x = 4$ ആയാൽ $x^2 + 4x + k = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)(x + 2)$. ഘടകങ്ങൾ രണ്ടും $x + 2$ ആണ്
- c) $p(x) = x^2 + 4x + k$ എന്നത് രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി കരുതുക.
 ഇവ $(x - a), (x - b)$ ആയാൽ $x^2 + 4x + k = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$
 $a + b = -4, ab = k$ എന്നെഴുതാം. $(a - b)^2 = 4^2 - 4k$ എന്നാകുന്നു. k എന്നത് 4 ൽ കൂടിയാൽ $(a - b)^2$ എന്നത് ന്യൂനസംഖ്യയാകുന്നു. ഇത് അർത്ഥപൂർണ്ണമല്ല. അതിനാൽ k എന്നത് 4 അല്ലെങ്കിൽ 4 ൽ കുറവ്യാകണം.

¹John P A, jpavpz@gmail.com, sjpuzzles@gmail.com ,9847307721

Session 122 | Polynomial 4 | Worksheet 122

- 1) $p(1) = p(-2) = p(0) = 0$ ആയ $p(x)$ എന്ന ഒരു മൂന്നാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക
- നിങ്ങൾ എഴുതിയ ബഹുപദത്തിന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?
 - എഴുതിയ ബഹുപദത്തോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ $x + 1$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും

Answers

a) $p(1) = 0$ ആയതിനാൽ $x - 1$ ഘടകമാണ്. $p(-2) = 0$ ആയതിനാൽ $x + 2$ ഘടകമാണ്. $p(0) = 0$ ആയതിനാൽ x ഒരു ഘടകമാണ്.
 $p(x) = x(x - 1)(x + 2)$, $p(x) = x^3 + x^2 - 2x$ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ $x - 1, x + 2, x$

b) $x + 1$ ഘടകമായാൽ $p(-1) = 0$ ആയിരിക്കും.
 $p(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 - 2 \times (-1) = -1 + 1 + 2 = 2 \neq 0$. അതിനാൽ $p(x)$ ൽ നിന്നും -2 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x + 1$.

- 2) $p(x) = 4x^2 - 16x + 15$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക
- $p(x)$ നെ $(x - a)(x - b)$ എന്നെഴുതിയാൽ $a + b, ab$ എന്നിവ എത്രവീതമാണ്
 - $a - b$ കണക്കാക്കുക
 - $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
 - $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണക്കാക്കുക

Answers

a) $4x^2 - 16x + 15 = k(x - a)(x - b) = k(x^2 - (a + b)x + ab) = kx^2 - k(a + b)x + kab$
 x^2 ഗുണകങ്ങൾ തുല്യം ചെയ്താൽ $k = 4$
 $16 = k(a + b) \rightarrow a + b = \frac{16}{4} = 4$
 $kab = 15 \rightarrow ab = \frac{15}{4}$

b) $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 4^2 - 4 \times \frac{15}{4} = 1, a - b = 1$

c) $a + b = 4, a - b = 1 \rightarrow 2a = 5, a = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$
 $p(x) = 4(x - \frac{5}{2})(x - \frac{3}{2}) = 4(\frac{2x-5}{2})(\frac{2x-3}{2}) = (2x - 5)(2x - 3)$

d) $p(x) = 0 \rightarrow 2x - 3 = 0, x = \frac{3}{2}, 2x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}$

- 3) $p(x) = x^n + 1$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക
- $x + 1$ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാകാൻ n സ്വീകരിക്കേണ്ട എണ്ണൽ സംഖ്യാവിലകളുടെ പ്രത്യേകതയെന്ത്?
 - $x - 1$ ഘടകമാകാൻ n ന് അനുയോജ്യമായ വില ഉണ്ടാകുമോ
 - $x^2 - 1$ ഘടകമാകുന്ന വിധം n ഉണ്ടാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

Answers

- a) n ഒറ്റസംഖ്യ ആയിരിക്കണം. n ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ $p(-1) = (-1)^n + 1 = -1 + 1 = 0$. അപ്പോൾ $(x + 1)$ ഘടകമായിരിക്കും.
- b) n ഒറ്റസംഖ്യ ആയാലും ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാലും $P(1) \neq 0$. അതിനാൽ $x - 1$ ഘടകമാകുന്ന n ഉണ്ടായിരിക്കുകയില്ല.
- c) $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$.
 $x + 1$ ഉം $x - 1$ ഉം ഘടകമാകുന്ന n ഉണ്ടായിരിക്കുകയില്ല. അതിനാൽ $x^2 - 1$ ഘടകമാകില്ല.

4) $p(x) = x^2 + 6x + k$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $k = 0$ ആയാൽ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?
- b) രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളും ഒരേ ബഹുപദമാകാൻ k സ്വീകരിക്കേണ്ട വിലയെത്ര?
- c) ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഉണ്ടാകാതിരിക്കാൻ k സ്വീകരിക്കേണ്ട വിലകൾ ഏതെല്ലാം?
- d) $k = 8$ ആയാൽ ബഹുപദത്തിന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?

Answers

- a) $k = 0$ ആയാൽ $p(x) = x^2 + 6x \rightarrow x(x + 6)$, ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ $x, x + 6$
- b) $x^2 + 6x + k = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$ ആയാൽ $(x + 3)^2$ എന്നെഴുതാം. ഇതിനായി $k = 9$ ആയിരിക്കണം. അപ്പോൾ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളായി $x + 3, x + 3$ എന്നിവ കിട്ടും.
- c) $x^2 + 6x + k = (x - a)(x - b)$ എന്നെഴുതിയാൽ $a + b = -6, ab = k$
 $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \rightarrow (a - b)^2 = (-6)^2 - 4 \times k$
 $(a - b)^2 = 36 - 4k$.
 $k > 9$ ആയാൽ $(a - b)^2$ ന്യൂനസംഖ്യയാകും. അത് സാധ്യമല്ല. അതിനാൽ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഇല്ലാതിരിക്കാൻ $k > 9$ ആകണം.
- d) $k = 8$ ആയാൽ $p(x) = x^2 + 6x + 8 = x^2 + 4x + 2x + 8 = x(x + 4) + 2(x + 4) = (x + 4)(x + 2)$
ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ $(x + 4), (x + 2)$

5) $p(x) = ax^2 - 2bx + c$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $x - 1$ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായാൽ a, b, c സമാന്തരശ്രേണിയിലാണെന്ന് സ്ഥാപിക്കുക
- b) a, b, c സമാന്തരശ്രേണിയിൽ വരുന്ന രണ്ട് ബഹുപദങ്ങൾ എഴുതുക
- c) $x^2 - 1$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഘടകമായാൽ $a + c$ എത്ര?

Answers

- a) $x - 1$ ഘടകമായാൽ $p(1) = 0$.
 $a \times 1^2 - 2b \times 1 + c = 0, a - 2b + c = 0$
 $a + c = 2b, a + c = b + b \rightarrow b - a = c - b \rightarrow a, b, c$ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്.
- b) $a = 4, b = 3, c = 2$ ആയാൽ $4x^2 - 6x + 2$.
- c) $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$, അതായത് $x - 1, x + 1$ എന്നിവ ഘടകങ്ങളാണ്. $p(1) = 0 \rightarrow a - 2b + c = 0$
 $p(-1) = 0 \rightarrow a + 2b + c = 0$
ഈ സമവാക്യങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ $2a + 2c = 0, a + c = 0$

Session 123 | Polynomial 5 | Worksheet 123

1) $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $p(1)$ കണക്കാക്കുക. $x - 1$ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ?
- b) $p(x)$ നെ $x - 1$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലം കണക്കാക്കുക
- c) ഹരണഫലത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- d) $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ എഴുതുക

അല്ലെങ്കിൽ

$x^3 + 4x^2 + x - 6$ എന്ന ബഹുപദത്തെ മൂന്ന് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

Answers

- a) $p(1) = 1^3 + 4 \times 1^2 + 1 - 6 = 1 + 4 + 1 - 6 = 0$
 Since $p(1) = 0$ ഇതിൽ നിന്നും $(x - 1)$ ഘടകമാണെന്ന് മനസിലാക്കാം.
- b) Let $ax^2 + bx + c$ ആണ് ഹരണഫലം $x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$
 $x^3 + 4x^2 + x - 6 = x(ax^2 + bx + c) - (ax^2 + bx + c) = ax^3 + (b - a)x^2 + (c - b)x - c$
 ഗുണകങ്ങൾ തുലനം ചെയ്താൽ $a = 1, b - a = 4 \rightarrow b = 4 + a = 4 + 1 = 5, c - b = 1 \rightarrow c = 1 + b = 1 + 5 = 6$
 ഹരണഫലം $x^2 + 5x + 6$
- c) $x^2 + 5x + 6 = x^2 + 2x + 3x + 6 = x(x + 2) + 3(x + 2) = (x + 2)(x + 3)$
- d) $p(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3), p(x) = 0 \rightarrow (x + 1) = 0 \text{ or } (x + 2) = 0 \text{ or } (x + 3) = 0$
 $x = -1, -2, -3$

2) $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $x - 1$ ഘടകമാകുന്ന ഒരു നാലാംകൃതി ബഹുപദം അനുയോജ്യമായ ഗുണകങ്ങൾ നൽകി എഴുതുക
- b) $x + 1$ ഘടകമായാൽ ഗുണകങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത്?
- c) രണ്ടുസാഹചര്യങ്ങളിലെയും ഗുണകങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഉപയോഗിച്ച് $x^2 - 1$ ഘടകമായ നാലാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക

Answers

- a) $x - 1$ ഘടകമായതിനാൽ $p(1) = 0$. ഗുണകങ്ങളുടെ തുക 0.
 $p(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x - 10$
- b) $x + 1$ ഘടകമായതിനാൽ $p(-1) = 0$.
 $a - b + c - d + e = 0$ That is $a + c + e = b + d$
 ഗുണകങ്ങൾ അനയോജ്യമായ വിധം തിരഞ്ഞെടുത്താൽ . $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 2$
 $q(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 2$
- c) വ്യവസ്ഥകൾ ചേർത്ത് $a + b + c + d + e = 0$ and $a + c + e = b + d, 2(b + d) = 0, b + d = 0, b = -d$
 Also $a + c + e = 0$
 ഉദാഹരണം $r(x) = 4x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 5x - 7$.

3) $p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ $p(\frac{1}{2}) = 0, p(\frac{1}{3}) = 0$, സ്ഥിരസംഖ്യാപദം 4 ആണ് .

- a) $p(x) = ax^2 + bx + 4$ ആയാൽ a, b എന്നിവ കണക്കാക്കുക
- b) ബഹുപദം എഴുതുക. ഈ ബഹുപദത്തോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടി $x - 1$ ഘടകമായ രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതാം?

Answers

- a) $p(\frac{1}{2}) = 0, a(\frac{1}{2})^2 + b(\frac{1}{2}) + 4 = 0$
 $\frac{a}{4} + \frac{b}{2} = -4, a + 2b = -16$
 $a(\frac{1}{3})^2 + b(\frac{1}{3}) + 4 = 0, \frac{a}{9} + \frac{b}{3} = -4, a + 3b = -36$
 സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കണ്ടാൽ $a + 2b = -16, a + 3b = -36 . a = 24, b = -20$
- b) $p(x) = 24x^2 - 20x + 4$
 $p(1) = 8, -8$ കൂട്ടണം

4) $x^2 + kx + 6$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $x - 1$ ഘടകമാകാൻ k ഏത് സംഖ്യ ആകണം?
- b) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ മറ്റൊരു ഒന്നാംകൃതി ഘടകം കണക്കാക്കുക
- c) $x^2 - 7x + 6 = 0$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ എഴുതുക

Answers

- a) If $x - 1$ ഘടകമായതിനാൽ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക 0 . $k = -7$
- b) $x^2 - 7x + 6 = x^2 - x - 6x + 6 = x(x - 1) - 6(x - 1) = (x - 1)(x - 6)$. അടുത്ത ഘടകം $x - 6$
- c) $x = 1, x = 6$

5) $p(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3) + k$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $p(-1) = 10$ ആയാൽ k ആകുന്ന സംഖ്യ ഏത്?
- b) k യുടെ വില ഉപയോഗിച്ച് ബഹുപദം എഴുതുക
- c) ബഹുപദത്തിലെ സ്ഥിരസംഖ്യയിൽ മാത്രം മാറ്റം വരുത്തി $x - 1$ ഘടകമാകുന്ന ബഹുപദം എഴുതുക

Answers

a) $p(-1) = 10 \rightarrow k = 10$

b) $p(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3) + 10 = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

c) 6 നെ -18 ആക്കി മാറ്റണം

1