ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 15 (23 / 07 /2021)

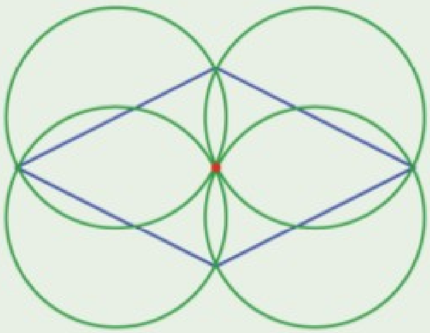
2 . വൃത്തങ്ങൾ - ക്ലാസ്സ് - 3 part 2

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചത് .

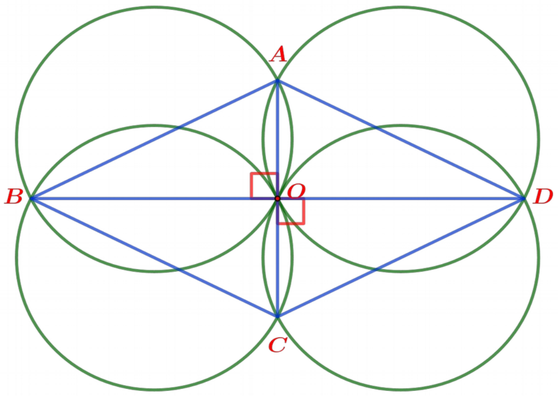
- **വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ ,വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതൊരു ബിന്ദുവായി യോജിപ്പിച്ചാലും കിട്ടുന്നത് മട്ടകോണാണ് .**
- **അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടമാണ് .**
- **ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ ,അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലായിരിക്കും**
- **വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിനകത്തെ ബിന്ദുവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90° യേക്കാൾ കൂടുതലും , വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90° യും , വൃത്തത്തിന് പുറത്തെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90° യേക്കാൾ കുറവുമായിരിക്കും**

<u>പ്രവർത്തനം 1</u>

ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലു വശങ്ങളും വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളെല്ലാം പൊതുവായ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകും എന്നു തെളിയിക്കുക.



<u>ഉത്തരം</u> .



ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികമാണ് . വികർണങ്ങൾ O എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു .

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^o$$

(ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമാണ്) .

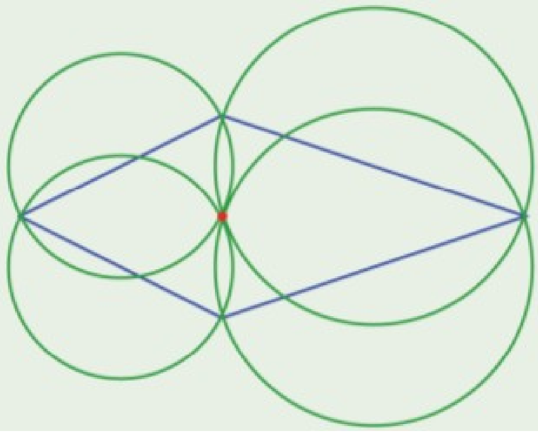
AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തം O യിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു .(ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലായിരിക്കും)

ഇതുപോലെ തന്നെ BC , CD , AD എന്നി വശങ്ങൾ വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തങ്ങൾ O യിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു .

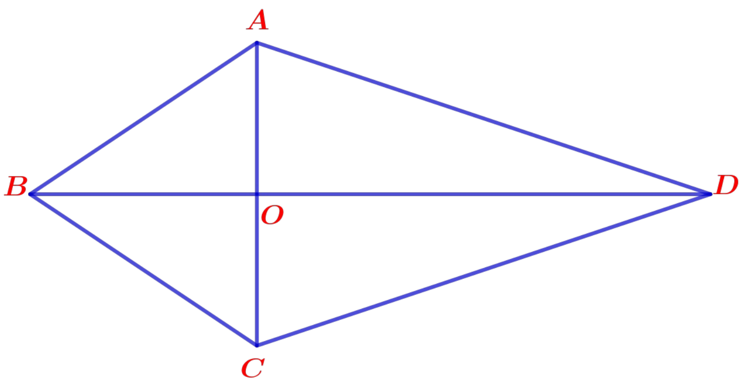
അതായത് ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലുവശങ്ങളും വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളെല്ലാം പൊതുവായ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു .

പ്രവർത്തനം 2

ചിത്രത്തിലേതുപോലെ സമീപവശങ്ങൾ തുല്യമായ ഏതു ചതുർഭുജത്തിലും ഇതു ശരിയാണെന്നു തെളിയിക്കുക.



ഉത്തരം .



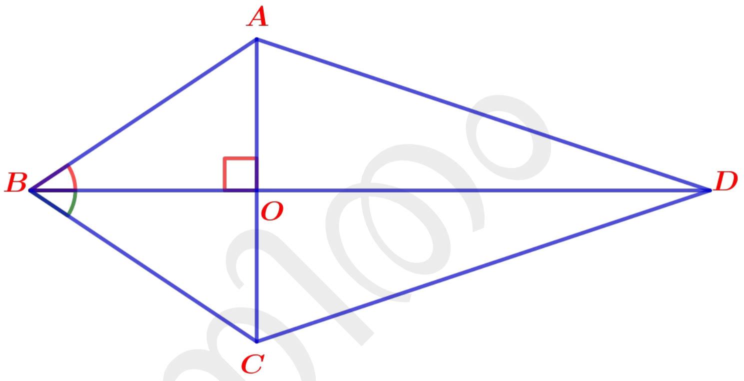
ചിത്രത്തിൽ AB = BC , AD = CD

ത്രികോണം ABD യും ത്രികോണം BCD യും തുല്യത്രികോണങ്ങളാണ് .

(AB = BC , AD = CD , BD = BD)

അതുകൊണ്ട് ∠ ABD = ∠ CBD

(തുല്യത്രികോണങ്ങളുടെ തുല്യവശ ങ്ങൾക്കെതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്)



കൂടാതെ ത്രികോണം AOB യും ത്രികോണം BOC യും തുല്യ ത്രികോണങ്ങളാണ് . (AB = BC , BO = BO , ∠ABO = ∠CBO)

അതുകൊണ്ട് . ∠AOB = ∠ BOC

കൂടാതെ . ∠AOB + ∠ BOC = 180° (രേഖീയജോടി)

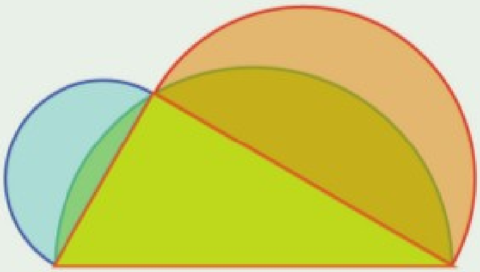
അതുകൊണ്ട് . ∠AOB = ∠BOC = 90°

AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തം O യിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു . (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലായിരിക്കും)

ഇതുപോലെ തന്നെ BC , CD , AD എന്നി വശങ്ങൾ വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തങ്ങൾ O യിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു .

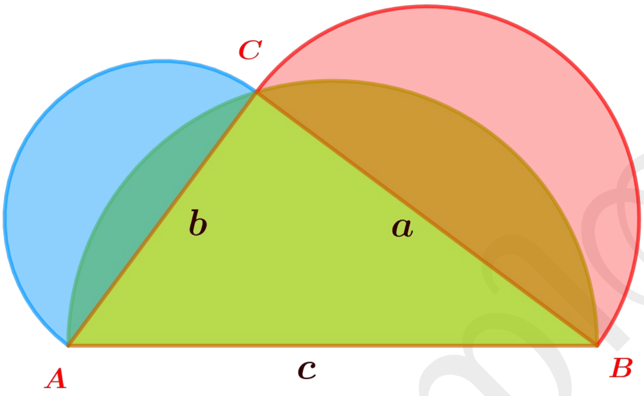
പ്രവർത്തനം 3

ഒരു അർധവൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവും, വ്യാസത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളും ചേർത്ത് ഒരു ത്രികോണം വരച്ചു. തുടർന്ന്, ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങൾ വ്യാസമായി അർധവൃത്തങ്ങളും വരച്ചു.



രണ്ടാം ചിത്രത്തിലെ നീലയും ചുവപ്പുമായ ചന്ദ്രക്കലകളുടെ പരപ്പളവുകൾ കൂട്ടിയാൽ, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കിട്ടുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.

<u>ഉത്തരം</u> .



ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് C .

$\angle$ACB = 90 º (അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)

BC = a , AC = b , AB = c എന്നെടുത്താൽ , മട്ടത്രികോണം ACB യിൽ

$BC^2 + AC^2 = AB^2$ ==> $a^2 + b^2 = c^2$ **(പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം)**

BC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \pi \times \frac{a^2}{4} = \frac{\pi a^2}{8}$

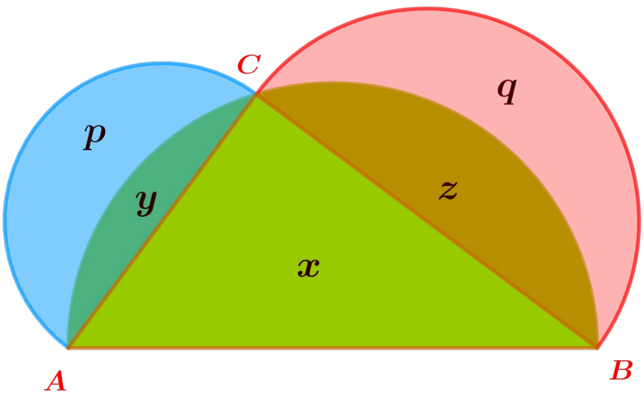
AC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \pi \times \frac{b^2}{4} = \frac{\pi b^2}{8}$

AB വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \pi \times \frac{c^2}{4} = \frac{\pi c^2}{8}$

BC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + AC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ

പരപ്പളവ് $= \frac{\pi a^2}{8} + \frac{\pi b^2}{8} = \frac{\pi a^2 + \pi b^2}{8} = \frac{\pi (a^2 + b^2)}{8} = \frac{\pi c^2}{8}$

= AB വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്



ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് x എന്നും നീലചന്ദ്രക്കലയുടെ പരപ്പളവ് p എന്നും ചുവന്ന ചന്ദ്രക്കലയുടെ പരപ്പളവ് q എന്നും അർധവൃത്തങ്ങൾക്കിയയിലുള്ള ഭാഗങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ y , z എന്നും എടുത്താൽ

AC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + BC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = AB വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$$==> \quad (p + y) + (q + z) = x + y + z$$

$$p + q + y + z = x + y + z$$

$$p + q = x$$

അതായത് ,

നീലചന്ദ്രക്കലയുടെ പരപ്പളവ് + ചുവന്ന ചന്ദ്രക്കലയുടെ പരപ്പളവ്

= ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്