ഒയാസിസ്

റിവിഷൻ പാക്കേജ്

പത്താം തരം

ഗണിതം

ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ പരിശീലന സ്ഥാപനം (ഡയറ്റ്)
ഇടുക്കി, തൊടുപുഴ
2020-21

ശിൽപ്പശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ

1. **ബിന്ദു സി.റ്റി.**

   എച്ച്.എസ്.ടി (ഗണിതം)

   ജി.എച്ച്.എസ് അടിമാലി

2. **ആര്യ സുരേന്ദ്രൻ**

   എച്ച്.എസ്.ടി (ഗണിതം)

   ജി.എച്ച്.എസ്. മന്നാങ്കണ്ടം

3. **പാത്തുമ്മ എം.എം**

   എച്ച്.എസ്.ടി (ഗണിതം)

   ജി.വി.എച്ച്.എസ്.എസ്. വാഴത്തോപ്പ്

അക്കാദമിക മേൽനോട്ടം

എ.എം. ഷാജഹാൻ

ലക്ചറർ, സി.എം.ഡി.ഇ ഫാക്കൽറ്റി, ഡയറ്റ്, ഇടുക്കി

ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ പരിശീലന സ്ഥാപനം (ഡയറ്റ്)

ഇടുക്കി, തൊടുപുഴ

ഫോൺ: 04862 226990 **email: dietidukki@gamil.com**

website: www.dietidukki.in

റിവിഷൻ പാക്കേജിനെക്കുറിച്ച്

'മൾട്ടിപ്പിൾ റപ്രസന്റേഷൻ ഓഫ് റിയാലിറ്റി' എന്ന ആശയത്തിന് ജ്ഞാനനിർമ്മിതി സമീപനത്തിൽ വളരെ പ്രധാന്യമുണ്ട്. Glasersfeld (2008; 1991; 1989) ന്റെ അഭിപ്രായത്തിൽ യഥാർത്ഥ ലോകവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഒരാളുടെ തലച്ചോറിൽ ഉണ്ടാകുന്ന രൂപം യഥാർത്ഥ ലോകത്തെ കൃത്യമായി പ്രതിഫലിപ്പിക്കുന്നുവെന്ന് നമുക്ക് യാതൊരു ഉറപ്പുമില്ല. ഇത് മനുഷ്യന്റെ സംവേദനവ്യവസ്ഥ യാഥാർത്ഥ്യത്തെ തലച്ചോറിൽ എങ്ങനെ ക്രമീകരിക്കുകയും രൂപപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യുന്നതിനെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുമത്രേ! ഗ്ലെയ്സേർസ് ഫെഡിന്റെ ജ്ഞാനനിർമ്മിതിവാദം റാഡിക്കൽ കൺസ്ട്രക്റ്റിവിസം (Radical Constructivism) എന്ന പേരിലാണ് അറിയപ്പെടുന്നത്. ഒരാൾ ഒരു താമരപ്പൂ കാണുമ്പോൾ അയാളുടെ മനസ്സിൽ രൂപപ്പെടുന്ന ആശയം അഥവാ രൂപം യഥാർത്ഥ താമരപ്പൂവിന്റേതു തന്നെയാണോയെന്നത് നമ്മൾക്കെങ്ങനെ അറിയാൻ കഴിയും? അതുകൊണ്ടുകൂടിയാണ് പഠനപ്രക്രിയയിലുടനീളം മനസ്സിലാക്കിയ കാര്യങ്ങളെ പലരീതിയിൽ രേഖപ്പെടുത്താനുള്ള അവസരങ്ങൾ കുട്ടികൾക്ക് നൽകണമെന്ന് പറയുന്നത്. പദസൂര്യൻ, പട്ടിക, ആശയഭൂപടം, ചിത്രീകരണം, ഫ്ലോചാർട്ട്, ടൈംലൈൻ, മൈന്റ് മാപ്പിംഗ് തുടങ്ങി മറ്റു പല തരത്തിലുള്ള കൊഗ്നിറ്റീവ് ഓർഗനൈസേഷനുകളായി നേടിയ അറിവിനെ ക്രമീകരിക്കുന്നതിലൂടെ ഓരോ കുട്ടിയുടെയും മാനസികനില, അറിവിന്റെ തലം, വികാസം എന്നിവ അധ്യാപകർക്ക് കണ്ടെത്താൻ കഴിയും. ഇതിലൂടെ നേടിയ അറിവ് യാഥാർത്ഥ്യത്തോട് എത്ര മാത്രം അടുത്തുനിൽക്കുന്നു എന്നത് ഗുണാത്മകമായി വിശകലനം ചെയ്യാനും സാധിക്കുന്നു. ഇത്തരം രേഖപ്പെടുത്തലുകൾക്കുള്ള അവസരമൊരുക്കുന്നത് ബഹുമുഖ ബുദ്ധിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് മാത്രമല്ലെന്ന് സാരം.

പഠനപ്രക്രിയയുടെ ഓരോ ഘട്ടത്തിലും കുട്ടിക്ക് ഇതിനുള്ള അവസരങ്ങൾ പല രീതിയിൽ അധ്യാപിക ഒരുക്കിക്കൊടുക്കുന്നതിനനുസരിച്ചായിരിക്കും രൂപപ്പെടുന്ന ഇത്തരം ഉല്പന്നങ്ങളുടെ വൈവിധ്യവും. ഇത് പഠനശേഷം നടക്കേണ്ട ഒരു കാര്യമല്ല. പഠനപ്രക്രിയയോടൊപ്പം നടക്കേണ്ടതായ ഒന്നാണ്. ഇത്തരം രേഖപ്പെടുത്തലുകൾ ആശയവ്യക്തതക്കും അറിവിന്റെ ഗുണമേന്മക്കും ഒഴിച്ചുകൂടാനാവാത്തതായി ജ്ഞാനനിർമ്മിതിവാദം പറയുന്നുണ്ട്. എന്നാൽ നിലവിലെ സാഹചര്യത്തിൽ അത്തരം അവസരങ്ങൾ ക്രിയാത്മകമായി ഒരുക്കാൻ നമുക്ക് കഴിഞ്ഞിട്ടില്ല. പഠനശേഷം ലഭിച്ച അറിവിനെ ക്രമീകരിക്കുകയും ക്രോഡീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നത് അറിവിനെ പ്രബലപ്പെടുത്തുകയും ആശയങ്ങളുടെ വ്യക്തത വർദ്ധിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുമെന്നതിനാലാണ് കോവിഡിന്റെ സവിശേഷ സാഹചര്യത്തിൽ പരീക്ഷയെ ആരോഗ്യകരമായി അഭിമുഖീകരിക്കുന്നതിനും കുട്ടികൾക്കുള്ള ആശങ്ക കുറക്കുന്നതിനുമായി ഇടുക്കി ഡയറ്റ് ഈ റിവിഷൻ പാക്കേജ് തയ്യാറാക്കിയിട്ടുള്ളത്.

പത്താം തരത്തിലെ വിവരവിനിമയസാങ്കേതികവിദ്യ ഒഴികെയുള്ള എല്ലാ വിഷയങ്ങളിലെയും എല്ലാ യൂണിറ്റുകളും ഉൾക്കൊള്ളിച്ചാണ് ഈ പാക്കേജ് തയ്യാറാക്കിയിട്ടുള്ളത്. എസ്. സി. ഇ. ആർ. ടി. തയ്യാറാക്കിയ ഫോക്കസ് മേഖലകൾക്ക് പ്രത്യേകം ഊന്നൽ നൽകി റിവിഷൻപാക്കേജ് ഉപയോഗിക്കാൻ എല്ലാ അധ്യാപകരും ശ്രദ്ധിക്കുമല്ലോ.

പ്രിൻസിപ്പാൾ, ഡയറ്റ്, ഇടുക്കി.

അധ്യായം 1

സമാന്തരശ്രേണികൾ

പൊതുവ്യത്യാസമുള്ള സംഖ്യാശ്രേണികളാണ് സമാന്തരശ്രേണികൾ

ചോദ്യം : താഴെ തന്നിരിയ്ക്കുന്ന ശ്രേണികളിൽ നിന്ന് സമാന്തര ശ്രേണി ആയവ കണ്ടെത്തുക.

(a) 2,5,9,15 …..
(b) 6,12,18,……
(c) 25,23,21, ….
(d) 2,4,8,……..
(e) 1,6,11,…….

ഉത്തരസൂചിക : സമാന്തരശ്രേണിയായവ (b), (c), (e)

ചോദ്യം : 3,5,7,……എന്ന ശ്രേണി സമാന്തര ശ്രേണി ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക : 5-3 = 7-5=2

പൊതുവ്യത്യാസം ഉള്ളതിനാൽ സമാന്തരശ്രേണിയാണ്.

ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും ലഭിച്ചാൽ ശ്രേണി രൂപീകരിക്കാം.

ചോദ്യം : ആദ്യപദം 7 ഉംപൊതുവ്യത്യാസം 5 ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണി രൂപീകരിക്കുക

ഉത്തരസൂചിക :

ആദ്യപദം x_1 = 7
രണ്ടാം പദം x_2 = 7+ 5 = 12
മൂന്നാം പദം x_3 = 12 + 5 = 17

∴ ശ്രേണി 7,12,17, ………

പൊതുവ്യത്യാസം = രണ്ടാം പദം - ആദ്യ പദം $= x_2 - x_1$

ചോദ്യം : 4,7,10 ... എന്ന ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

ഉത്തരസൂചിക : പൊതുവ്യത്യാസം = രണ്ടാംപദം - ആദ്യപദം

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം f , പൊതുവ്യത്യാസം d ആയാൽ n- ാം പദം ബീജഗണിത രൂപം })($_n$ = dn + f - d

ചോദ്യം : 5, 9, 13.............. എന്ന ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കാണുക .

ഉത്തരസൂചിക :

)($_n$ = dn + f - d

= 4n + 1

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം x_n = an+b ആയാൽ പൊതുവ്യത്യാസം = a ആദ്യപദം = a+b

ചോദ്യം: ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം 4n+1 ആയാൽ

(a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

(b) ആദ്യപദം എത്ര ?

(c) 10-ാം പദം കാണുക?

(d) ശ്രേണി എഴുതുക.

n എണ്ണൽ 'സംഖ്യകളുടെ തുക 1+2+3+...........................+ n = $\frac{n(n+1)}{2}$ n ഇരട്ട 'സംഖ്യകളുടെ തുക 2+4+6+...........................+ 2n = n(n+1) n ഒറ്റ 'സംഖ്യകളുടെ തുക 1+3+5+...........................+ (2n-1) = n^2

ചോദ്യം: ചുവടെയുള്ള തുകകൾ കണക്കാക്കുക.

(a) 1+2+3+.......................... +50

(b) 1+3+5+.......................... +99

(c) 2+4+6+ ....+100

(d) 3+7+11+.......................+ 199

(a) $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{50x51}{2} = 1275$

(b) 50^2 (50 ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക)

(c) 50x51 (50 ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക)

(d) (b), (c) എന്നീ ശ്രേണികളുടെ തുക

സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം $= \frac{\text{പദവ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം}}$

ചോദ്യം : ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ മൂന്നാം പദം 34, ആറാംപദം 67 ആയാൽ

(a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

(b) ആദ്യപദം എന്ത് ?

(c) ശ്രേണി എഴുതുക ?

a,b,c എന്നിവ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളായാൽ 2b = a+c ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുക (പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ) = മധ്യപദം x പദങ്ങളുടെ എണ്ണം.

ചോദ്യം : ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക 30 ആണ്.

(a) ഇതിലെ എത്രാം പദമാണ് മധ്യപദം

(b) മധ്യപദം കണക്കാക്കുക.

(c) ഇത്തരത്തിലുള്ള ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ n പദങ്ങളുടെ തുക = $\frac{n}{2}(x_1+x_n)$

ചോദ്യം : തുക കാണുക

51 +52+53+…….. + 70

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം an + b ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $= \frac{a\,n(n+1)}{2} + bn$

ചോദ്യം : ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $6n - 2$ ആയാൽ

(a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
(b) ആദ്യപദം എത്ര?
(c) ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക .
(d) ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര ?

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $pn^2 + qn$ ആയാൽ

$$p = \frac{\text{പൊതുവ്യത്യാസം}}{2}$$

$p + q =$ ആദ്യപദം

ചോദ്യം : ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക n^2+2n ആണ്

(a) ആദ്യപദം എന്ത് ?
(b) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?
(c) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര ?
(d) $3+5+7+\ldots\ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ n പദങ്ങളുടെ തുകയോട് 1 കൂട്ടിയാൽ പൂർണ്ണവർഗം കിട്ടുമെന്ന് തെളിയിക്കുക .

അധ്യായം- 2
വൃത്തങ്ങൾ

- ♦ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിലെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90^0 ആണ്.
- ♦ അതായത് അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ ആണ്.
- ♦ വൃത്തത്തിലെ ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണ്.

ഒരു ബിന്ദു വൃത്തത്തിലെ വ്യാസവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ	
90^0 ആയാൽ	ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിലാണ്
90^0 ൽ കുറവ് ആയാൽ	ബിന്ദു വൃത്തത്തിന് പുറത്ത്
90^0 ൽ കൂടുതൽ ആയാൽ	ബിന്ദു വൃത്തത്തിന് അകത്ത്

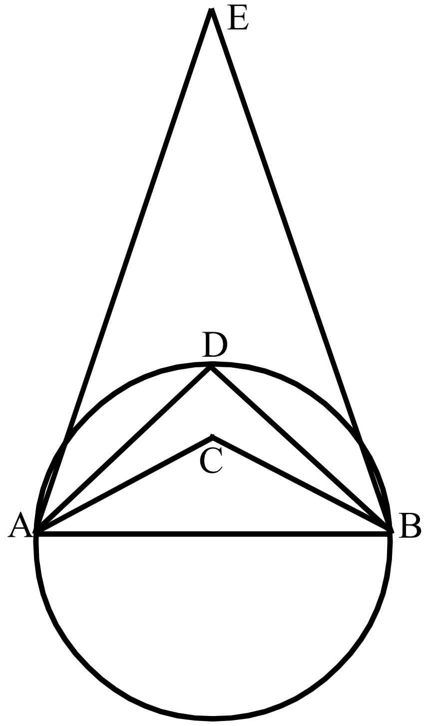
ചോദ്യം : ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും D വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമാണ്.

$<ACB+<ADB+<AEB=270^0$

ഇവയിൽ ഒരു കോണിന്റെ അളവ്

110^0 ആണ്. $<ACB, <ADB, <AEB$

എന്നിവയുടെ അളവുകൾ എഴുതുക.



ഉത്തര സൂചിക :

$<ADB=90^0$ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)

$<ACB=110^0$ (C വൃത്തത്തിന് അകത്തുള്ള ബിന്ദു)

$110^0 + 90^0 + <AEB = 270^0$

$\therefore <AEB = 270- 200$

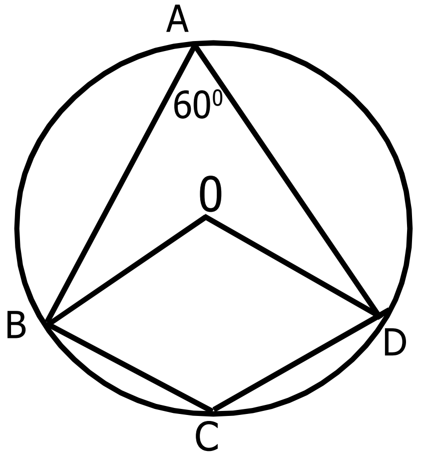
$= 70^0$

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപത്തിലെയും അതിന്റെ മറുചാപത്തിലെയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 ആണ്.
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ നാലു മൂലകളും ഒരേ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളായാൽ അത് ചക്രീയ ചതുർഭുജമാണ്.
- ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകളുടെ തുക 180^0 .
- വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.

ചോദ്യം : ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.$<A =60^0$

(a) $<BOD =$ ....

(b) $<C =$ ....



ഉത്തരസൂചിക :

(a) $\angle BOD = 2 \times 60^0$

$= 120^0$

(b) $\angle C = 180^0 - \angle A$

$= 180^0 - 60^0$

$= 120^0$

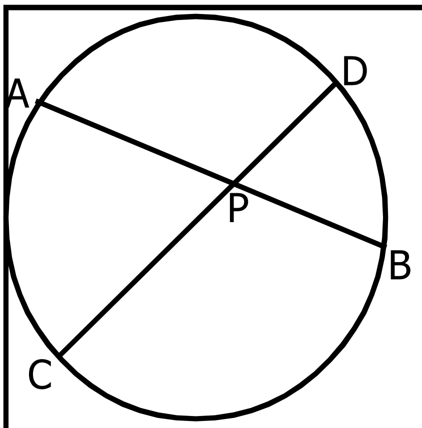
ചോദ്യം : പരിവൃത്ത ആരം 3 സെ .മീ .ഉം കോണളവുകൾ $50^0, 60^0, 70^0$ ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

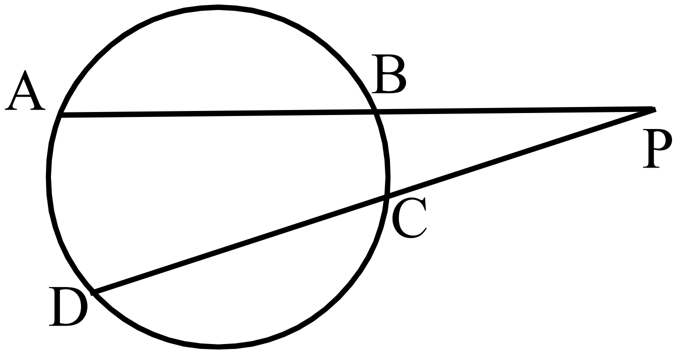
ഉത്തരസൂചിക :

- തന്നിരിക്കുന്ന ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഒരു ആരം വരയ്ക്കുക.
- കോണളവുകളുടെ ഇരട്ടി വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ അട യാളപ്പെടുത്തുക.
- വൃത്തത്തിലെ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളെയും യോജിപ്പിച്ച് ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
- ത്രികോണത്തിന്റെ കോണളവുകൾ എഴുതുക.

ചോദ്യം: മൂലകൾ 4 സെ.മി ആരമുള്ള വൃത്തത്തിലായ സമഭുജത്രി കോണം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക :മുകളിലേത് തന്നെ. (കോണളവ് $60^0, 60^0, 60^0$)

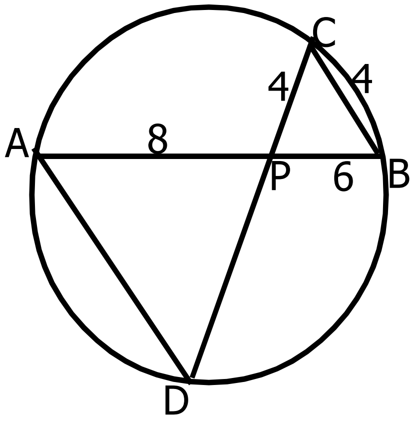




AP X PB = CP X PD

ചോദ്യം : ചിത്രത്തിൽ AB,CD എന്നീ ഞാണുകൾ P –യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

PA=8 സെ.മി., PB =6 സെ.മി.,PC = 4 സെ.മി , BC = 4 സെ.മി



(a) <A യ്ക്ക് തുല്യമായ കോൺ ഏതാണ്?

(b) തുല്യമായ ഒരു ജോടി കോണുകൾ കൂടി എഴുതുക ?

(C) PD യുടെ നീളമെത്രയാണെന്ന് കണക്കാക്കുക ?

(d) AD യുടെ നീളമെത്രയാണെന്ന് കണക്കാക്കുക ?

ഉത്തര സൂചിക :

(a) <C (ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ)

(b) <B,<D (ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ)

(c) AP X PB = CP X PD

8 X 6 = 4 X PD

PD = 12 സെ.മി

(d) $\triangle$ PBC, $\triangle$ PDA സദൃശ്യ ത്രികോണങ്ങളാണ്.

$\therefore$ 3 വശങ്ങൾ ആനുപാതികമാണ്.

$\therefore$ AD = 2 X BC

= 2 X 4

= 8 സെ.മി

ചോദ്യം: നീളം 5 സെ.മീ, വീതി 3 സെ.മീ. ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതേ പരപ്പളവും നീളം 7 സെമീ. ഉം ആയ മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക :

- തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ ചതുരം വരയ്ക്കുക. നീളം AP
- AP നീട്ടി വരച്ച് PB = വീതി ആകുന്ന B അടയാളപ്പെടുത്തുക .

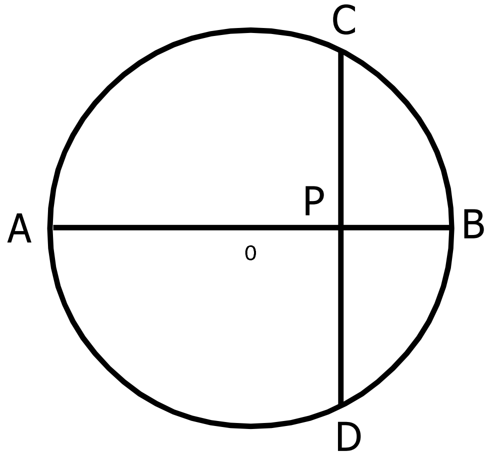
  (AP + PB = നീളം + വീതി)
- AB- യുടെ മധ്യലംബം വരയ്ക്കുക.
- AB- യുടെ താഴെയായി മധ്യലംബത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു കേന്ദ്ര മാക്കി A,B എന്നിവയിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന പരമാവധി വലി പ്പമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. (വൃത്ത കേന്ദ്രം AB യുടെ മധ്യ ബിന്ദു അല്ല.)
- പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ നീളം = PC ആകത്തക്ക വിധത്തിൽ P യിൽ നിന്നും ചാപം വരച്ച് വൃത്തത്തിൽ C എന്ന ബിന്ദു അട യാളപ്പെടുത്തുക.
- CP നീട്ടി CD എന്ന ഞാൺ വരയ്ക്കുക.
- CP നീളവും PD വീതിയുമായി പുതിയ ചതുരം വരയ്ക്കുക

  (AP X PB = CP X PD)

AB വ്യാസം

CD വ്യാസത്തിന് ലംബമായ ഞാൺ

AP X PB = CP^2



ചോദ്യം : പരപ്പളവ് 20 ച.സെ.മി ആയ ചതുരം വരച്ച് തുല്യപര
പ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക :

- 5 സെ.മി നീളം, 4സെ.മി വീതിയുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുക.
  (20= 5 x 4)
- നീളം, AP . AP നീട്ടി വരച്ച് PB = വീതി ആകത്തക്ക വിധത്തിൽ B അടയാളപ്പെടുത്തുക.
  (AP + PB = നീളം + വീതി)
- AB യുടെ മധ്യലംബം വരച്ച് മധ്യബിന്ദു കേന്ദ്രമായി A,B എന്നിവയിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക. (അർധവൃത്തം വരച്ചാലും മതി)
- P-ൽ നിന്ന് AB യ്ക്ക് ലംബമായി മുകളിലേക്ക് നീട്ടി വരച്ച് വൃത്തത്തിൽ C എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. (PC ലംബം AB)
- PC- വശമായി സമചതുരം പൂർത്തിയാക്കുക.
  $(AP \times PB = CP^2)$

അധ്യായം- 3
സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

ഒരു സംഭവത്തിന് അനുകൂലമായ ഫലങ്ങൾ ആകെ ഉണ്ടാകാവുന്ന ഫലങ്ങളുടെ എത്ര ഭാഗമാണെന്ന ഭിന്ന സംഖ്യയാണ് സാധ്യത.

$$\text{സാധ്യത} = \frac{\text{അനുകൂല ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$

ചോദ്യം

ഒരു പെട്ടിയിൽ 8 കറുത്ത പന്തുകളും 2 വെളുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒരു പന്തെടുത്താൽ ഏതു നിറം കിട്ടാനാണ് സാധ്യത കൂടുതൽ ?

ഉത്തരസൂചിക

- കറുത്ത പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 8
- വെളുത്ത പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 2
- ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 10

ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത = 8/10

ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത = 2/10

കറുത്തത് കിട്ടാനാണ് സാധ്യത കൂടുതൽ.

ചോദ്യം

1മുതൽ 25 വരെ സംഖ്യകൾ പേപ്പറിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിൽ നിക്ഷേ പിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒരു കടലാസ് എടുത്താൽ അത്

a) ഇരട്ട സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
b) ഒറ്റ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
c) മൂന്നിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
d) അഞ്ചിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
e) അഭാജ്യ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

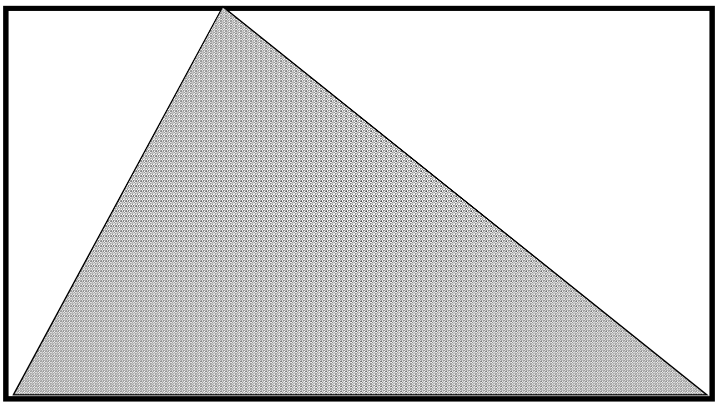
ഉത്തരസൂചിക

a) ഇരട്ട സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത	-	12/25
b) ഒറ്റ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത	-	13/25
c) മൂന്നിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത	-	8/25
d) അഞ്ചിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത	-	5/25
e) അഭാജ്യ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത	-	9/25

അനുകൂല സാധ്യത + പ്രതികൂല സാധ്യത = 1

ജ്യാമിതീയ സാധ്യത

ചോദ്യം



ചതുരത്തിൽ കണ്ണടച്ച് ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത്

a) ത്രികോണത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
b) ത്രികോണത്തിന് പുറത്താകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

ഉത്തരസൂചിക

a) ത്രികോണത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത

$$= \frac{\text{ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ആകെ പരപ്പളവ്}}$$

$$= \frac{1/2}{1} = 1/2$$

b) ത്രികോണത്തിന് പുറത്താകാനുള്ള സാധ്യത

$$= 1 - 1/2 = 1/2$$

രണ്ട് പ്രവൃത്തികൾ ഒന്നായി ചെയ്യുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിലെ സാധ്യത

ചോദ്യം

ഒരു പാത്രത്തിൽ 4 - കറുത്ത മുത്തുകളും 6- വെളുത്ത മുത്തുകളും 10 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ 7 കറുത്ത മുത്തുകളും , 5 വെളുത്ത മുത്തുകളും 8 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. പാത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ രണ്ട് പാത്രത്തിൽ നിന്നും ഓരോ മുത്തുവീതമെടുത്താൽ

a) രണ്ടും ഒരേ നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?
b) രണ്ടും വ്യത്യസ്ത നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?
c) ഒരു കറുത്ത മുത്തെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?

ഉത്തരസൂചിക

രണ്ട് പാത്രങ്ങളിലും മുത്തുകൾ 20- വീതം ഉണ്ട്

പാത്രം – I	പാത്രം –II
4 B, 6W, 10 R	7 B, 5W, 8 R

ആകെ ജോഡികളുടെ എണ്ണം = 20 X 20

= 400

a) ഒരേ നിറം ലഭിക്കുന്ന ജോഡികളുടെ എണ്ണം

= 4 X 7+6 X5+10X8

= 28+30+80 = 138

സാധ്യത = 138 /400

b) വ്യത്യസ്ത നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത

= 1 - ഒരേ നിറം ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള സാധ്യത

= 1– 138/400

= 262/400

c) ഒരു കറുത്ത മുത്ത് എങ്കിലും ലഭിക്കുന്ന ജോഡികളുടെ എണ്ണം

= 4 X 7+4 X5+4X8+6X7+10X7

= 192

സാധ്യത = 192 /400

= 12/25

ഗുണനഫലത്തിലൂടെ ജോടികളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കുന്ന രീതി

രണ്ടു കൂട്ടങ്ങളിൽ നിന്ന് ഓരോന്നു വീതമെടുത്ത് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന വ്യത്യസ്ത ജോടികളുടെ എണ്ണം കൂട്ടങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ഗുണന ഫലമാണ് .

ചോദ്യം

10 A ക്ലാസ്സിൽ 30 ആൺകുട്ടികളും 20 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്.10 B ക്ലാസ്സിൽ 15 ആൺകുട്ടികളും 25 പെൺ കുട്ടികളും . ഓരോ ക്ലാസ്സിൽ നിന്നും ഒരു കുട്ടിയെ വീതം തിരഞ്ഞെടുത്താൽ.

a) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?
b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?
c) ഒരു ആൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയുമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?
d) ഒരു ആൺകുട്ടിയെങ്കിലുമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?

ഉത്തരസൂചിക

	10 A		10 B	
	B	G	B	G
Total	30	20	15	25
	50		40	

ആകെ ജോഡികളുടെ എണ്ണം = 50 X 40 = 2000

a) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള ജോടികളുടെ എണ്ണം = 20 X 25 = 500

സാധ്യത = 500/2000 = 1/4

b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള ജോടികളുടെ എണ്ണം = 30 X 15 = 450

സാധ്യത = 450/2000 = 9/40

c) ഒരാൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയും ആകുന്ന ജോടികളുടെ എണ്ണം } = 30x25+20x15

സാധ്യത = 1050/2000

d) ഒരാൺകുട്ടിയെങ്കിലും ആകുന്ന സാധ്യത = 1-രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത

$= 1-\frac{1}{4}$

$= \frac{3}{4}$

ചോദ്യം

ഒരു വർഷത്തെ കലണ്ടറിൽ ഡിസംബർ മാസത്തിൽ 5 ഞായറാഴ്ച്ച വരുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?

ഉത്തരസൂചിക

ഡിസംബർ മാസത്തിലെ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം

= 31 = 28+3

(4 X 7= 28)

ഒരാഴ്ചയിലെ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം = 7

സാധ്യത = 3/7

ചോദ്യം

രണ്ട് പകിടകൾ ഒന്നിച്ച് എറിയുന്നു. മുകളിൽ വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ തുക 8 ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

ഉത്തരസൂചിക

രണ്ട് പകിടകൾ ഉരുട്ടുമ്പോഴുള്ള ജോടികൾ

(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)

(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)

(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6)

(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)

(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)

(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)

തുക 8 ആകുന്ന ജോഡികൾ

(2,6)(3,5) (4,4) (5,3) (6,2)

ആകെ ജോഡികളുടെ എണ്ണം = 6X 6 = 36

തുക 8 ആകാനുള്ള സാധ്യത = 5/36

യൂണിറ്റ് 4
രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

വിവിധ പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളെ ബീജ ഗണിത രീതിയിൽ എഴുതാം.

ഉദാ: സംഖ്യ x ആയാൽ

1. സംഖ്യയെക്കാൾ 3 കൂടുതലായ സംഖ്യ = $x + 3$

2. സംഖ്യയെക്കാൾ 7 കുറവായ സംഖ്യ = $x - 7$

3. സംഖ്യയുടെ 4 മടങ്ങ് = $4x$

4. സംഖ്യയുടെ 3 മടങ്ങിനേക്കാൾ 2 കൂടുതലായ സംഖ്യ = $3x + 2$

5. സംഖ്യയുടെ വർഗം = x^2

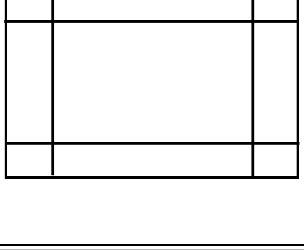
6. തുടർച്ചായായ 2 എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ = $x, x+1$

7. തുടർച്ചായായ 2 ഇരട്ട സംഖ്യകൾ = $x, x+2$

(അല്ലെങ്കിൽ 2 ഒറ്റ സംഖ്യകൾ)

ചോദ്യം

സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള കട്ടിക്കടലാസിന്റെ നാല് മൂലകളിൽ നിന്നും ഓരോ ചെറിയ സമചതുരം മുറിച്ച് മാറ്റി , മേലോട്ട് മടക്കി ഒരു പെട്ടി ഉണ്ടാക്കണം. പെട്ടിയുടെ ഉയരം 5 സെ.മീ, ഉള്ളളവ് 1/2 ലിറ്ററും വേണം. ആദ്യം എടുക്കേണ്ട സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം എന്തായിരിക്കണം ?



ഉത്തര സൂചിക

ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = x cm.
പെട്ടിയുടെ പാദവശം = x -10
പാദപരപ്പളവ് = $(x-10)^2$
ഉയരം = 5 cm.

വ്യാപ്തം = പാദപരപ്പളവ് x ഉയരം

വ്യാപ്തം = 1/2 ലി

വ്യാപ്തം = $500cm^3$

$500 = (x-10)^2 \times 5$

$(x-10)^2 \times 5 = 500$

x = 20cm

സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള കടലാസിന്റെ

ഒരു വശം = 20cm

$x^2 + ax = c$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ വർഗ്ഗം പൂർത്തീകരിക്കുന്നതിന് x ന്റെ ഗുണകത്തിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗം സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരുവശത്തും കൂട്ടിയാൽ മതി.

$x^2 + ax = c$ യെ വർഗം തികയ്ക്കാൻ $(a/2)^2$ ഇരുവശത്തും കൂട്ടിയാൽ മതി.

ചോദ്യം

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം മറ്റേ വശത്തേക്കാൾ 2 മീറ്റർ കൂടുതലാണ്. പരപ്പളവ് 224 ച.മീ ആയാൽ വശങ്ങളുടെ നീളം എന്ത് ?

ഉത്തരസൂചിക

ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 224

ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം = x

രണ്ടാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം = x +2

$x(x+2) = 224$

$x^2 + 2x = 224$

$x^2 + 2x + 1 = 225$

$x = 14$

ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ = 14 cm,16 cm.

ചോദ്യം

ഒരു സംഖ്യയും അതിനോട് 4 കൂട്ടിയതും തമ്മിൽ ഗുണിച്ചപ്പോൾ 480 കിട്ടി. സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെ ?

ഉത്തരസൂചിക

സംഖ്യ = x ആയാൽ

സംഖ്യയോട് 4 കൂട്ടിയത് = x +4

ഗുണനഫലം = $x(x+4)$

$x(x+4) = 480$

$x^2 + 4x = 480$

$x^2 + 4x + 4 = 484$

$(x+2)^2 = 484$

$x+2 = 22$

$x + 2 = 22$ ആയാൽ $x = 22 - 2$

$x = 20$

സംഖ്യകൾ = 20, 24

കൃതി 2 വരുന്ന ഒരു ചരം മാത്രം ഉൾപ്പെടുന്ന സമവാക്യങ്ങളാണ് രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ.

രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ സാമാന്യരൂപം.

$ax^2 + bx + c = 0$, a #0

$ax^2 + bx + c = 0$, a #0

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = x^2$ ന്റെ ഗുണകം

$b = x$ ന്റെ ഗുണകം

c = സ്ഥിരസംഖ്യ

ചോദ്യം

1. ഒരു കമ്പിയുടെ നീളം 56 സെ.മീ ആണ്. ഇത് വളച്ച് ഒരു ചതുരമുണ്ടാക്കുന്നു.

a) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കൂട്ടിയാൽ എത്ര കിട്ടും ?

b) ഈ ചതുരത്തിന്റെ വികർണം 20 സെ.മീ ആയാൽ നീളവും വീതിയും എത്ര വീതമായിരിക്കും. ?

ഉത്തര സൂചിക

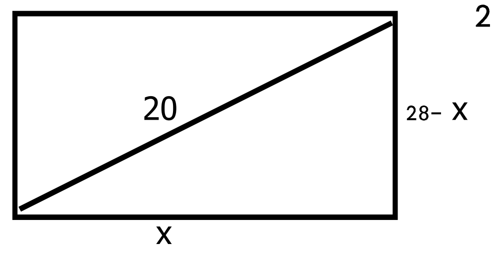
a) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 56 സെ.മി

നീളം + വീതി = $\frac{\text{ചുറ്റളവ്}}{2}$

നീളം + വീതി = $\frac{56}{2}$

28 സെ.മി

b)



നീളം^{2} + വീതി ^{2} = വികർണം^{2}

$x^2 + (28 - x)^2 = 20^2$

$x^2 - 28x + 192 = 0$

x =16 ആയാൽ ഒരു വശം = 16 സെമി.

രണ്ടാമത്തെ വശം = 28-16 സെമി.

= 12 സെമി.

ചോദ്യം

99,97,95........ എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ എത്ര പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ 900 കിട്ടും ?

99,97,95.......................

പൊതുവ്യത്യാസം = −2

തുക = 900

$x_n = dn+(f-d)$

$= -2n + 101$

$\frac{n}{2} [x_1+x_n] =900$

$\frac{n}{2} [99-2n + 101] = 900$

$n^2-100n + 900 = 0$

$n = 90 \text{ or } n =10$

■ $ax^2 + bx + c = 0$, a#0 എന്ന രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യത്തിൽ, വിവേചകം

$b^2 - 4ac = 0$ ആയാൽ .	X ന് 2 തുല്യ വിലകൾ ലഭിക്കും
$b^2 - 4ac > 0$ (അധിസംഖ്യ)	X ന് 2 വ്യത്യസ്ത വിലകൾ
$b^2 - 4ac < 0$ (ന്യൂനസംഖ്യ)	X ന് വിലകളില്ല

ചോദ്യം

1. 28 സെ.മീ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പി വളച്ച് ഒരു ചതുരമുണ്ടാക്കണം. ഇതിന്റെ.

a) വികർണത്തിന്റെ നീളം 8 സെന്റീ മീറ്റർ ആകുമോ?

b) വികർണത്തിന്റെ നീളം 10 സെന്റീ മീറ്റർ ആകുമോ?

c) വികർണത്തിന്റെ നീളം 14 സെന്റീ മീറ്റർ ആകുമോ?

ഉത്തര സൂചിക

ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 28 സെ.മി

നീളം + വീതി = 14

a) വികർണത്തിന്റെ നീളം 8 സെന്റീ മീറ്ററായാൽ

ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = x

രണ്ടാമത്തെ വശം = 14 - x

$(14-x)^2 + x^2 = 8^2$

x2 - 14x + 66 = 0

$b^2 - 4ac = 196 - 264 = -68$

$b^2 - 4ac < 0$ $b^2 - 4ac$ ഒരു ന്യൂന സംഖ്യ ആയതിനാൽ , വികർണത്തിന്റ നീളം 8 സെമി. ആയി ചതുരം ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയില്ല.

b) വികർണത്തിന്റ നീളം 10 സെ.മി.ആയാൽ

$(14-x)^2 + x^2 = 10^2$

$x^2 - 14x + 48 = 0$

$b^2 - 4ac = 4$

x = 8 or x = 6

വികർണത്തിന്റ നീളം 10 സെ.മി. ആയ ചതുരം വരയ്ക്കാൻ കഴിയും.

c) വികർണത്തിന്റ നീളം 14 സെമി.ആയാൽ

$(14-x)^2 + x^2 = 14^2$

$x^2 - 14x = 0$

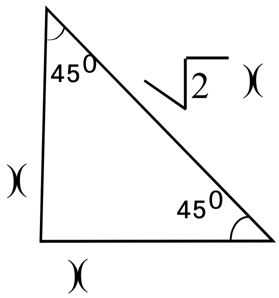
x = 14 or x = 0

വികർണത്തിന്റ നീളം 14 സെ.മി. ആയ ചതുരം വരയ്ക്കാൻ കഴിയില്ല.

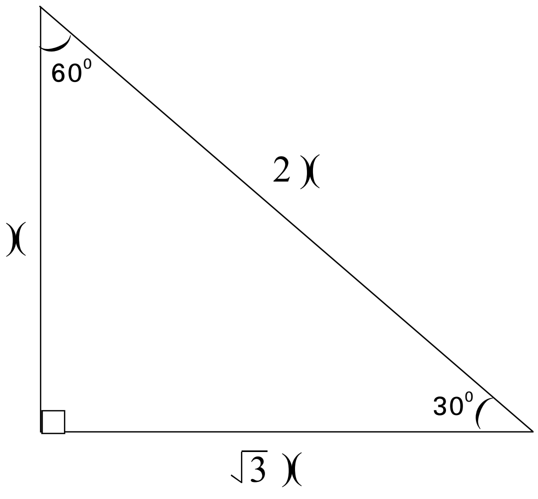
യൂണിറ്റ് 5
ത്രികോണമിതി

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ $45^0, 45^0, 90^0$ എന്നിങ്ങനെ ആയാൽ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1:1:\sqrt{2}$ ആയിരിക്കും.

- ഒരു സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും. 45^0 കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തെ $\sqrt{2}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 90^0 യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം ലഭിക്കും.

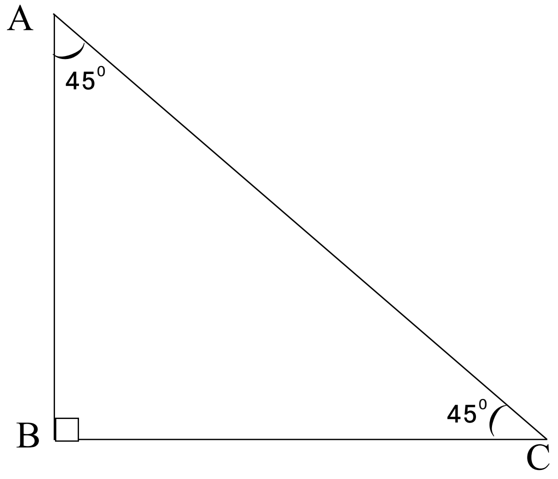


ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 എന്നിങ്ങനെ ആയാൽ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1:\sqrt{3}:2$ ആയിരിക്കും.

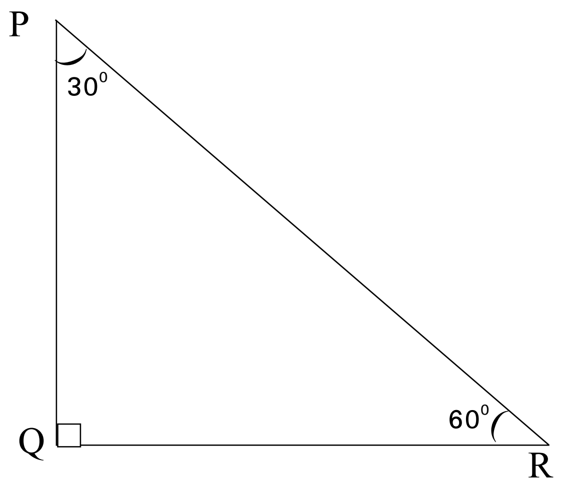


ചോദ്യം:

1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

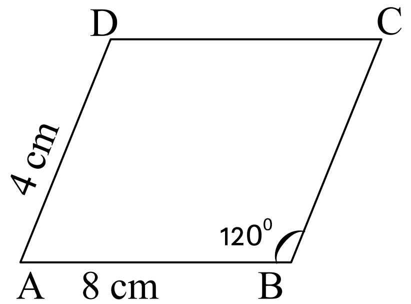


AB	**BC**	**AC**
2 cm	2 cm	$2\sqrt{2}$ cm
________	________	$5\sqrt{2}$ cm
________	8 cm	________
6 cm	________	________
________	________	6 cm



QR	PQ	PR
2	$2\sqrt{3}$	4
5	________	________
________	$7\sqrt{3}$	________
________	________	20

2 ABCD - എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ



a $\angle A$യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?

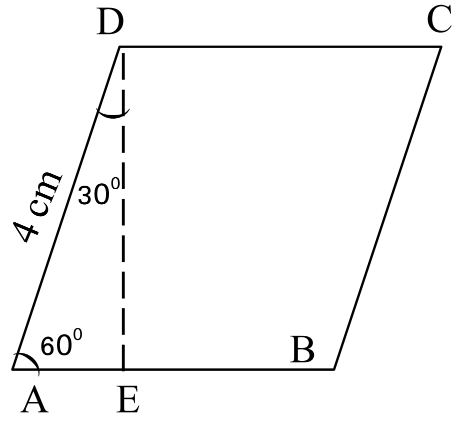
b D യിൽ നിന്നുംAB യിലേക്കുള്ള ലംബത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

c ABCD യുടെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

<u>**ഉത്തര സൂചിക**</u>

a $\angle A = 60^0$

b



Δ ADE - ൽ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1 : \sqrt{3} : 2$

AD = 4 cm

AE = 2 cm

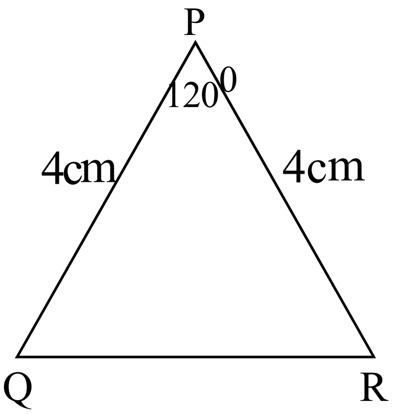
DE = $2\sqrt{3}$cm

D യിൽ നിന്നുള്ള ലംബത്തിന്റെ നീളം , DE = $2\sqrt{3}$cm

c സാമാന്തരികം ABCD യുടെ പരപ്പളവ് $8 \times 2\sqrt{3}$

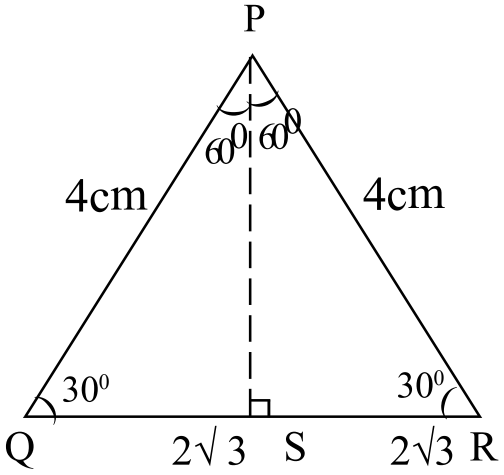
$= 16\sqrt{3}\text{cm}^2$

$\triangle$ PQR - ന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക ?



ഉത്തരസൂചിക

$\triangle$ PSR - ൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം 1:√3: 2



PS = 2 cm

SR = 2 √ 3cm

$\triangle$ PQR - ൽ QR = 2 √ 3+2 √ 3

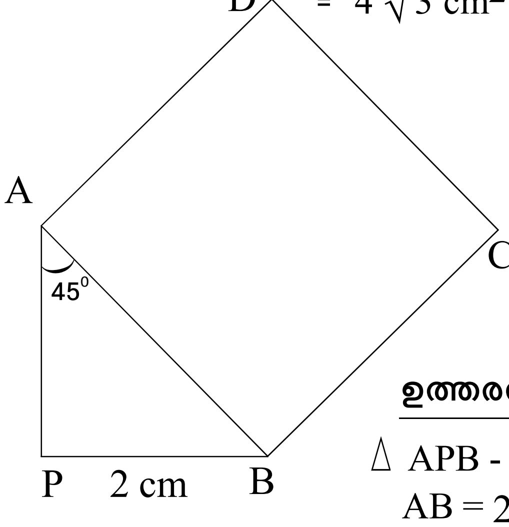
= 4√ 3

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ½ bh

$\triangle$ PQR -ന്റെ പരപ്പളവ് = ½ X4√ 3 X2

= $4\sqrt{3}$ cm^2

4.



ചിത്രത്തിൽ APB ഒരു മട്ടത്രികോണവും ABCD ഒരു സമചതുരവുമാണ്. കൂടാതെ PB = 2 cm ∠PAB= 45^0 എങ്കിൽ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

ഉത്തരസൂചിക

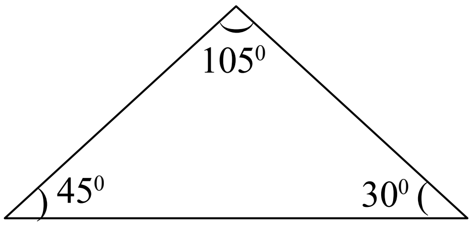
$\triangle$ APB - ൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം 1:1:√ 2

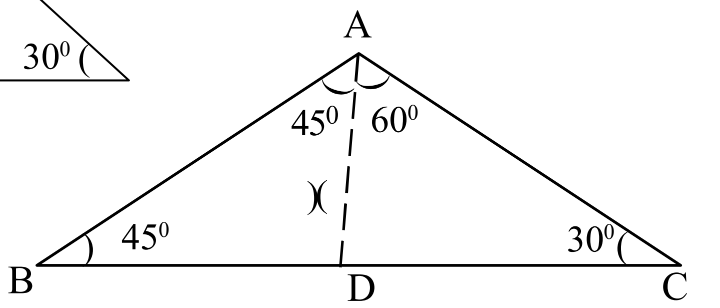
AB = 2√ 2 cm

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 2√ 2 X 2√ 2

=8 cm^2

5•തന്നിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കണക്കാക്കുക .





<u>ഉത്തരസൂചിക</u>

△ ADC -ൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1:\sqrt{3}:2$

AD = X ആയാൽ
AC = 2 X
CD = √3)(

½

△ ABD -ൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1:1:\sqrt{2}$

AD = X
BD =)(
AB = √2)(

△ ABC -ൽ

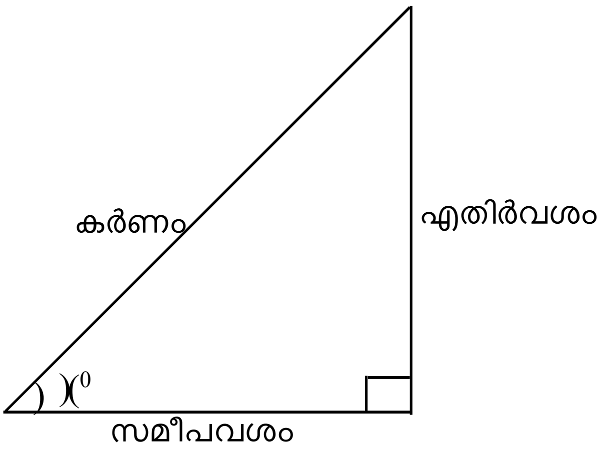
AC = 2 X
BC = √3)(+)(

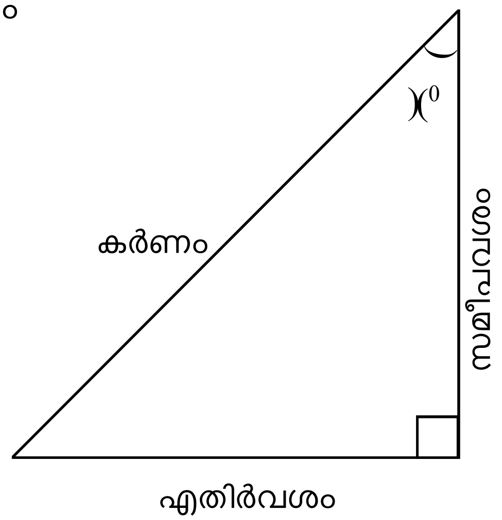
$= X(1+\sqrt{3})$

△ ABC -യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം AB:AC:BC

$= \sqrt{2}X:2X: X(1+\sqrt{3})$

$= \sqrt{2} : 2: 1 +\sqrt{3}$





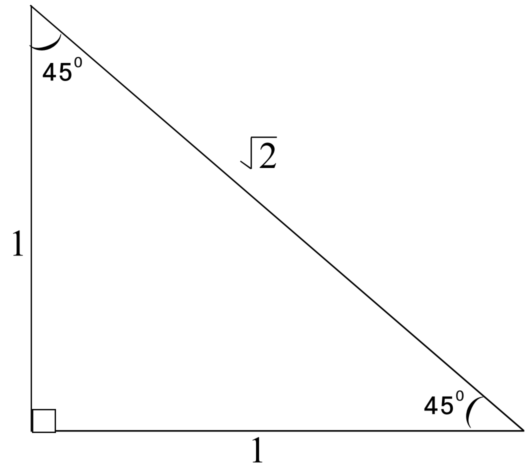
$\sin X^0 = \dfrac{\text{എതിർവശം}}{\text{കർണം}}$

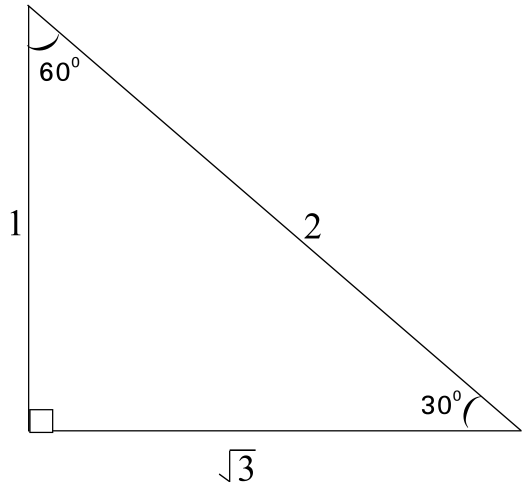
$\cos X^0 = \dfrac{\text{സമീപവശം}}{\text{കർണം}}$

$\tan X^0 = \dfrac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$

ചില കോണുകളുടെ sin, cos, tan അളവുകൾ

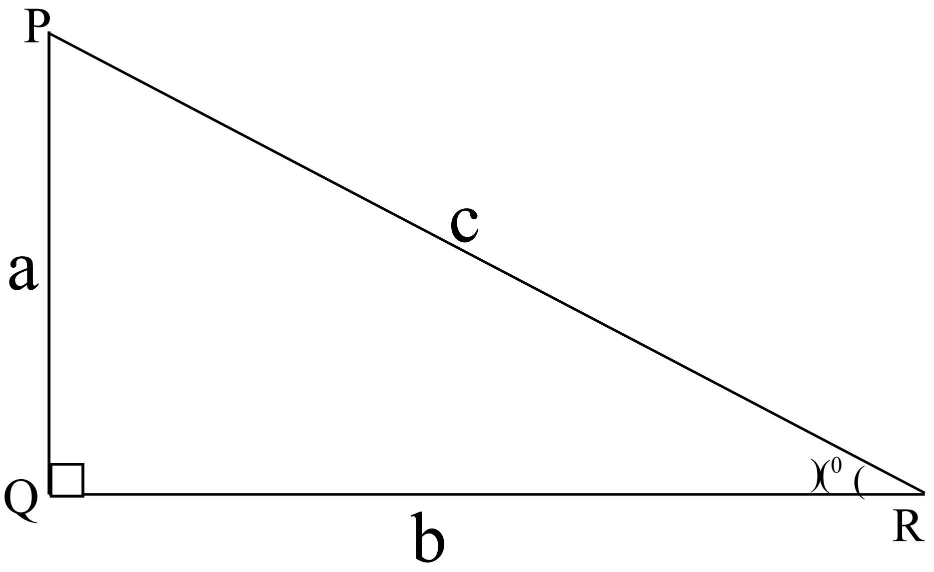
കോൺ	30^0	45^0	60^0
sin	½	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	½
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$





ചോദ്യം:

Δ PQR -ൽ $\angle Q = 90^0$,$\angle R = x^0$ PQ,QR,PR എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ യഥാക്രമം a b c ആണ്.



a. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ് tan)(^{0} തുല്യമായത്?

$\frac{a}{c}$, $\frac{b}{a}$, $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{c}$

b. അതുപോലെ Sin)(, cos)(, എന്നിവ എഴുതുക.

c. $\frac{\text{Sin)(}}{\text{cos)(}}$ = tan X എന്ന് തെളിയിക്കുക¨

<u>ഉത്തരസൂചിക</u>

a. tan)($= \frac{a}{b}$

b. Sin)($= \frac{a}{c}$

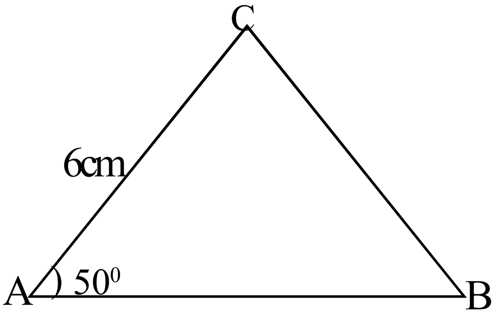
cos)($= \frac{b}{c}$

c. $\frac{\text{Sin)(}}{\text{cos)(}} = \frac{a}{c} \times \frac{c}{b}$

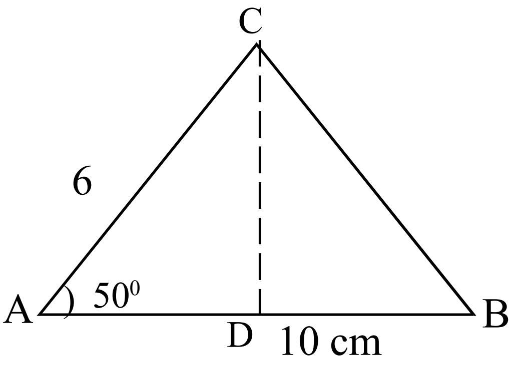
$= \frac{a}{b}$

$\frac{\text{Sin)(}}{\text{cos)(}} = \text{tan)(}$

2) △ ABC -ൽ AB = 10 cm,AC = 6cm,∠A= 50^0



△ ABC -യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. (Sin 50=0.766)



CD = AC X Sin 50

= 6X 0.766

പരപ്പളവ് = ½ x AB x CD

പരപ്പളവ് = ½ x 10 x 6 x 0.766

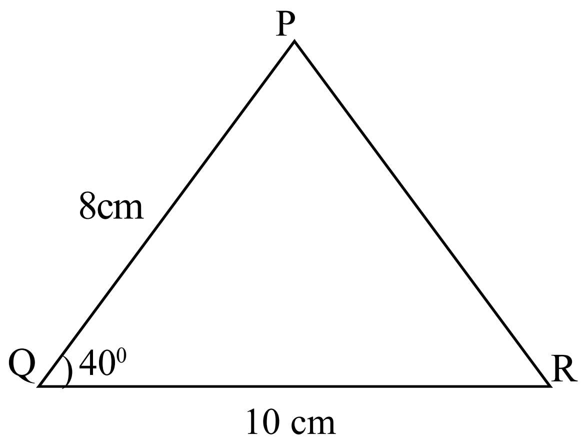
= 22.98 cm^2

2. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ 2 വശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെ.മി, 10 സെ.മീ അവയ്ക്കിട യിലെ കോൺ 40^0

a. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

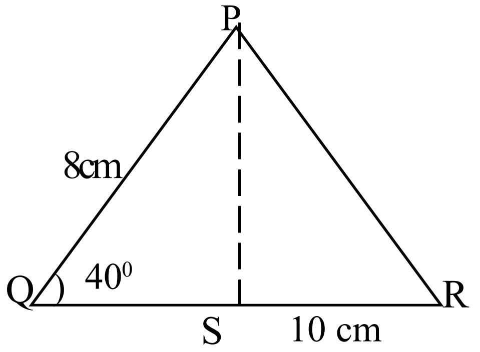
b. ഇതേ വശങ്ങളും അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 140^0 യുമായ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

(Sin 40=0.6428)



ans.

a.



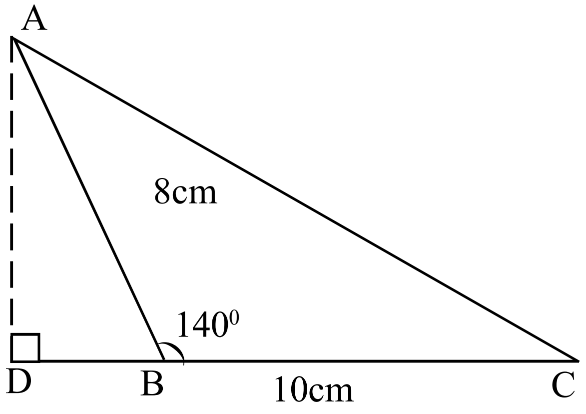
PS = Sin 40 x PQ

a. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ½ XQR X PS

= ½ X10 X Sin40xPQ

= 25.712 cm^2

b.



AD = AB X Sin 40

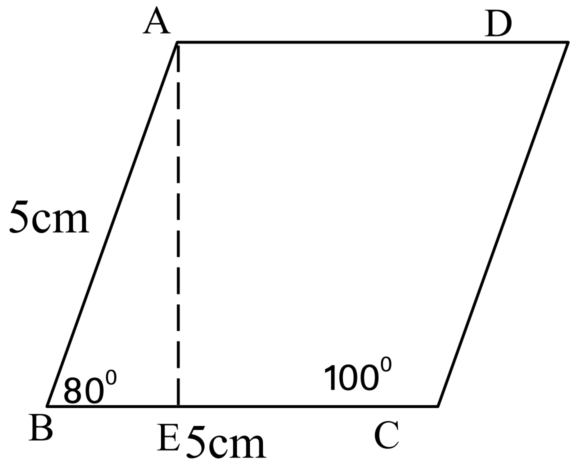
ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ½ X BC X AD

= ½ X10 X 8 X 0.6428

= 25.712 cm^2

---

3. ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെമി. ഉം അതിലെ ഒരു കോൺ 100^0 യുമാണ്. അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. (Sin 80 = 0.9848)



AE = 5 X Sin 80

സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = bh

= BC X AE

= 5 X 5 XSin 80

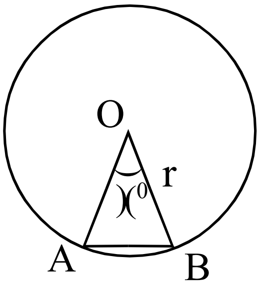
= 24.62 cm^2

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏത് ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്ര കോണിന്റെ പകുതിയുടെ Sin നെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ 2 മടങ്ങാണ്.

ആരം 'r' ആയ വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്ര കോൺ x^0 ആയ ഞാണിന്റെ നീളം

$AB = 2r \sin x/2$

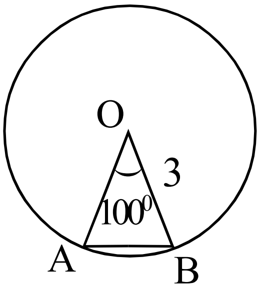
$AB = 2r \sin (x/2)$



ചോദ്യം:

1. ചിത്രത്തിലെ ഞാണിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക ($\sin 50 = 0.7660$)

ഉത്തരസൂചിക



$AB = 2r \sin (x/2)$

$2 \times 3 \times \sin 50$

$= 4.596$ cm

കേന്ദ്രകോൺ 60^0 ആയ ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിന് തുല്യമാണ്.
കേന്ദ്ര കോൺ 120^0 ആയ ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിന്റെ $\sqrt{3}$ മടങ്ങാണ്.
കേന്ദ്ര കോൺ 90^0 ആയ ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിന്റെ $\sqrt{2}$ മടങ്ങാണ്.

6 സെ.മി ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ 120^0 കേന്ദ്ര കോണിൽ ഒരു ഞാൺ വരയ്ക്കുകയാണെങ്കിൽ ഞാണിന്റെ നീളമെന്തായിരിക്കും.

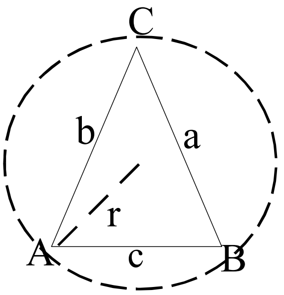
ഉത്തരസൂചിക

ഞാണിന്റെ നീളം $= 2r \sin (x/2)$

$= 2r \sin (120/2)$

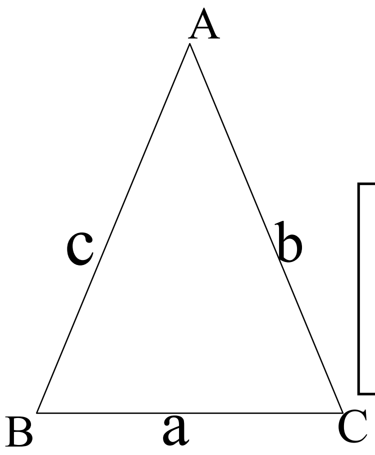
$= 2 \times 6 \times \sqrt{3}/2)$

$= 6\sqrt{3}$ സെ.മീ.



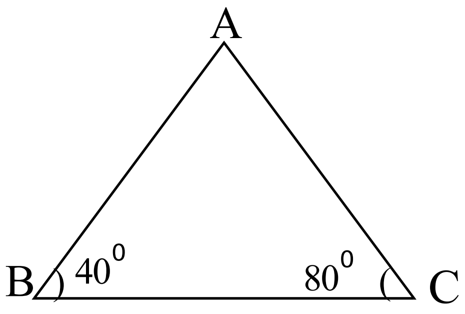
$$\frac{a}{\text{Sin A}} = \frac{b}{\text{Sin B}} = \frac{C}{\text{Sin C}} = 2\,r$$

r = പരിവൃത്ത ആരം



ABC യുടെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ab sinC

ചോദ്യം:



$\triangle$ ABC -ൽ മറ്റ് രണ്ട് വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുക , Sin 40 = 0.6428, Sin 60 = 0.8660, Sin 80 = 0.9848

ഉത്തരസൂചിക

$\angle A = 60^0$

$$\frac{a}{\text{Sin } A} = \frac{b}{\text{Sin } B}$$

$$\frac{10}{\text{Sin } 60} = \frac{b}{\text{Sin } 40}$$

$$b = \frac{10 \text{ Sin } 40}{\text{Sin } 60}$$

$$= 7.42 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{\text{Sin } A} = \frac{c}{\text{Sin } C}$$

$$\frac{10}{\text{Sin } 60} = \frac{C}{\text{Sin } 80}$$

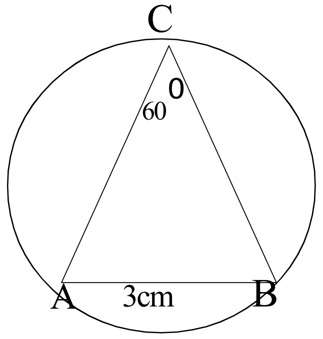
$$C = \frac{10 \times \text{Sin } 80}{\text{Sin } 60}$$

$$= 11.37 \text{ cm}$$

AB = 11.37 cm

AC= = 7. 42 cm

2. തന്നിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത ആരം കണക്കാക്കുക.



ഉത്തരസൂചിക

AB = 3cm

$\angle C = 60^0$

AB = 2r Sin C

$2r = \frac{C}{\text{Sin } C}$

$r = \frac{C}{\text{Sin } C \times 2}$

$r = \frac{3}{\text{Sin } 60 \times 2}$

$= \sqrt{3}$ CM

3. ചിത്രത്തിൽ $\triangle PQR$ - ഉം അതിന്റെ പരിവൃത്തവും തന്നിരിക്കുന്നു. പരിവൃത്ത വ്യാസം 7 സെ മി ആണ്.

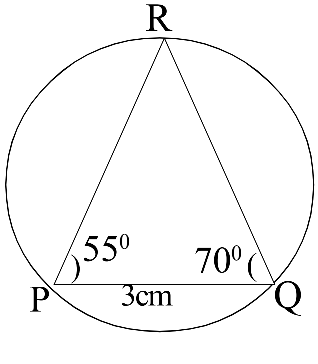
$\angle P = 55^0$, $\angle Q = 70^0$, എങ്കിൽ

a. $\angle R =$

b. PQ ന്റെ നീളം എത്ര ?

c. QR ന്റെ നീളം എത്ര ?

d. PR ന്റെ നീളം എത്ര ?



(Sin 55= 0.82, Sin 70 =0.94)

a) $\angle R = 55^0$

b) $\frac{PQ}{\text{Sin } R} = 2r$

$PQ = 2r \text{ Sin}R$

$= 7 \times \sin 55$

$= 5.74$ c.m

c. $\angle P = \angle R$

$\because PQ = QR$

QR = 5.74 cm

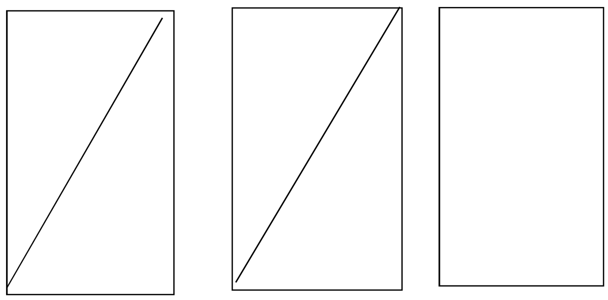
d. $\frac{PR}{\sin Q} = 2r$

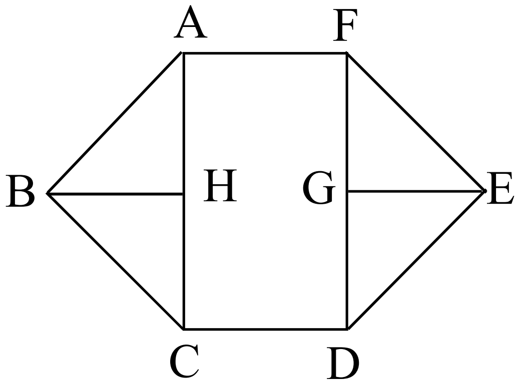
$PR = 2r \sin Q$

$= 2r \sin 70$

$= 6.58$ cm

4, രണ്ട് ചതുരങ്ങൾ വികർണത്തിലൂടെ മുറിച്ച് ത്രികോണങ്ങളാക്കി മറ്റൊരു ചതുരത്തോട് ചേർത്ത് വച്ച് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് പോലെ ഒരു സമഷഡ്ഭുജമുണ്ടാക്കണം.





സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 30 സെ.മി ആകണമെങ്കിൽ

a. $\angle BAH$ = ________________

b. ചെറിയ ചതുരങ്ങളുടെ നീളവും വീതിയും എത്രയായിരിക്കണം ?

c. ചതുരം AFCD യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

a. $\angle BAH = 30^0$

b. AB = 30 cm

BH = 15 cm

AH = $15\sqrt{3}$cm

ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ നീളം = $15\sqrt{3}$cm

വീതി = 15 cm

c. ചതുരം AFCD യുടെ നീളം = $15\sqrt{3} + 15\sqrt{3}$

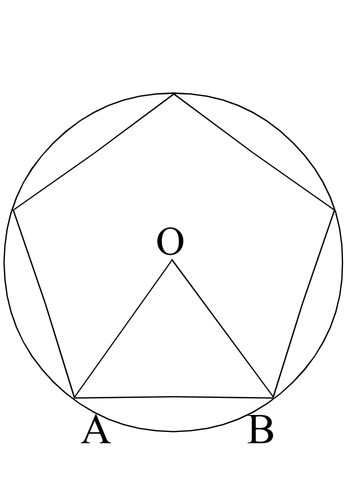
= $30\sqrt{3}$ cm

വീതി = 30cm

പരപ്പളവ് = $30 \times 30\sqrt{3}$

= $900\sqrt{3}\text{cm}^2$

5. ഒരു സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം 5 സെമി ആരമുള്ള വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്.



	sin	cos	tan
54	0.81	0.59	1.38
36	0.59	0.81	0.72

a. $\angle AOB$ = ________________

b. $\angle OAB$ = ________________

c. AB യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക .
d. സമ പഞ്ചഭുജത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

a. $\angle AOB = 72^0 \ (360 \div 5)$

b. $\angle AOB = 54^0 \ \left(\frac{180 - 72}{2}\right)$

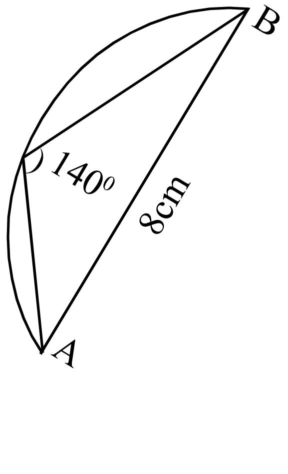
c. $AB = 2\,r \sin 36$

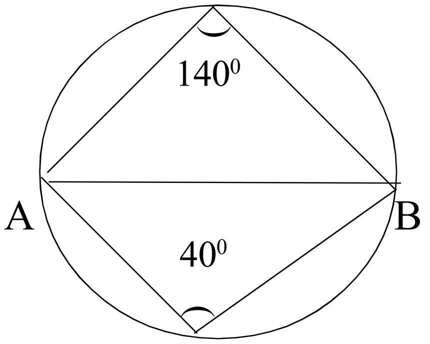
$= 5.9\text{cm}$

d. ചുറ്റളവ് $= 5 \times 5.9$

$= 29.5\text{cm}$

6. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗമാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്. ?



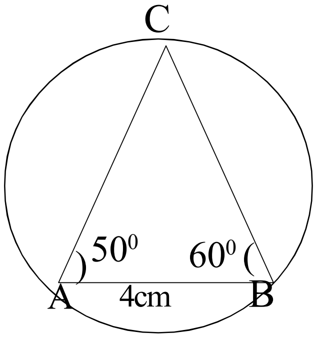


$AB = 2\,r \sin C$

$8 = 2\,r \sin 40$

$r = \frac{8}{2 \times \sin 40} = 6.22 \text{ cm}$

7. ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണവും അതിന്റെ പരിവൃത്തവും വരച്ചിരിക്കുന്നു ?



കോൺ	sin	cos	tan
50	0.76	0.64	1.19
60	0.86	0.50	1.73
70	0.939	0.342	2.747

a. $\angle C$ = -------------------

b പരിവൃത്ത വ്യാസം കണക്കാക്കുക.

c ACയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

d BCയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

e. $\triangle$ABCയുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

<u>ഉത്തരസൂചിക</u>

a. $\angle C = 70^0$

b. $\frac{C}{\text{Sin } C} = 2r$

$2r = \frac{4}{\text{Sin } 70}$

$= 4.25$ cm

C. AC $= 2r \sin B$

$= 2r \sin 60$

$= 3.68$ cm

d BC $= 2r \sin A$

$= 2r \sin 50$

$= 3.23$ cm

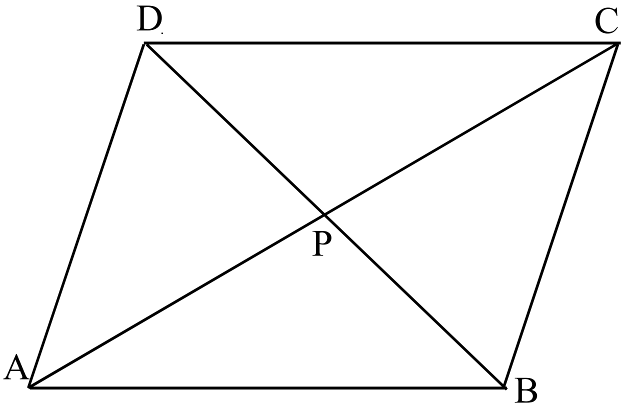
e പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} ab \sin C$

$= 1/2 \times 3.23 \times 3.68 \times \sin 70$

$= 5.59\ cm^2$

$$\tan = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$$

ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 50^0 ഡിഗ്രി ആണ്. വലിയ വികർണം 5സെ.മി ആയാൽ അതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ് ?



Δ APB -ൽ

AP = 2.5cm

$\angle$ PAB = 25^0

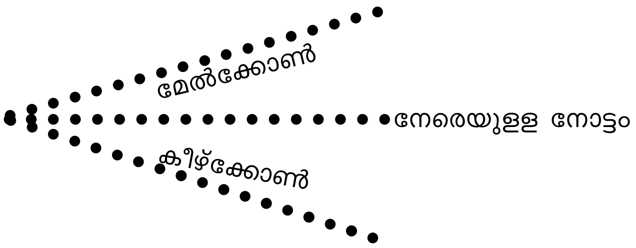
$$\tan 25 = \frac{PB}{AP}$$

PB =AP X tan 25
= 2.5x0.4663
= 1.165 സെ.മീ.
BD = 2xPB
= 2.33 സെ.മീ.

സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} d_1 d_2$

$= \frac{1}{2}$ x 5 x 2.33

= 5.825 cm^2

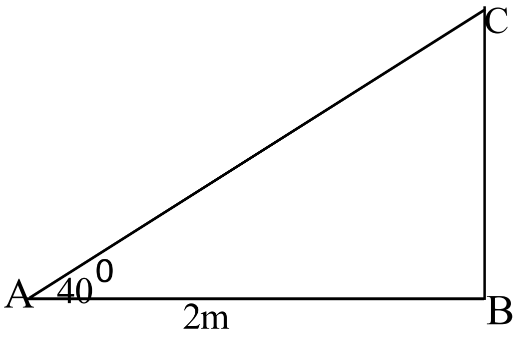


1. മതിലിന്മേൽ ഒരു ഏണി ചാരിവച്ചിരിക്കുന്നു.ഏണിയുടെ ചുവട് മതിലിൽ നിന്ന് 2 മീറ്റർ അകലെയാണ്. ഏണിയും തറയുമായുള്ള കോൺ 40^0 ആണ്. ഏണിയുടെ മുകളറ്റം തറയിൽ നിന്ന് എത്ര ഉയരത്തിലാണ് ?

(tan 40 = 0.8391)

$$\tan 40 = \frac{BC}{AB}$$

Bc = ABx tan 40
= 2x 0.8391
= 1.67



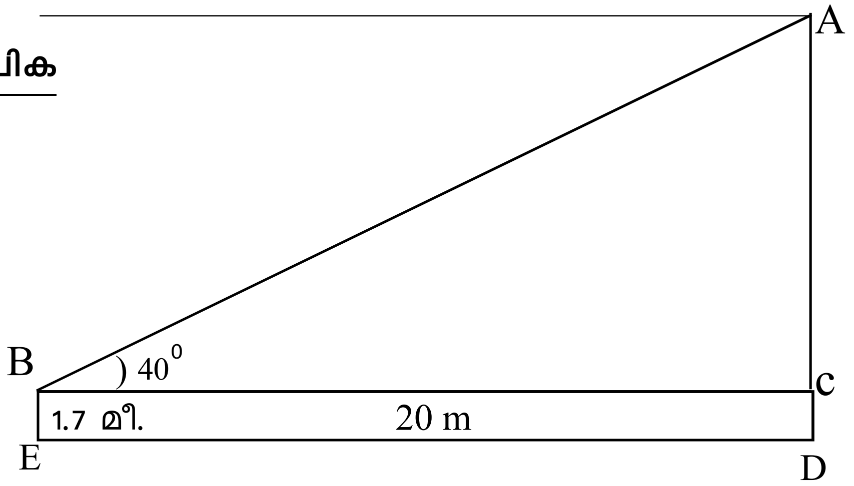
ഏണിയുടെ മുകളറ്റത്തിന് തറയിൽ നിന്നുള്ള ഉയരം = 1.67 മീ.

2. ഒരു മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 20 മീറ്റർ അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 40^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. അയാളുടെ ഉയരം 1.7 മീ ആയാൽ (tan 40 = 0.8391)

a. ഏകദേശം ചിത്രം വരയ്ക്കുക.
b. മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

a.



$$\tan = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$$

b. $\tan 40 = \frac{AC}{BC}$

Ac = tan40 X BC

= 0.8391 x 20

= 16.78

മരത്തിന്റെ ഉയരം = AC + CD

= 16.78 + 1.7

= 18.48 m

3. 25 മീ ഉയരമുള്ള ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് 1.8 മി ഉയരമുള്ള ഒരാൾ കടലിൽ കിടക്കുന്ന ഒരു കപ്പൽ 35^0 കീഴ്ക്കോണിൽ കാണുന്നു.

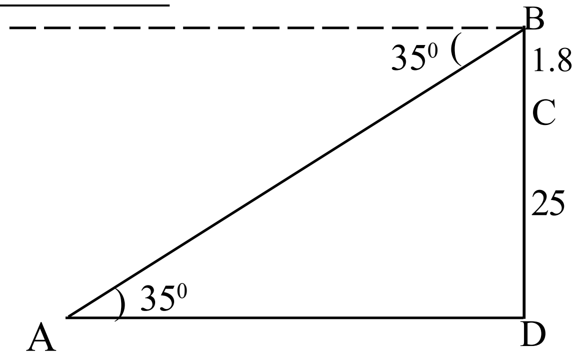
($\tan 55 = 1.4281$)

a. ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക

b. ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് കപ്പലിലേക്കുള്ള അകലം കാണുക.

ഉത്തരസൂചിക

a)



$$BD = 1.8 + 25$$
$$= 26.8 \text{ m}$$

b) $\tan = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$

$\angle ABD = 55^0$

$\tan 55 = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$

$= \frac{AD}{BD}$

$AD = \tan 55 \times BD$

$= 1.4281 \times 26.8$

$= 38.27$ m

ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും കപ്പലിലേക്കുള്ള അകലം

$= 38.27$ m

4) 1.5 മീ ഉയരമുള്ള ഒരാൾ അകലെയുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 40^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. 18 മീ പുറകോട്ട് മാറി നിന്ന് നോക്കിയപ്പോൾ ഇത് 20^0 മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. എങ്കിൽ

a. ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക

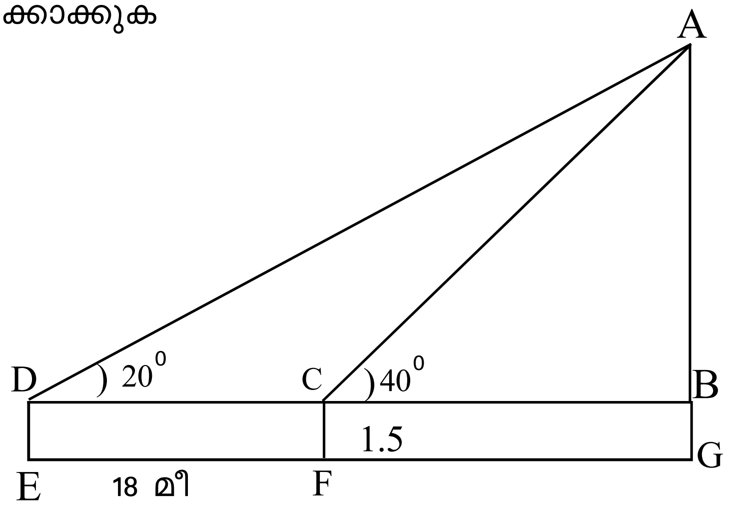
sin 40 = 0.64

tan 40 = 0.84

b. മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

ഉത്തരസൂചിക

a.



b) $\angle ADC + \angle DAC = 40^0$ (ആന്തര വിദൂര കോണുകളുടെ തുകയാണ് ബാഹ്യ കോൺ)

$\angle DAC = 20^0$

$\therefore$ ADC ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണം

$\therefore$ AC = 18 m

CD = 18 m

$\triangle$ ABC - ൽ

$$\sin 40 = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{കർണം}}$$

$$= \frac{AB}{AC}$$

AB = AC X sin 40

= 18 x 0.64

= 11.52

മരത്തിന്റെ ഉയരം = 11.52 +1.5

= 13.02 m

5) ഒരു വൈദ്യുതിത്തൂണിന്റെ മുകളറ്റത്തു നിന്ന് 2 ഇരുമ്പ് കമ്പികൾ ഇരു ദിശകളിലേക്കും തറയിൽ വലിച്ച് കെട്ടിയിരിക്കുന്നു. കമ്പികളുടെ ചുവടുകൾ തറയുമായുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ 55^0 യും 40^0 ഡിഗ്രിയുമാണ് കൂടാതെ കമ്പികളുടെ ചുവടുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 25 മീ.

a. ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക

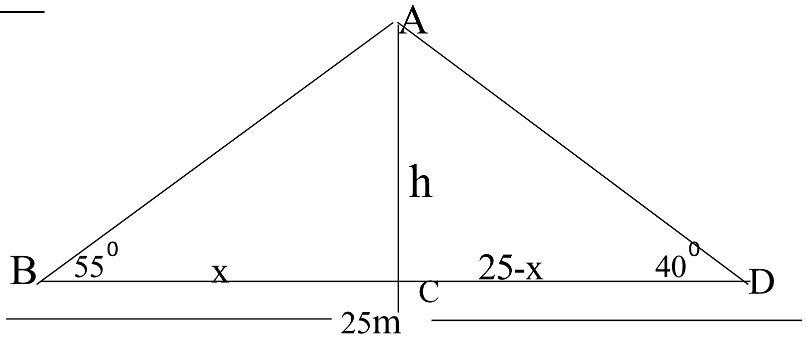
b. തൂണിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

tan 55= 1.43

tan 40 = 0.84

ഉത്തരസൂചിക

a)



b) Δ ABC -ൽ

$$\tan = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$$

$$\tan 55 = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan 55 = \frac{h}{x}$$

h = X tan 55

h = 1.43 x-------------------- (1)

Δ AC D-ൽ

$$\tan 40 = \frac{h}{25-x}$$

h = (25-X) tan 40

h = (25-X) 0.84 - (2)

(1) = (2)

1.43x = (25-x) o.84

$\therefore$ x = 9.25 m

h = 1.43X

= 1.43x9.25

= 13.227 mtr.

വൈദ്യുത തൂണിന്റെ ഉയരം = 13.227 mtr.

6. 1.5 മീ. ഉയരമുള്ള ഒരാൾ ഒരു ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 40 .മീ അകലമുള്ള ഒരു കുന്നിന്റെ മുകളറ്റം 60^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. ടവറിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും നോക്കിയപ്പോൾ കുന്നിന്റെ മുകളറ്റം 50^0 മേൽക്കോണിലാണ് കാണുന്നത്.

tan 50= 1.20

tan 60 = 1.73

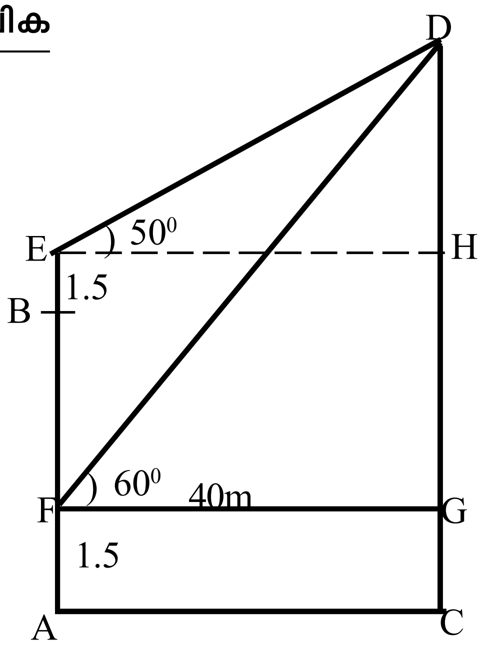
a. ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക

b. കുന്നിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

c . ടവറിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

ഉത്തരസൂചിക

a



b) Δ DEH - ൽ

$$\tan 50 = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$$

$$= \frac{DH}{EH}$$

DH = tan 50 x EH

= 1.20x40

= 48.0 mtr.

Δ DFG- ൽ

$DG = 40\sqrt{3} = 69.3$ m

കുന്നിന്റെ ഉയരം = DG + 1.5
= 69.3 +1.5
= 70.8 mtr.

ടവറിന്റെ ഉയരം = AB
= FE
= GH
= GD - DH
= 69.3 - 48
= 21.3 mtr.

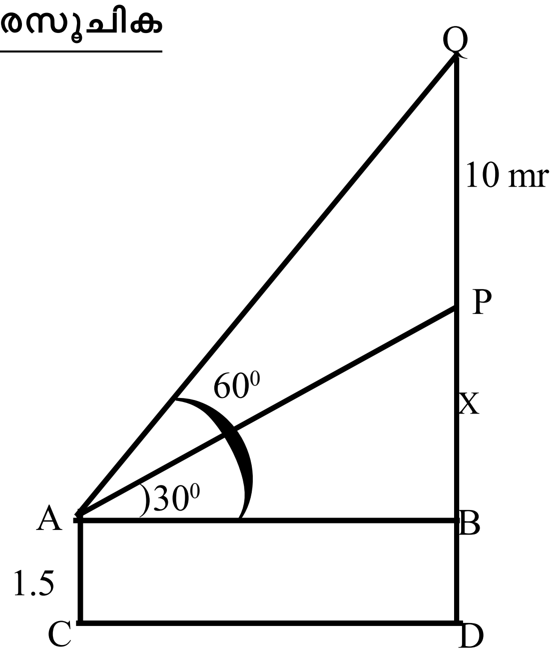
7. പണിതു കൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകൾ ഭാഗം 1.5 മീ ഉയരമുള്ള ഒരു കുട്ടി 30^0 മേൽക്കോണിൽ കണ്ടു. 10 മീ കൂടി ഉയർത്തി. കെട്ടിടം പണി തീർത്തപ്പോൾ അയാൾ അതേ സ്ഥാനത്ത് നിന്ന് 60^0 മേൽക്കോണി ലാണ് മുകൾ ഭാഗം കണ്ടത്. തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി

a. ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക

b. കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

ഉത്തരസൂചിക

a)



b)

Δ APB, Δ QAB എന്നിവയിൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

$1:\sqrt{3}:2$

Δ APB ൽ

AB = $\sqrt{3}$)(——— (1)

Δ QAB ൽ

$\frac{)(+10}{\sqrt{3}}$ ——— (1)

$\therefore$ $3x = X+10$

$\therefore$ $x = 5$

കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം = 10 + PB +BD

= 10 +5+1.5

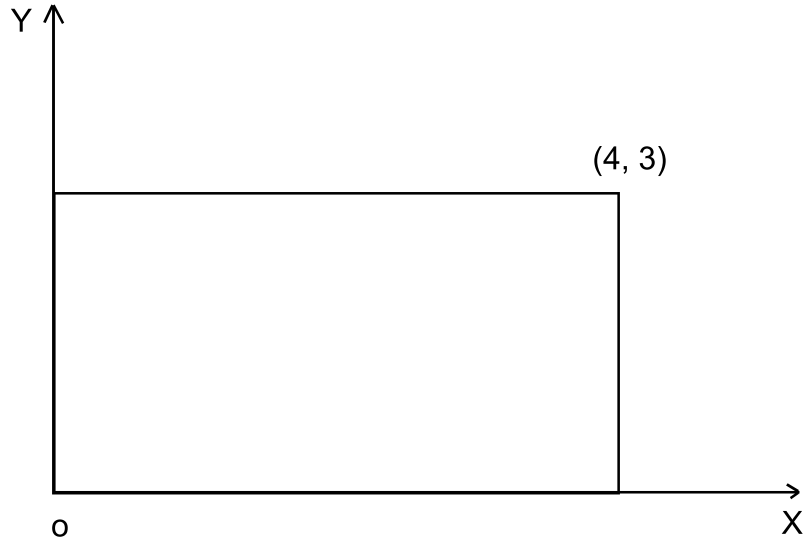
= 16.5 mtr

അധ്യായം 6
സൂചകസംഖ്യകൾ

- തലത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണയിക്കുന്നതിന് രണ്ടളവുകൾ വേണം.
- തലത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണയിക്കുന്നതിനുള്ള പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് വരകളെ സൂചകാക്ഷങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നു.
- തിരശ്ചീനമായ വരയെ x – അക്ഷമെന്നും ലംബമായ വരയെ y – അക്ഷമെന്നും പറയുന്നു.
- ഒരു ബിന്ദുവിന് x – അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലത്തെ ആ ബിന്ദുവിന്റെ y – സൂചക സംഖ്യ എന്നും, y – അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലത്തെ ആ ബിന്ദുവിന്റെ x – സൂചക സംഖ്യ എന്നും പറയുന്നു.

ചോദ്യം

ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ മറ്റു മൂന്ന് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



ഉത്തരസൂചിക

(0, 0), (4, 0), (0, 3)

- x – അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y – സൂചക സംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.
- y – അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x – സൂചക സംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും
- y – അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x – സൂചക സംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും
- x – അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y – സൂചക സംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും
- ആധാരബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ (O,O) ആയിരിക്കും.

ചോദ്യം

ചുവടെയുള്ള ബിന്ദുക്കളെ x അക്ഷത്തിലുള്ളവ, y - അക്ഷത്തിലുള്ളവ, അക്ഷങ്ങളിൽ അല്ലാത്തവ, എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിക്കുക.

(4, 0), (0, 7), (3, 2), $(\frac{1}{2}, 0)$, $(0, \frac{3}{4})$, $(-2, \sqrt{2})$

ഉത്തരസൂചിക

x - അക്ഷത്തിലുള്ളവ (4, 0), $(\frac{1}{2}, 0)$

y - അക്ഷത്തിലുള്ളവ (0, 7), $(0, \frac{3}{4})$

അക്ഷങ്ങളിൽ അല്ലാത്തവ (3, 2), $(-2, \sqrt{2})$

ചോദ്യം

ചുവടെ ചില ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ തന്നിരിക്കുന്നു.

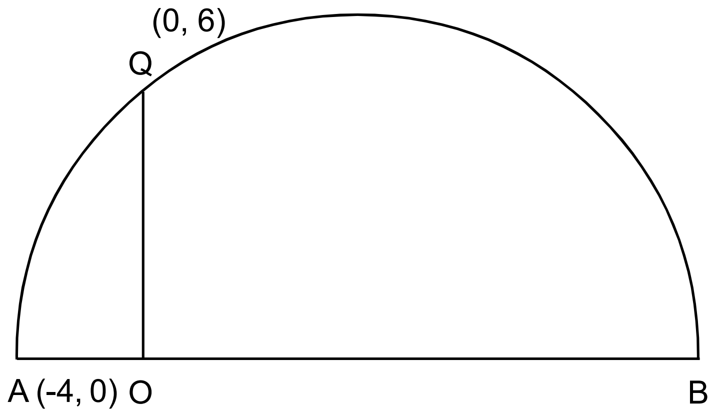
A (4, 0), B (0, -4), C (-4, 0), D (0, 4)

a) അക്ഷങ്ങൾ വച്ച് ഈ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

b) ഇവ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായ പേര് കൊടുക്കുക.

ചോദ്യം

ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമായ അർദ്ധവൃത്തം Q എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു വ്യാസം 13 യൂണിറ്റാണ്.



a) A (-4, 0), Q (0, 6), ആയാൽ OA, OB, OQ ഇവയുടെ നീളം എന്ത്?

b) B യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക

a) OA = 4 cm

OQ = 6 cm

OB = 13 - 4 = 9 cm

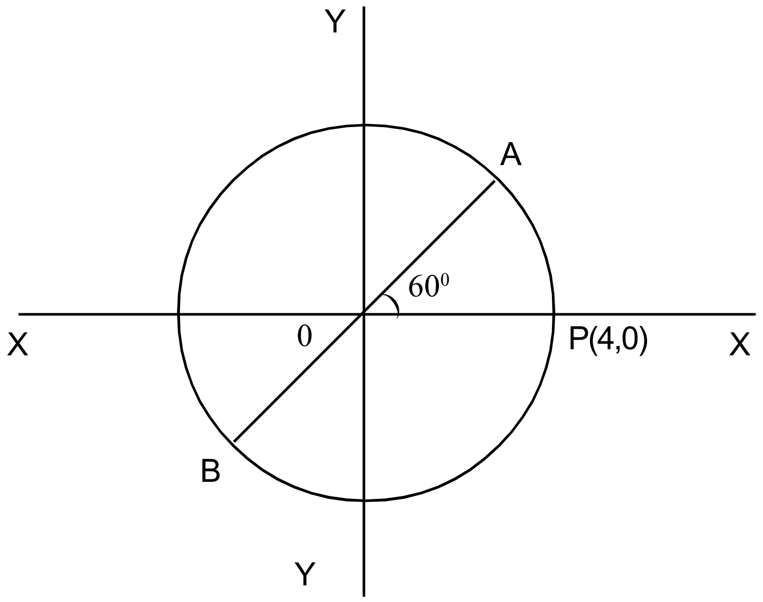
b) B യുടെ സൂചക സംഖ്യ = (9, 0)

ചോദ്യം

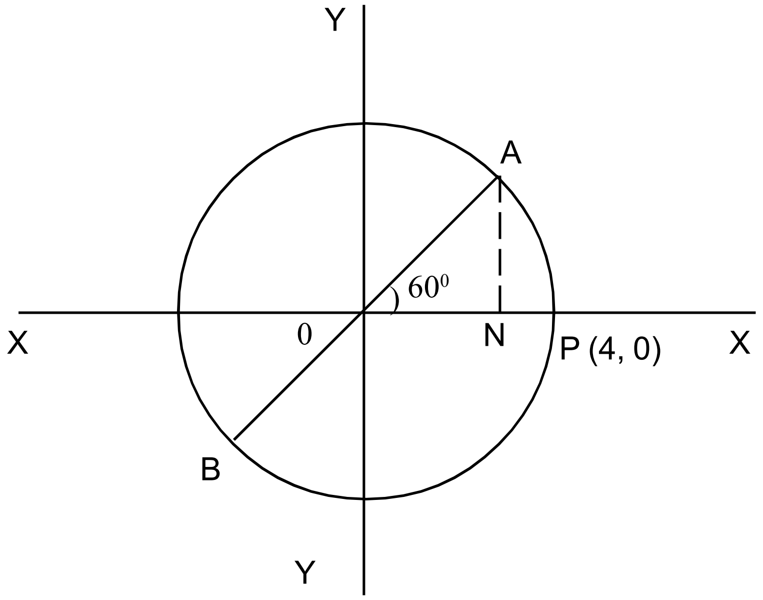
ചിത്രത്തിൽ വൃത്ത കേന്ദ്രം ആധാര ബിന്ദുവാണ്.

a) A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

b) AB യുടെ നീളം എന്ത്?



ഉത്തരസൂചിക



a) O വൃത്ത കേന്ദ്രമാണ്. മട്ടത്രികോണം ANO യിൽ OA = 4 cm, ON = 2, AN = $2\sqrt{3}$

(ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആണെങ്കിൽ അവയുടെ വശങ്ങളുടെ അംശ ബന്ധം $1 : \sqrt{3} : 2$ ആയിരിക്കും)

A യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ - $(2, 2\sqrt{3})$

B യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ - $(-2, -2\sqrt{3})$

b) AB യുടെ നീളം = 8 cm

x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കളാണ്. (x_1, y), (x_2, y) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $\lvert x_1 - x_2 \rvert$
y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കളാണ് (x, y_1), (x, y_2) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $\lvert y_1 - y_2 \rvert$

ചോദ്യം

അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ ചതുരം വരയ്ക്കുക.

a) (7, 8), (3, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചതുരത്തിന്റെ എതിർ മൂലകളായി എഴുതുക.

b) മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

c) ചതുരത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

d) ചതുരത്തിന്റെ വീതി എത്ര?

ആധാര ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് (x , y) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം $\sqrt{x^2 + y^2}$ ആണ്

ചോദ്യം

ആധാര ബിന്ദു കേന്ദ്രവും ആരം 10 cm ഉം ആയി ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു.

a) സൂചക സംഖ്യകൾ (6, 9), (5, 9), (6, 8) ആയ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിനകത്തോ, പുറത്തോ, വൃത്തത്തിൽ തന്നെയോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

b) ഈ വൃത്തത്തിലെ 8 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക

a) (0, 0), (6, 9) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{6^2 + 9^2}$ = $\sqrt{117}$ = 10 .8

ആരം 10 ആയതുകൊണ്ട് (6, 9) എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിനു പുറത്താണ്.

(0, 0), (5, 9) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{5^2 + 9^2}$ = $\sqrt{106}$ = 10.3

(5, 9) എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിനു പുറത്താണ്.

(0, 0), (6, 8) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{6^2 + 8^2}$ = $\sqrt{100}$ = 10

(6, 8) എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിൽ ആണ്.

b) (6, 8), (6, -8), (-6, 8), (-6, -8) (10, 0), (0, 10), (0, -10), (-10, 0)

രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ $(x_1 y_1)$ $(x_2 y_2)$ ആണെങ്കിൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

ചോദ്യം

ABCയുടെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ A (3, 1) B (6, 1), C (6, 4) എന്നിങ്ങനെ ആണ്.

a) AB, BC, CA എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളം കണ്ടു പിടിക്കുക.

b) AB^2, BC^2, CA^2 കണക്കാക്കുക.

c) $AB^2 + BC^2$.ഉം CA^2.ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ്?

d) $\triangle ABC$ ഏതു തരം ത്രികോണമാണ്?

ഉത്തരസൂചിക

a) $AB = |3 - 6| = |-3| = 3$

$BC = |1 - 4| = |-3| = 3$

$AC = \sqrt{(3 - 6)^2 + (1 - 4)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{18}$

b) $AB^2 = 9$

$BC^2 = 9$

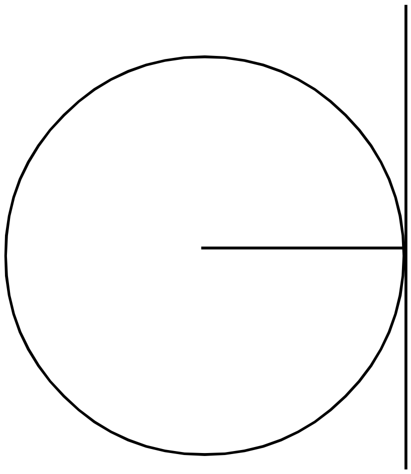
$AC^2 = 18$

c) $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (പൈതഗോറസ് തിയറം)

d) $\triangle ABC$ മട്ടത്രികോണം ആണ്.

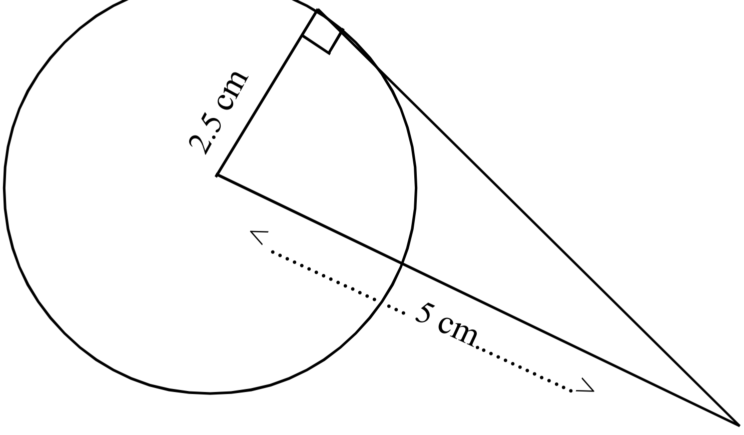
അധ്യായം – 7

തൊടുവരകൾ



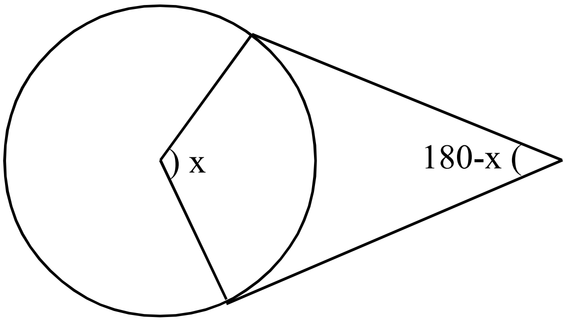
- വൃത്തത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ തൊടുന്ന വരയാണ് അതിന്റെ തൊടുവര.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള തൊടുവര ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.
- വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയും ആരവും നിർണ്ണയിക്കുകോൺ 90^0 ആണ്.

ചോദ്യം : ചുവടെയുള്ള വൃത്തത്തിലെ ഒരു തൊടുവരയും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള ആരവും കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള മറ്റൊരു വരയും ചേർത്ത് ത്രികോണം വരച്ചിരിയ്ക്കുന്നു.



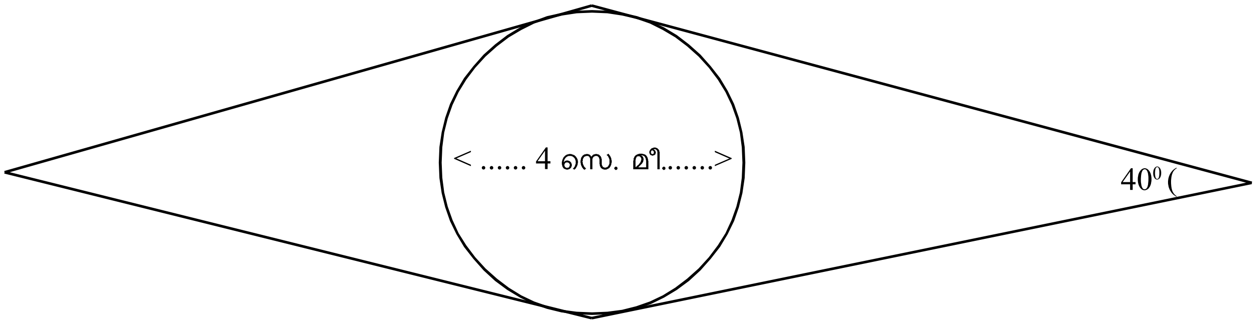
ഈ ചിത്രം വരക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക : വൃത്തം വരച്ച് ആരത്തിന് ലംബമായുള്ള വരയിൽ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം അടയാളപ്പെടുത്തുക.



- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണും ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണും അനുപൂരകമാണ്.
- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും അതിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭജം ചക്രീയമാണ്.

ചോദ്യം : ചിത്രത്തിലെ സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്. ഈചിത്രം വരയ്ക്കുക.



ഉത്തരസൂചിക : വൃത്തത്തിലെ നാലു ബിന്ദുക്കൾ നിർണ്ണയിക്കുന്ന രണ്ട് വ്യാസങ്ങൾക്കിടയിലെ വലിയ കോൺ = 180 – 40

ചോദ്യം : ആരം 2.5 സെ. മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക . വശങ്ങളെല്ലാം ഈ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും കോണുകൾ 40^0, 60^0 , 80^0 ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

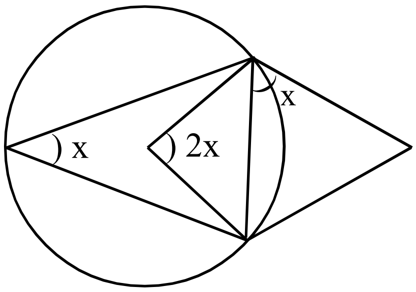
ഉത്തര സൂചിക : തന്നിരിയ്ക്കുന്ന അളവിൽ വൃത്തം വരച്ച് കോണുകളെ 180 – ൽ നിന്ന് കുറച്ചു കിട്ടുന്നത് വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ അടായളപ്പെടുത്തുക .

വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ ആരം, ലംബം വരച്ച് ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുക

ചോദ്യം : 3 സെ. മീ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ കൃത്യമായി പൊതിഞ്ഞു നിൽക്കുന്ന സമ ഭുജ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക .

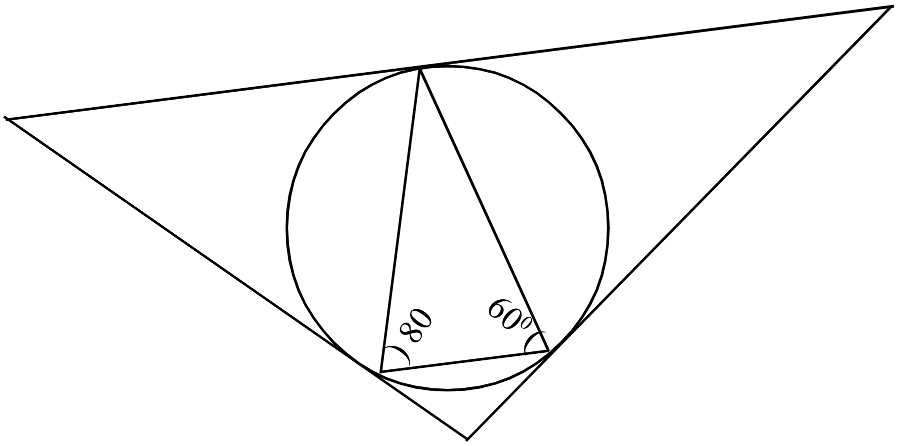
ഉത്തര സൂചിക : മുകളിലേതു തന്നെ

ചോദ്യം : 5 സെ. മീ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 13 സെ. മീ അകലെ യുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.



- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാൺ അതിന്റെ അറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയുമായി ഒരു വശത്തുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്തുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമാണ്.

ചോദ്യം.



ചിത്രത്തിലെ ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളിലൂടെ പരിവൃത്തത്തിന് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകളാണ് വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ. വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

ചോദ്യം : ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്

കൂടാതെ PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളുമാണ്.

a) < AOB യുടെ അളവെത്ര ?

b) Δ APB യുടെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

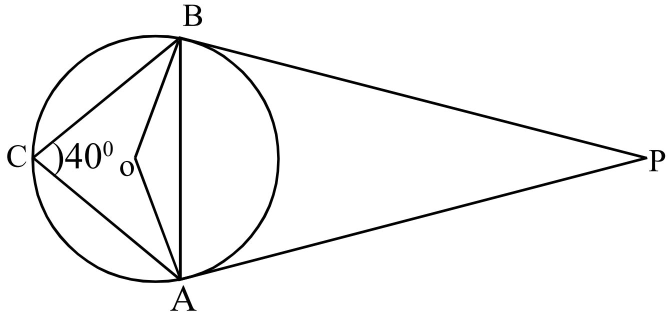
<u>**ഉത്തരസൂചിക**</u>

a) $<AOB=80^0$

b) Δ APB - ൽ

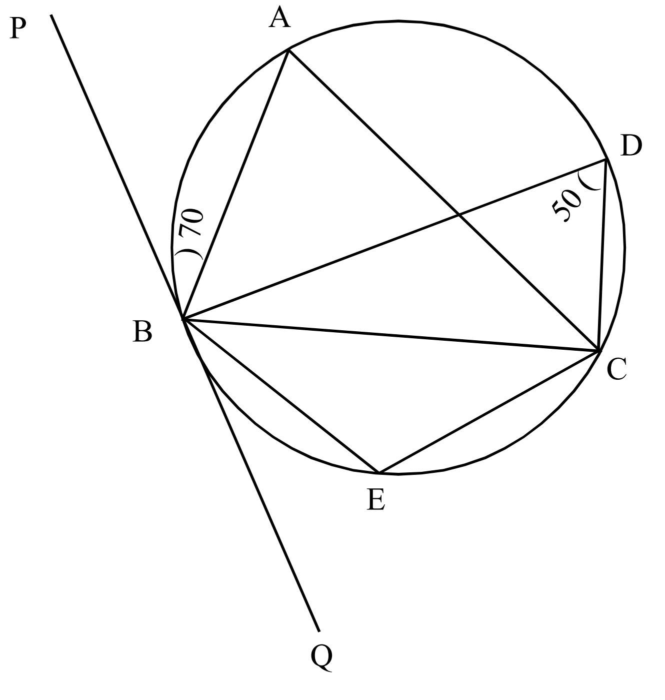
$<P=180-80=100$

$<A=<B=40^0$



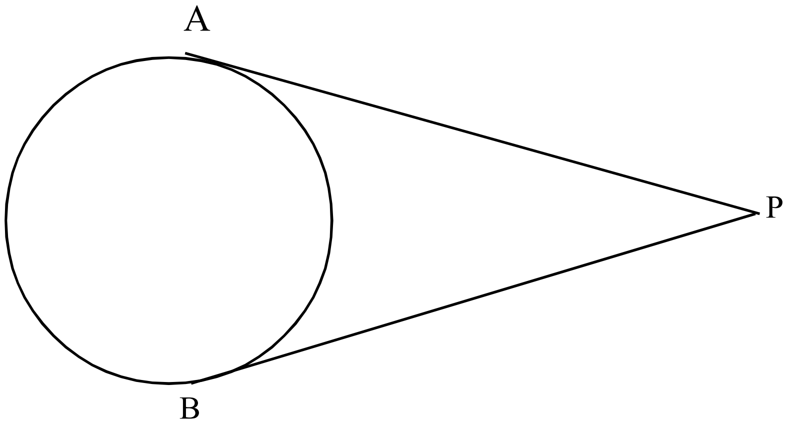
<u>**ചോദ്യം**</u> :ചിത്രത്തിൽ A,B,C,D,E എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. BD വ്യാസവും P Q എന്നത് B യിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയുമാണ്. $< BDC = 50^0$, $< PBA = 70^0$ എങ്കിൽ താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള കോണുകളുടെ അളവുകൾ കണക്കാക്കുക

<BCD, <BAC, <BEC, <ACB, <QBC



<u>**ഉത്തര സൂചിക**</u>

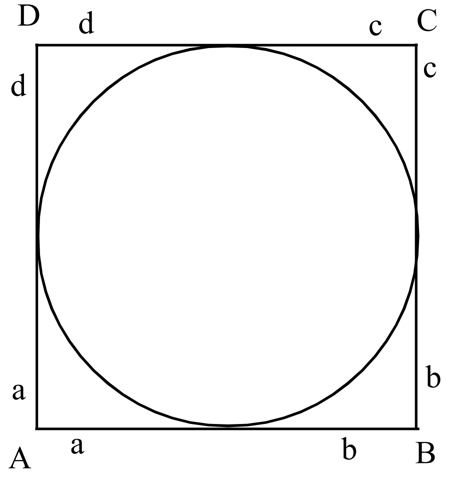
$<BCD= 90^0$	(അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)
$<BAC=<BDC= 50^0$	(ഓരേ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ)
<BEC=180 - <BDC	= (ചക്രീയ ചതുർഭുജം)
<ACB=<PBA	(ഞാണും തൊടുവരയും ചേർന്നുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ)
<QBC=<A	(ഞാണും തൊടുവരയും ചേർന്നുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ)



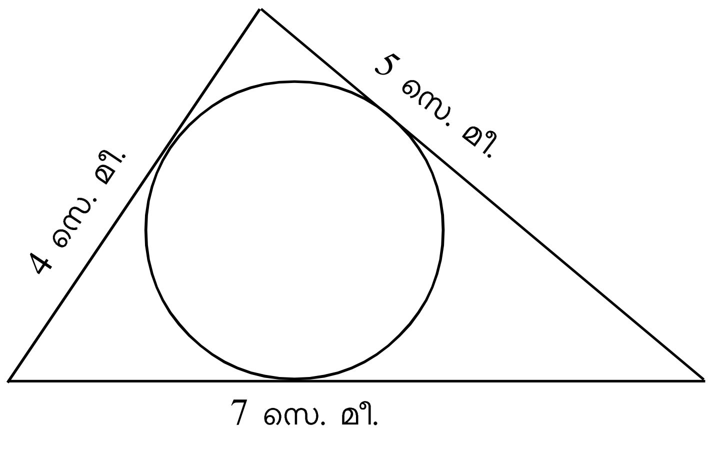
♦ വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം.

♦ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്. PA = PB

♦ ഒരു വൃത്തത്തിലെ നാലു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണ്.

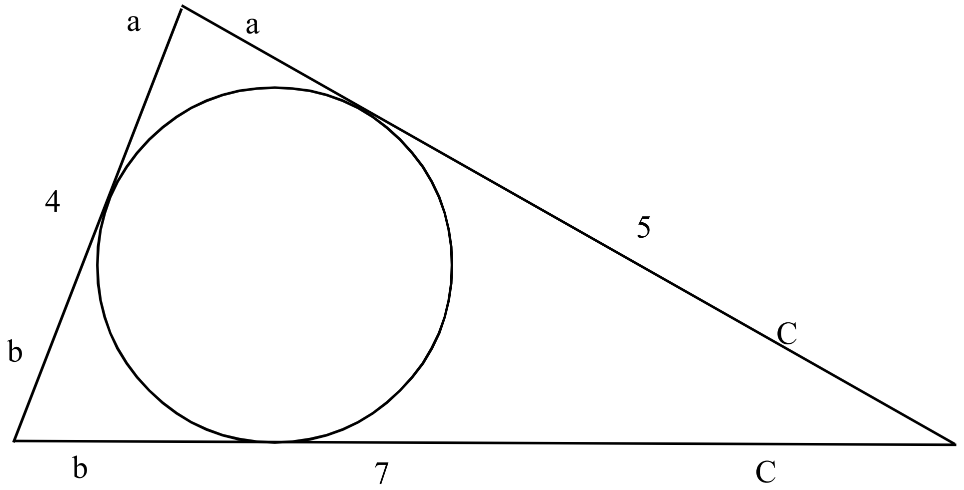


ചോദ്യം : ഒരു വൃത്തത്തിലെ മൂന്നു തൊടുവരകൾ ചേർന്ന ത്രികോണമാണ് . .
ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നത്.



ഓരോ മൂലയിൽ നിന്നും തൊടുന്ന ബിന്ദു വരെയുള്ള തൊടുവരകളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

<u>**ഉത്തരസൂചിക**</u> : തൊടുവരകളുടെ നീളം a, b, c



$2a+2b+2c = 4+7+5$

$a+b+c = 8$

$c= 8 -(a+b)$

$= 8-4$

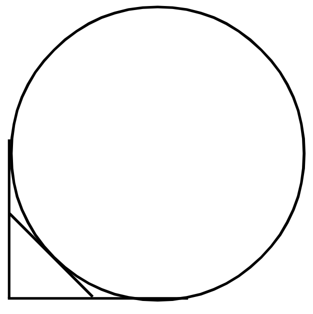
$= 4$

$b = 3$

$a = 1$

<u>**ചോദ്യം**</u>

ഒരു വൃത്തത്തിലെ പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ടു തൊടുവരകളും മറ്റൊരു തൊടുവരയും ചേർന്ന ഒരു ത്രികോണമുണ്ടാക്കിയ ചിത്രം നോക്കൂ.



ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന് തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

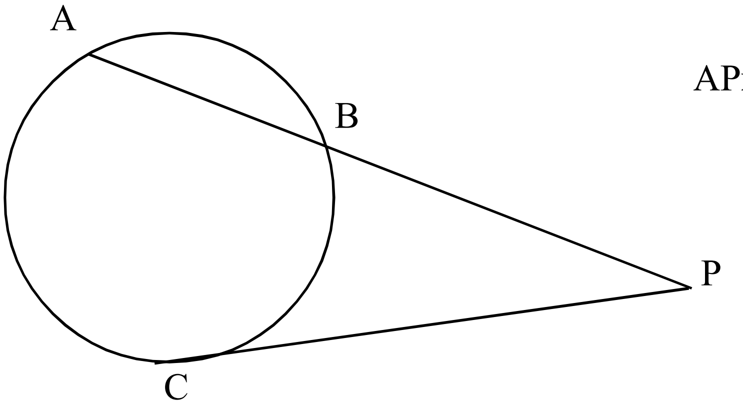
ഉത്തരസൂചിക

ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണം = a+b

∴ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = വലിയ തൊടുവരകളുടെ തുക.
തൊടുവരകൾ തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലേക്ക് ആരങ്ങൾ വരച്ചാൽ സമചതുരം ലഭിക്കും

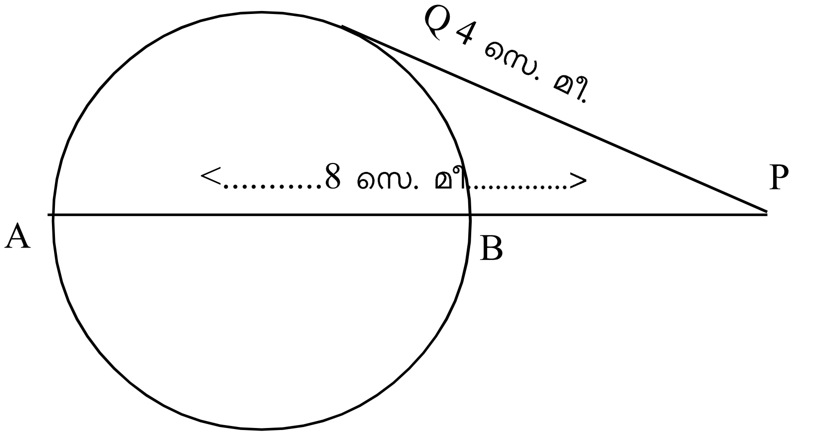
∴ വലിയ തൊടുവരയുടെ നീളം = ആരം
ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് =വ്യാസം

ഒരു വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന വരയും തൊടുവരയും ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടിയിൽ വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗത്തിന് തുല്യമാണ്.



$APxPB = CP^2$

ചോദ്യം : ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസവും P അത് നീട്ടിയതിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്. P യിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവര വൃത്തത്തെ Q വിൽ തൊടുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്.



ഉത്തരസൂചിക

$AP \times PB = PQ^2$ ൽ നിന്നും PB യുടെ നീളം കാണുക.
$8 \times PB = 4^2$
വ്യാസം AB = AP - PB

ചോദ്യം : 5 സെ. മീ വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യമായതും ഒരു വശം 6 സെന്റീമീറ്ററായതുമായ ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

- ♦ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിലെ C എന്ന ബിന്ദുവിൽ തൊടുവര CP 5 സെ. മീ നീളത്തിൽ വരയ്ക്കുക.
- ♦ P - ൽ നിന്നും 6 സെ. മീ നീളത്തിൽ വൃത്തത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന വര PB വരയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ വൃത്തത്തിലുണ്ടാകുന്ന ഞാൺ AB
- ♦ PB നീളമായും PA വീതിയായും ചതുരം വരയ്ക്കുക

$$AP \times PB = CP^2$$

- ♦ കൂട്ടി മുട്ടുന്ന രണ്ട് വരകളെ തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം വരകൾ ചേരുന്ന കോണിന്റെ സമഭാജിയിലാണ്.
- ♦ ഏതു ത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടി മുട്ടുന്നു.
- ♦ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാം. (അന്തർ വൃത്തം)

ചോദ്യം :- വശങ്ങളുടെ നീളം 4 സെ.മീ, 5 സെ.മീ, 6 സെ. മീ ആയ ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തവും വരയ്ക്കുക. അന്തർ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.

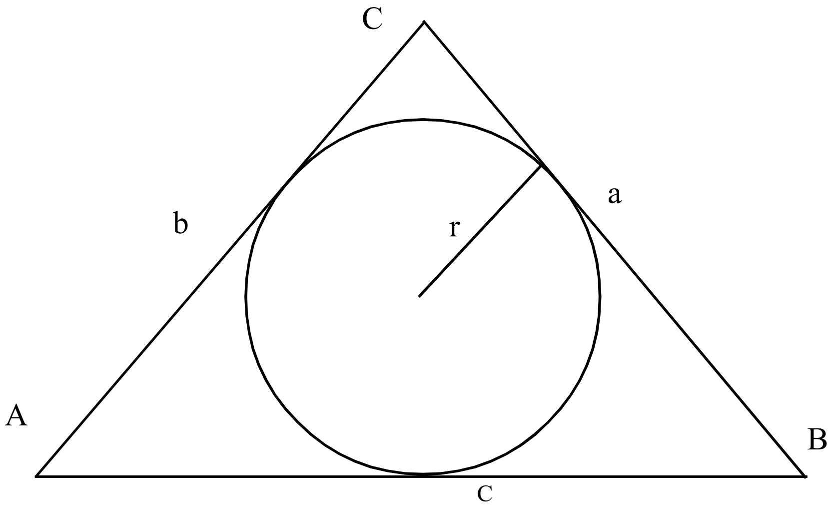
ഉത്തരസൂചിക : ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോൺ സമഭാജികൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി അതിന്റെ വശങ്ങളെ തൊടുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

ചോദ്യം :- വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെന്റീമീറ്ററും ഒരു കോൺ 50^0 യും ആയ സമഭുജ സാമാന്തരികം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർ വൃത്തവും വരയ്ക്കുക .

ഉത്തരസൂചിക : ഏകദേശ ചിത്രം ആദ്യം വരയ്ക്കുക.

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവാണ് അന്തർവൃത്ത കേന്ദ്രം.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയെ അന്തർവൃത്ത ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് പരപ്പളവ് കണ്ടെത്താം.



പരപ്പളവ് $A = \frac{1}{2}(a+b+c)r$

$A = sr$

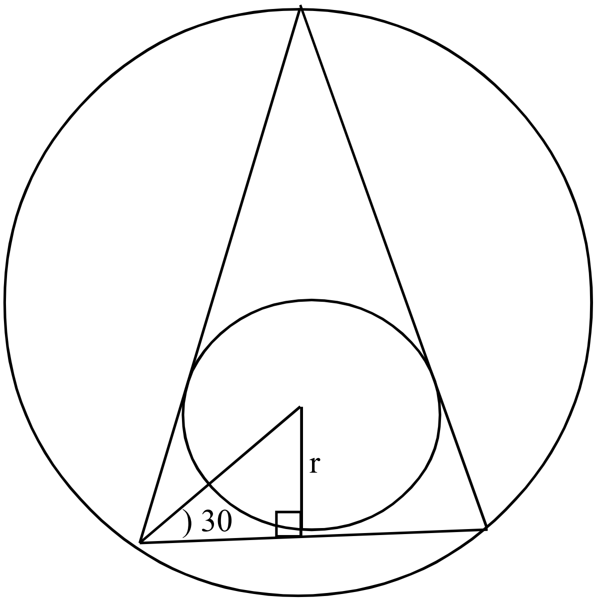
അന്തർവൃത്ത ആരം = $\frac{\text{പരപ്പളവ്}}{\text{ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി}}$

$$r = \frac{A}{S}$$

ചോദ്യം : ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം അതിന്റെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ പകുതിയാണ് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക :

ഏകദേശ ചിത്രം



ചിത്രത്തിലെ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ അന്തർവൃത്ത ആരം = r ആയാൽ,

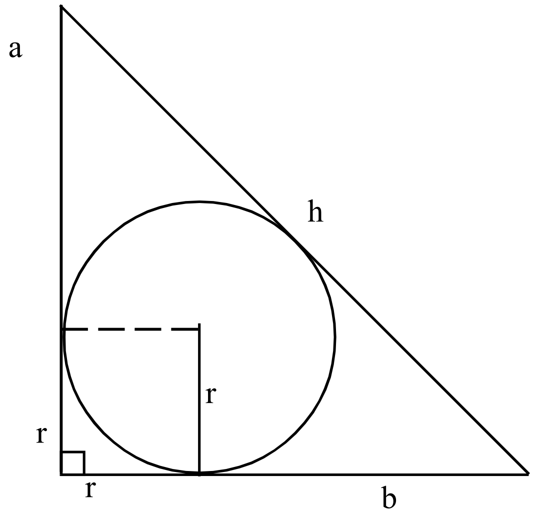
∴ വശങ്ങൾ r: $\sqrt{3r}$: 2r

∴ പരിവൃത്ത ആരം = 2r

ചോദ്യം : ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണം h - ഉം അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ഉം ആണെങ്കിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് r (h+ r) ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

ഏകദേശ ചിത്രം



(ചുറ്റളവ് = 2r + a+b+h (h = a+b)

S = r+h

A = rs

= r (h+ r)

അധ്യായം 8

ഘനരൂപങ്ങൾ

സമചതുര സ്തൂപിക

- പാദം സമചതുരം , 4 സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ

   (1) പാദവക്ക് (a) - സമചതുരത്തിന്റെ വശം
   (2) ചരിവുയരം (l) - സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം
   (3) ഉയരം (h) - സ്തൂപികയുടെ ശീർഷത്തിൽ നിന്നും പാദത്തിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം
   (4) പാർശ്വവക്ക് - സമപാർശ്വ ത്രികോണങ്ങളുടെ പാർശ്വവശം
   (5) പാദവികർണ്ണം - $\sqrt{2}$ x പാദവക്ക്

- ഒരേ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളായി വരുന്ന അളവുകൾ
   (a) ചരിവുയരം, ഉയരം, പാദവക്കിന്റെ പകുതി .
   (b) പാർശ്വവക്ക്, ചരിവുയരം, പാദവക്കിന്റെ പകുതി
   (c) പാർശ്വവക്ക് , ഉയരം, പാദവികർണ്ണത്തിന്റെ പകുതി

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്

   = പാദപ്പരളവ് + പാർശ്വപരപ്പളവ്

   $= a^2 + 4 \times \frac{1}{2} al$

   $= a^2 + 2 al$

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ x പാദപരപ്പളവ് x ഉയരം

   $= \frac{1}{3} a^2h$

ചോദ്യം : സമചതുര സ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ പാദവക്ക് 16 സെന്റീമീറ്ററും ചരിവുയരം 10 സെന്റീമീറ്ററുമാണ് ഇത്തരം 500 കളിപ്പാട്ടങ്ങൾ ചായം പൂശുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 80 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപ ചെലവാകും ?

ഉത്തരസൂചിക :

* സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= a^2 + 2al$
(ഇത് ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റേതാണ്)

* 500 കളിപ്പാട്ടങ്ങളുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക

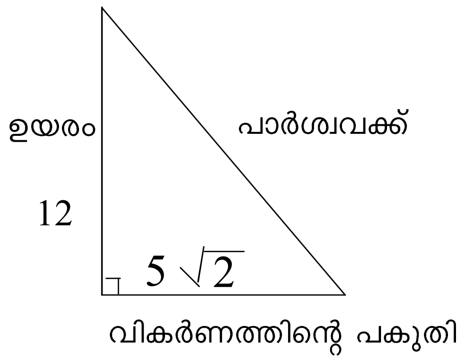
* ഇത് ചതുരശ്രമീറ്ററിലേക്ക് മാറ്റി 80 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

ചോദ്യം : കടലാസ് മുറിച്ച് ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കണം . പാദവക്ക് 10 സെന്റീമീറ്ററും, ഉയരം 12 സെന്റീമീറ്ററും വേണം . ത്രികോണങ്ങളുടെ അളവുകൾ എത്ര ആയിരിക്കണം .

ഉത്തരസൂചിക :

ത്രികോണങ്ങളുടെ പാദം = സമചതുരത്തിന്റെ വശം

$$\text{പാർശ്വ വക്ക്} = (\text{ഉയരം})^2 + \left[\frac{\text{വികർണം}}{2}\right]^2$$



ചോദ്യം : ഏതു സമചതുര സ്തൂപികയിലും ഉയരം, ചരിവുയരം, പാർശ്വവക്ക് എന്നിവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക .

ഉത്തരസൂചിക :

* പാദം a , ഉയരം h ആയാൽ $(\text{ചരിവുയരം})^2 = h^2 + (\frac{a}{2})^2$
(പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം)

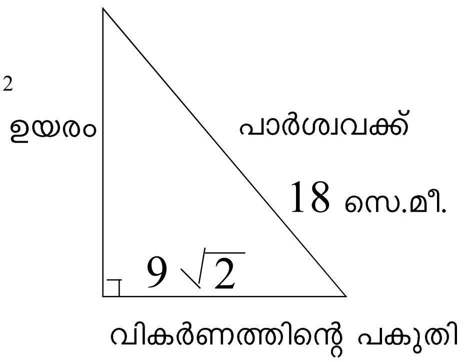
* $(\text{പാർശ്വവക്ക്})^2 = (\text{ചരിവുയരം})^2 + \left[\frac{\text{പാദവക്ക്}}{2}\right]^2 = h^2 + (\frac{a}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2$

* $(\text{ഉയരം})^2, (\text{ചരിവുയരം})^2, (\text{പാർശ്വവക്ക്})^2 \rightarrow h^2, h^2 + (\frac{a}{2})^2 \quad h^2 + 2(\frac{a}{2})^2$

ചോദ്യം : വക്കുകളെല്ലാം തുല്യമായ ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം 18 സെന്റീമീറ്ററാണ് . സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക .

ഉത്തര സൂചിക:

$$\text{ഉയരം} = \sqrt{(\text{പാർശ്വ വക്ക്})^2 + \left[\frac{\text{വികർണം}}{2}\right]^2}$$



പാദവക്ക് = 18 സെ. മീ.

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} a^2h$

പാർശ്വമുഖങ്ങൾ സമഭുജത്രികോണങ്ങളായ സമചതുരസ്തൂപികയുടെ എല്ലാ വക്കുകൾക്കും ഒരേ നീളമാണ് . വക്കിന്റെ നീളം a ആയാൽ

ഉപരിതലപ്പരപ്പളവ് = $a^2+4x \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

= $a^2+ \sqrt{3}a^2$

<u>വൃത്തസ്തൂപിക</u>

* R ആരമുള്ള വൃത്താംശം വളച്ചുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം R തന്നെ.
* കേന്ദ്രകോൺ x^o ആയ വൃത്താംശം വളച്ചുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ $\frac{R}{360} = \frac{r}{x}$ പാദആരം r ആയാൽ
* R, r വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരമായ h എന്നിവ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളാണ് (കർണം R)
* വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് = πRr
  ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\pi r^2 + \pi Rr$
* വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

ചോദ്യം : ആരം 10 സെന്റീമീറ്ററും കേന്ദ്രകോൺ 60^0 ഉം ആയ വൃത്താംശം വളച്ചുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരവും ചരിവുയരവും എത്രയാണ്.

ഉത്തരസൂചിക :

ചരിവുയരം = R

$$\frac{R}{360} = \frac{r}{x}$$

ചോദ്യം : പാദത്തിന്റെ വ്യാസം 30 സെന്റീമീറ്ററും , ഉയരം 40 സെന്റീമീറ്ററുമായ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്രയാണ്.

ഉത്തരസൂചിക :

ചരിവുയരം R = (ഉയരം$)^2$ + (ആരം$)^2$

ഉപരിതലപ്പരപ്പളവ് = $\pi r^2 + \pi Rr$

ചോദ്യം : വൃത്തസ്തംഭാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തടിക്കക്ഷണത്തിന്റെ പാദത്തിന്റെ ആരം 15 സെന്റീമീറ്ററും ഉയരം 40 സെന്റീമീറ്ററും ആണ്. ഇതിൽ നിന്ന് ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്രയാണ്.

ഉത്തരസൂചിക :

സ്തംഭത്തിൽ നിന്ന് ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും ഉയരവും വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റേത് തന്നെ

ചോദ്യം : പാദത്തിന്റെ ആരം 12 സെന്റീമീറ്ററും ഉയരം 20 സെന്റീമീറ്ററുമായ കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തംഭം ഉരുക്കി, പാദത്തിന്റെ ആരം 4 സെന്റീമീറ്റർ ഉയരം 5 സെന്റീമീറ്ററുമായ എത്ര വൃത്തസ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം?

ഉത്തരസൂചിക : വലിയ ഘനരൂപം ഉരുക്കി ചെറിയ ഘനരൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ ,

ചെറിയ ഘനരൂപങ്ങളുടെ എണ്ണം = $\frac{\text{വലിയഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{ചെറിയ ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}$

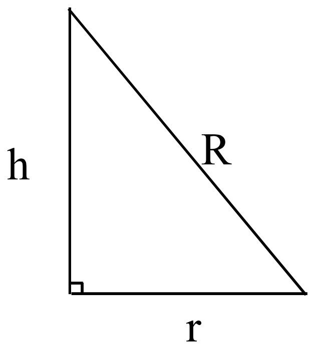
ചോദ്യം : 216^0 കേന്ദ്രകോണും 25 സെന്റീമീറ്റർ ആരവുമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ആക്കിയാൽ അതിന്റെ ആരവും ഉയരവും എത്രയായിരിക്കും? വ്യാപ്തമോ?

ഉത്തരസൂചിക :

$$\frac{R}{360} = \frac{r}{x}$$

ഉയരം $h = \sqrt{R^2 - r^2}$

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$



ഗോളം, അർധഗോളം (ആരം r)

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4 \pi r^2$

ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3} \pi r^3$

അർധഗോളത്തിന്റെ വക്രതല പരപ്പളവ = $2 \pi r^2$

അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + വക്രതല പരപ്പളവ്

= $3 \pi r^2$

അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3} \pi r^3$

ചോദ്യം : കട്ടിയായ ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് 120 ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്. അത് മുറിച്ച് രണ്ട് അർധഗോളങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോന്നിന്റെയും ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്തായിരിക്കും .

ഉത്തരസൂചിക :

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $4 \pi r^2$ - ന്റെ വില തന്നിട്ടുണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നും ഒരു πr^2 എത്രയെന്ന് കണ്ടെത്തി അർധ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണാം.

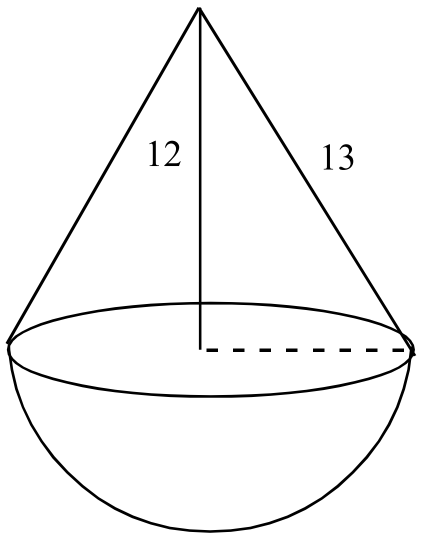
ചോദ്യം : ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ നീളം 10 സെന്റീമീറ്ററും ആരം 4 സെന്റീമീറ്ററുമാണ്. ഇതുരുക്കി , 2 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള എത്ര ഗോളങ്ങളുണ്ടാക്കാം. ?

ഉത്തരസൂചിക :

വലിയ ഘനരൂപം ഉരുക്കി ചെറിയ ഘനരൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ,

$$\text{ചെറിയ ഘനരൂപങ്ങളുടെ എണ്ണം} = \frac{\text{വലിയഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{ചെറിയ ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}$$

ചോദ്യം : ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ പരന്ന മുഖത്ത് അതേ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഘടിപ്പിച്ച ഘനരൂപമാണ് ചിത്രത്തിൽ . വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം 12 സെന്റീമീറ്ററും , ചരിവുയരം 13 സെന്റീമീറ്ററുമാണ്.



(a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരമെത്രയാണ് ?

(b) അർധഗോളത്തിന്റെ വക്രതല പരപ്പളവ് എത്രയാണ് ?

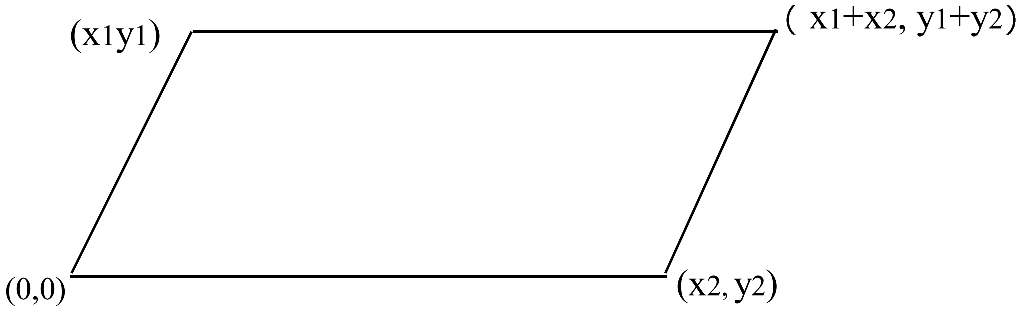
(c) ഈ ഘനരൂപത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക .

ഉത്തരസൂചിക :

ഈ ഘനരൂപത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെയും അർധഗോളത്തിന്റെയും വക്രതലപരപ്പളവുകളുടെ തുകയാണ്.

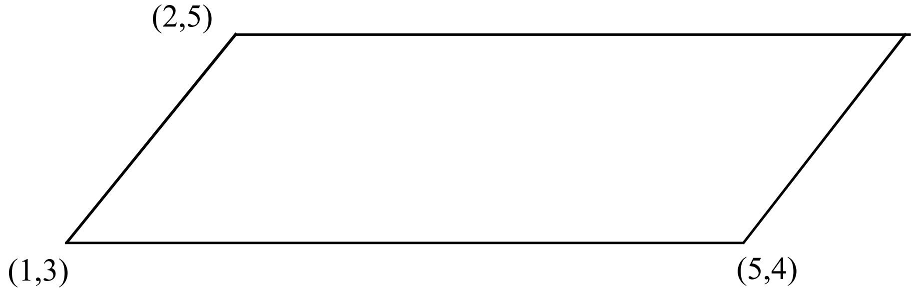
അധ്യായം 9
ജ്യമിതിയും ബീജഗണിതവും

(x1y1) (x2y2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ആധാരബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്നവരകൾ സമീപവശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല (x1+x2, y1+y2) ആണ്.



ചോദ്യം

ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാം മൂലയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എന്താണ്?



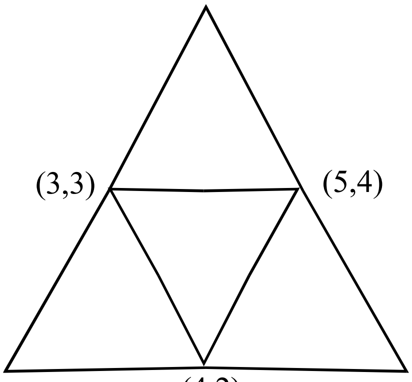
ഉത്തരസുചിക

സാമാന്തരികത്തിന്റെ അടുത്തടുത്ത ബിന്ദുക്കളുടെ x - സൂചകസംഖ്യകളും y - സൂചകസംഖ്യകളും പ്രത്യേകം പരിഗണിക്കുക ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ x - സൂചകസംഖ്യകളിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം തന്നെയാണ് മറ്റേ ജോടികളുടെ x - സൂചകസംഖ്യകളിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം. ഇതേപോലെ y - സൂചകസംഖ്യകളുടെ മാറ്റവും തുല്യമാണ്.

നാലാം മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (6,6)

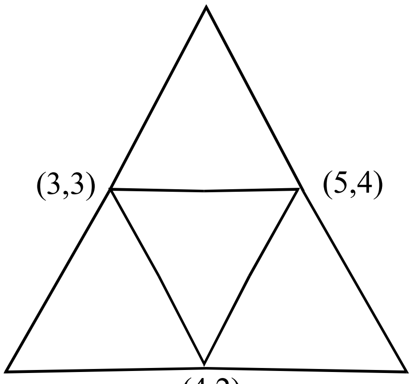
ചോദ്യം

ചിത്രത്തിലെ വലിയത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാണ് അതിനുള്ളിലെ ചെറിയ ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നത്. വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളുടെയെല്ലാം സൂചകസംഖ്യകൾ കണകാക്കുക.



ഉത്തരസൂചിക

മുകളിലേതുപോലെ തന്നെ

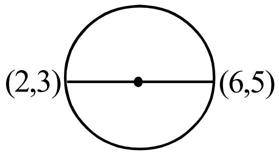


(x1y1) (x2y2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു $\left(\frac{x1+x2}{2}, \frac{y1+y2}{2}\right)$ ആണ്

ചോദ്യം

(2,3) (6,5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

ഉത്തരസൂചിക



വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{3+5}{2}\right) = (4, 4)$

> $(x1y1)$ $(x2y2)$ $(x3y3)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമ കേന്ദ്രം $\left(\frac{x1 + x2 + x3}{3}, \frac{y1 + y2 + y3}{3}\right)$

ചോദ്യം

(2,1) (5,3) (8,2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമ കേന്ദ്രം $=\left(\frac{2+5+8}{3}, \frac{1+3+2}{3}\right) = \left(\frac{15}{3}, \frac{6}{3}\right) = (5,2)$

> ∗ $(x1,y1)$ $(x2,y2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിൽ $(x1, y1)$മുതൽ (x, y) എന്ന ബിന്ദുവരെയുള്ള അകലം മൊത്തം വരയുടെ $\frac{P}{W}$ ഭാഗമാണെങ്കിൽ
>
> $$x = x1 + \frac{P}{W}(x2 - x1)$$
>
> $$y = y1 + \frac{P}{W}(y2 - y1)$$
>
> മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ
> സൂചകസംഖ്യകൾ $(x1, y1)$ $(x2, y2)$ ആയ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ $m:n$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ
>
> $$\left(\frac{mx2 + nx1}{m+n}, \frac{my2+ny1}{m+n}\right)$$

ചോദ്യം

A,B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ (3,2) (8,7) എന്നിവയാണ്.

a) AP : PB = 2:3 ആകുന്ന P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

b) AQ : QB = 3:2 ആകുന്ന Q എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

(a) $x = x_1 + \frac{P}{W}(x_2 - x_1) = 3 + \frac{2}{5}(8-3) = \underline{\underline{5}}$

$y = y_1 + \frac{P}{W}(y_2 - y_1) = 2 + \frac{2}{5}(7-2) = \underline{\underline{4}}$

P യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ = (5,4)

(b) $x = 3 + \frac{3}{5}(8-3) = 6$

$y = 2 + \frac{3}{5}(7-2) = 5$

Q എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ = (6 , 5)

> * അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏത് വരയിലും y -യിലെ മാറ്റം x- ലെ മാറ്റത്തിന് അനുപാതികമാണ്
> (x_1y_1) (x_2y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ആണ് .

ചോദ്യം

(2,3) (8,6) എന്നീ ബിന്ദുകൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

ചരിവ് $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{6-3}{8-2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ചോദ്യം

(1,3) (2,5) (3,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു വരയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തര സൂചിക

ബിന്ദുക്കളുടെ വരയുടെ ചരിവുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്നു ഈ ചരിവുകൾ തുല്യമായതിനാൽ ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു വരയിലാണ്.

> ഒരു വരയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റേയും x - സൂചക സംഖ്യയും y - സുചക സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വരയുടെ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.
>
> $y - y_1$ =വരയുടെ ചരിവ് × $(x - x_1)$

ചോദ്യം

(1,2) (2,4) ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. ഇതിൽ x - സൂചക സംഖ്യകൾ 3,4,5 ... എന്നിങ്ങനെ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളായ ബിന്ദുക്കളുടെ y - സുചക സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി എന്താണ്.

ഉത്തര സൂചിക

വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{4 - 2}{2 - 1}$ =2

വരയുടെ സമവാക്യം

$$y - 2 = 2 \times (x - 1)$$
$$2x - y = 0$$
$$2x = y$$

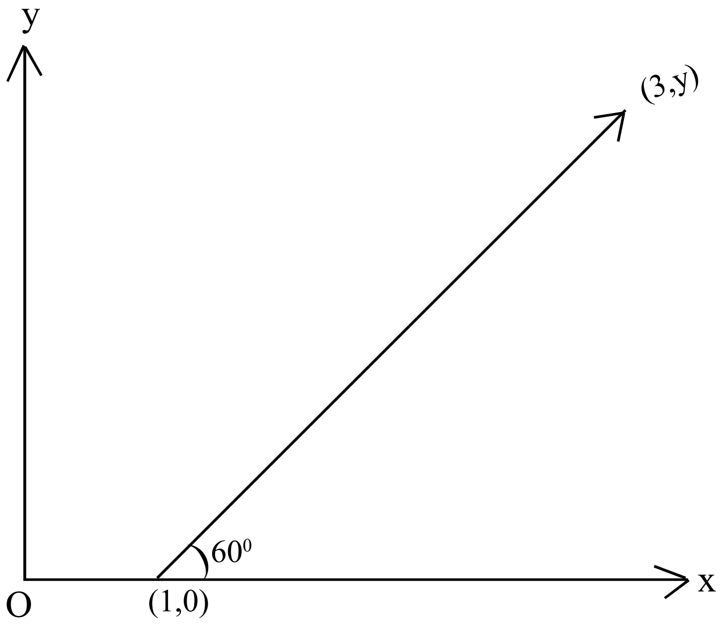
ഈ സമവാക്യത്തിൽ y -സൂചക സംഖ്യ x -സൂചക സംഖ്യയുടെ രണ്ടിരട്ടി ആണ്.

x -സൂചക സംഖ്യകൾ 3,4,5, ...

y -സൂചക സംഖ്യകൾ 6,8,10 .... ($2x = y$)

ചോദ്യം

ചിത്രത്തിൽ ചരിഞ്ഞവരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x-സൂചക സംഖ്യ 3 ആണ്.

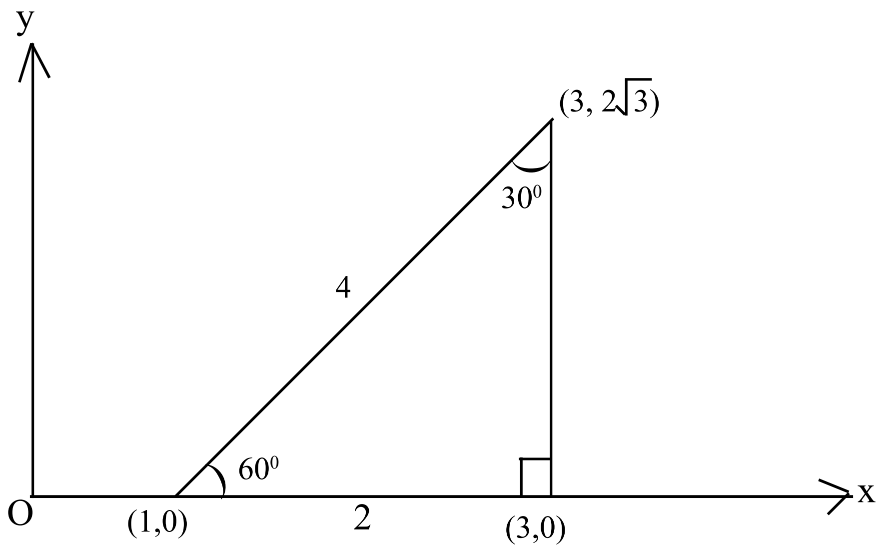


a) അതിന്റെ y- സൂചകസംഖ്യ എന്താണ്?

b) വരയുടെ ചരിവ് എത്രയാണ്?

c) വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക



a) y സൂചകസംഖ്യ $=2\sqrt{3}$

b) വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

ഇതുപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുന്നു.

c) $y - 0 = \sqrt{3}\,(x-1)$

വരയുടെ സമവാക്യം $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$

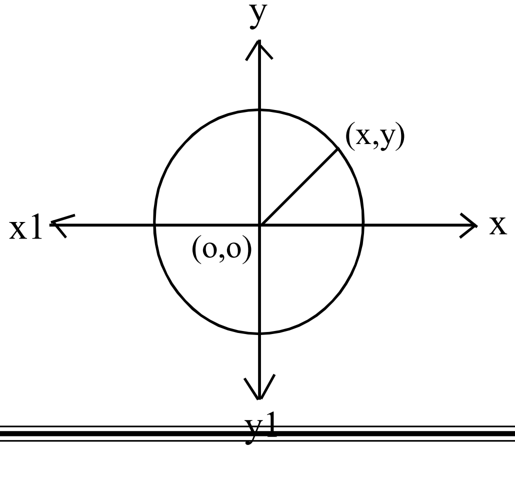
ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും x-സൂചക സംഖ്യയും y-സൂചക സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്നുപറയുന്നു.

* ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രവും ആരം 'r' ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2+y^2=r^2$ എന്നതാണ്.

ചോദ്യം

കേന്ദ്രം ആധാര ബിന്ദുവും ആരം 5 ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. ഈ വൃത്തത്തിലെ 8 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക



കേന്ദ്രം = ആധാരബിന്ദു

ആരം = 5

സമവാക്യം

$$x^2+y^2 = r^2$$

$$x^2+y^2 = 5^2 \qquad x^2+y^2 =25,\ x^2+y^2 -25=0$$

എട്ടുബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

(5,0) (0,5) (0,–5) (–5,0) (3,4) (3,–4) (4,3) (4,–3)

* വൃത്തകേന്ദ്രം (x_1, y_1) ഉം ആരം 'r' ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2=r^2$

ചോദ്യം

കേന്ദ്രം (2,1) എന്ന ബിന്ദുവും ആരം 4 ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക.

ഉത്തരസൂചിക

വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു (x,y) എന്നെടുത്താൽ (x,y) (2,1) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = 4

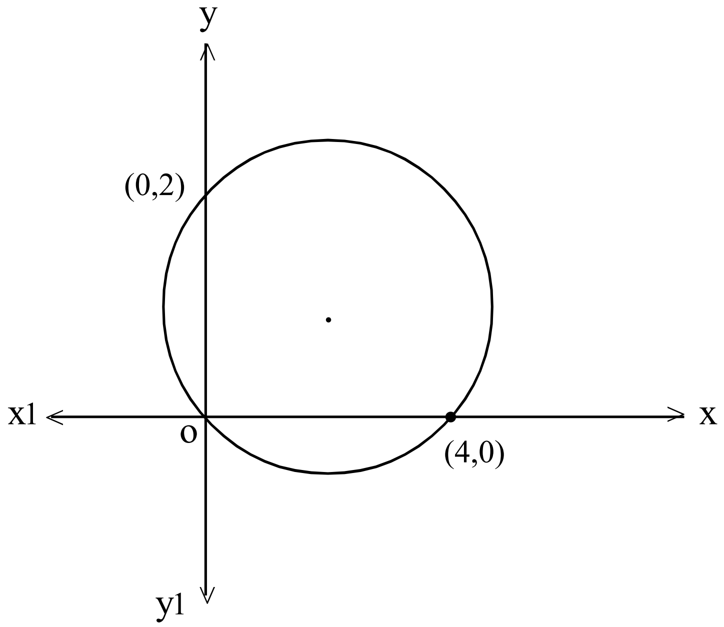
$$(x-2)^2+ (y-1)^2=4^2$$

$$x^2+y^2 -4x-2y-11=0$$

ഇതാണ് വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

ചോദ്യം

ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്താണ്?



ഉത്തരസൂചിക

(0,2) ഉം (4,0) ഉം യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ നീളം $= \sqrt{4^2 + 2^2}$

$= 2\sqrt{5}$

ആരം $= \sqrt{5}$

വൃത്തകേന്ദ്രം $= (2,1) \quad \left[\frac{0+4}{2} , \frac{2+0}{2} \right]$

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\Longrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

യൂണിറ്റ് - 10

ബഹുപദങ്ങൾ

p(x) എന്ന ബഹുപദം q(x), r(x) എന്നീ ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമാണെങ്കിൽ q(x), r(x) ഇവയെ p(x) ന്റെ ഘടകങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നു.

(x−a) എന്ന ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം, p(x) എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണെങ്കിൽ p(a) =0 ആണ്. അഥവാ 'a' എന്ന സംഖ്യ p(x) = 0 എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമാണ്.

p(x) എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി

$$p(x) = (x-a_1) \times (x-a_2) \times \ldots\ldots (x-a_n)$$

എന്ന് പിരിച്ചെഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ a_1, a_2, ...a_n എന്നീ സംഖ്യകൾ p(x) = 0 എന്ന സമവാക്യപ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണ്.

<u>ചോദ്യം.</u>

1. $p(x) = x^2-7x+12$ നെ

a) ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

b) p(x) = 0 ആകത്തക്കവിധം സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

<u>ഉത്തരസൂചിക</u>

a) $p(x) = x^2-7x+12$

$p(x) = (x-a)\ (x-b)$

$x^2-7x+12 = (x-a)\ (x-b)$

$= x^2 - (a+b)\ x + ab$

$a+b = 7$

$ab = 12$

$x^2-7x+12 = (x-4)\ (x-3)$

b) $x^2-7x+12$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ = 4, 3

p(x) എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ x ആയി a എന്ന സംഖ്യ എടുക്കുമ്പോൾ p(a) = 0 ആണെങ്കിൽ x − a എന്ന ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം p(x) ന്റെ ഘടകമാണ്.

<u>ചോദ്യം.</u>

1. a) $p(x) = x^2 + 2x + 5$ ആയാൽ p(1) എത്രയാണ്

b) $x^2 + 2x + k$ യുടെ ഒരു ഘടകം (x−1) ആകണമെങ്കിൽ k ഏത് സംഖ്യയാകണം?

<u>ഉത്തരസൂചിക</u>

1. a) $p(x) = x^2 + 2x + 5$

$p(1) = 1^2 + 2\times1 + 5$

$= \underline{8}$

b) (x−1) ഘടകം ആക്കണമെങ്കിൽ p(1) = 0

$p(x) = x^2 + 2x + k$ $\quad$ $p(1) = 0$

$1^2 + 2\times1 + k = 0$

$\underline{\underline{k = -3}}$

2) $x^2 + kx + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ

a) k ആയി ഏത് സംഖ്യ എടുത്താലാണ് (x−1) ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത്?

b) ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ ഘടകം കണ്ടുപിടിക്കുക.

<u>ഉത്തരസൂചിക</u>

a) $p(x) = x^2 + kx + 6$

(x-1) ഘടകമാണെങ്കിൽ $p(1) = 0$

$1^2 + k\times 1 + 6 = 0$

$k = -7$

b) $p(x) = x^2 - 7x + 6$

ഒരു ഘടകം (x−1)

$(x-1)(x-a) = x^2 - 7x + 6$

$(x-1)(x-6) = x^2 - 7x + 6$

രണ്ടാമത്തെ ഘടകം = x−6

3) $kx^2 + 2x - 5$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ k ആയി ഏത് സംഖ്യ എടുത്താലാണ് (x−1) ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുക ?

<u>ഉത്തര സൂചിക.</u> $p(x) = kx^2 + 2x - 5$

$p(1) = 0$ ആകത്തക്കവിധം k യുടെ വില കണക്കാക്കുക.

4) $p(x) = x^2 - 20x + 91$ നെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

<u>ഉത്തരസൂചിക</u>

$p(x) = x^2 - 20x + 91$ a=1, b=-20, c=91

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4\times 1\times 91}}{2\times 1}$$

$x = 13$ or $x=7$

$x^2-20x + 91 = (x-13)(x-7)$

5) $p(x) = x^2 + x + 1$ നെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുവാൻ കഴിയില്ലെന്ന് തെളിയിക്കുക.

<u>ഉത്തരസൂചിക.</u>

$p(x) = x^2 + x + 1$

$p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ

$b^2 - 4ac$ ന്യൂനസംഖ്യയാണ്

6) $p(x) = 2x^2 - 3x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ

a) p(1) ആകുന്ന സംഖ്യ ഏത് ?

b) p(x) ന്റെ ഘടകമായ ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക.

<u>ഉത്തരസൂചിക.</u>

a) $p(x) = 2x^2 - 3x + 1$
$p(1) = 2x1^2 - 3 \times 1 + 1$
$p(1) = 0$

b) $p(1) = 0$ ആയതിനാൽ $(x-1)$ ഘടകമാണ്.

7) $p(x) = 3x^2 - 5x + 7$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ

a) $p(2)$ ആകുന്ന സംഖ്യ ഏത് ?

b) $p(x)$ ൽ നിന്നും $p(2)$ കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ബഹുപദം എഴുതുക.

c) $p(x) - p(2)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക.

a) $p(x) = 3x^2 - 5x + 7$
$p(2)$ ന്റെ വില കണക്കാക്കുക.
$p(2) = 3x2^2 - 5 x2 + 7 = 9$

b)
$p(x) - p(2) = 3x^2 - 5x + 7-9$
$= \underline{\underline{3x^2 - 5x - 2}}$

c) $p(x) = 3x^2 - 5x - 2$ $a = 3, b = -5, c = -2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5^2) - 4x3x-2}}{2x3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6}$$

$$= \frac{5 \pm 7}{6}$$

$x = 2,$ $x = \frac{-1}{3}$

$p(x) = \underline{\underline{(x-2)(3x + 1)}}$

യൂണിറ്റ് - 11

സ്ഥിതി വിവരക്കണക്ക്

* **മാധ്യം.**

ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം = $\frac{\text{സംഖ്യകളുടെ തുക}}{\text{സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം}}$

* **മധ്യമം.**

ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളെ ആരോഹണക്രമത്തിലോ, അവരോഹണ ക്രമത്തിലോ എഴുതുമ്പോൾ നടുക്ക് വരുന്ന സംഖ്യയാണ് മധ്യമം.

സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാൽ നടുക്ക് വരുന്ന രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ശരാശരിയാണ് മധ്യമം.

ചോദ്യം.

1. 7,3,5,9,10,2,4 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യവും, മധ്യമവും കണ്ടുപിടിക്കുക.
2. ലോംഗ് ജംമ്പ് പരിശീലനത്തിൽ ഒരാൾ ചാടിയ ദൂരങ്ങൾ ഇങ്ങനെയാണ്.

6.10, 6.20, 6.18, 6.20, 6.25, 6.21, 6.15, 6.10. ദൂരമെല്ലാം മീറ്ററിലാണ്. ഇവയുടെ മാധ്യവും, മധ്യമവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

ആവൃത്തിയും മധ്യമവും.

25 കുട്ടികളുടെ രക്തപരിശോധന നടത്തി ഹീമോഗ്ലോബിന്റെ അളവനുസരിച്ച് തരം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് താഴെ തന്നിരിക്കുന്നത്.

ഹീമോഗ്ലോബിന്റെ അളവ് (ഗ്രാം / ഡെ.ലി)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
12.0	2
12.4	3
12.7	5
13.1	6
13.3	4
13.6	3
14.0	2

ഹീമോഗ്ലോബിൻ അളവിന്റെ മധ്യമം കാണുക.

ഉത്തരസൂചിക.

* സഞ്ചിതാവൃത്തി പട്ടിക താഴെ കാണുന്ന വിധത്തിൽ തയ്യാറാക്കുക.

ഹീമോഗ്ലോബിന്റെ അളവ് (ഗ്രാം / ഡെ.ലി)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
12.0 വരെ	2
12.4 വരെ	5
12.7 വരെ	10
13.1 വരെ	16
13.3 വരെ	20
13.6 വരെ	23
14.0 വരെ	25

* നടുക്ക് വരുന്ന സംഖ്യ എത്രാമത്തേതാണ് എന്ന് കണ്ടെത്തുക. (13)
* ആ സംഖ്യ ഉൾപ്പെടുന്ന കൂട്ടം സഞ്ചിതാവൃത്തി പട്ടികയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

13.1 വരെ ——————— 16

* മധ്യമം കണ്ടെത്തുക (13.1)

ചോദ്യം

* ഒരു തൊഴിൽശാലയിൽ പലതരം ജോലി ചെയ്യുന്നവരുടെ എണ്ണം ദിവസക്കൂലി അനുസരിച്ച് എഴുതിയ പട്ടികയാണിത്.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
400	2
500	4
600	5
700	7
800	5
900	4
1000	3

ദിവസക്കൂലിയുടെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

* മുകളിലേതു തന്നെ
* ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യ ആയതിനാൽ നടുക്ക് വരുന്ന 2 ജോലിക്കാരുടെയും ദിവസക്കൂലിയുടെ ശരാശരിയാണ് മധ്യമം.

വിഭാഗങ്ങളും മധ്യമവും

1) ഒരു ക്ലാസിലെ 35 കുട്ടികളെ ഒരു പരീക്ഷയിൽ ലഭിച്ച മാർക്കിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരം തിരിച്ച പട്ടിക തന്നിരിക്കുന്നു.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0 - 10	8
10 - 20	7
20 - 30	10
30 - 40	6
40 - 50	4

a) എത്രാമത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്കാണ് മധ്യമ മാർക്കായി വരുന്നത്

b) മധ്യമ വിഭാഗം ഏത്? അതിൽ എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ട് ?

c) 16-ാം മത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്ക് സങ്കൽപ പ്രകാരം എത്ര?

d) മധ്യമ മാർക്ക് എത്ര?

ഉത്തരസൂചിക.

* സഞ്ചിതാവൃത്തി പട്ടിക തയ്യാറാക്കി ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക.

2) ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ കണക്ക് പരീക്ഷയ്ക്ക് ലഭിച്ച മാർക്ക് അനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ ഉള്ളത്.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0 - 10	4
10 - 20	10
20 - 30	12
30 - 40	9
40 - 50	5

ക്ലാസിലെ മധ്യമ മാർക്ക് കണക്കാക്കുക.