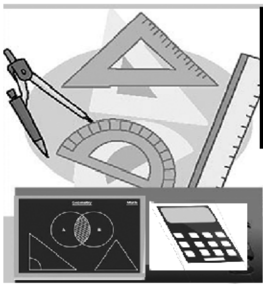
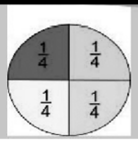
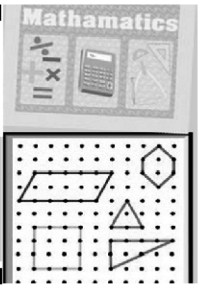




Unit 4

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ



ഓർത്തിരിക്കാൻ

പ്രസ്താവന	ബീജഗണിതരൂപം
◆ ഒരു സംഖ്യയേക്കാൾ 2 കൂടുതൽ	$x + 2$
◆ ഒരു സംഖ്യയേക്കാൾ 2 കുറവ്	$x - 2$
◆ ഒരു സംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങ്	$2x$
◆ ഒരു സംഖ്യയുടെ പകുതി	$\frac{x}{2}$ *or* $\frac{1}{2}x$
◆ അടുത്തടുത്ത 2 എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ	$x,\ x + 1$
◆ അടുത്തടുത്ത 2 ഇരട്ട സംഖ്യകൾ	$x,\ x + 2$
◆ അടുത്തടുത്ത 2 ഒറ്റ സംഖ്യകൾ	$x,\ x + 2$
◆ ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമവും	$x,\ \frac{1}{x}$
◆ പൊതുവ്യത്യാസം 'd' ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അടുത്തടുത്ത രണ്ടു പദങ്ങൾ	$x,\ x + d$
◆ ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗം	x^2
◆ തുക 15 ആയ രണ്ടു സംഖ്യകൾ	$x,\ 15 - x$
◆ വ്യത്യാസം 15 ആയ 2 സംഖ്യകൾ	$x,\ x + 15$ or $x,\ x - 15$
◆ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 15	$x,\ \frac{15}{x}$
◆ $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$	

◆ $(x + a)^2 = b^2$ അല്ലെങ്കിൽ $(x - a)^2 = b^2$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുന്നതിനുള്ള രീതി

$(x + a)^2 = b^2$

$x + a \pm b$

$x + a = b$ Or $x + a = -b$

$x = b - a$ Or $x = -b - a$

$(x - a)^2 = b^2$

$x - a \pm b$

$x - a = b$ Or $x - a = -b$

$x = b + a$ Or $x = -b + a$

- $x^2 + 2ax$ എന്ന ബഹുപദത്തെ പൂർണവർഗമാക്കാൻ x ന്റെ ഗുണകത്തിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗം കൂട്ടിയാൽ മതി.

  ഉദാഹരണം : $x^2 + 2x = 24$

  x ന്റെ ഗുണകം 2 ആകുന്നു.

  ഇതിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗം 1^2

  $x^2 + 2x + 1^2 = 24 + 1^2$

  $(x+1)^2 = 25$

  $(x+1)^2 = 5^2$

  $x + 1 = \pm 5$

  $x + 1 = 5$ അല്ലെങ്കിൽ $x + 1 = -5$

  $x = 5 - 1$ $x = -5 - 1$

  $= 4$ $= -6$

- ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ സാമാന്യരൂപം $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$

  രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന് രണ്ട് പരിഹാരങ്ങളുണ്ട്. $x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

പ്രവർത്തനം 1

ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

പ്രശ്ന വിവരണം	സമവാക്യം	മൂല്യം
a. ഒരു സംഖ്യയോടുകൂടി 12 കൂടിയാൽ 40 കിട്ടും. എന്നാൽ സംഖ്യ ഏത്?	$x + 12 = 40$	$x = 40 - 12 = 28$
b. ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നും 12 കുറച്ചപ്പോൾ 26 കിട്ടി. സംഖ്യ ഏത്?	$x -$ .... = ...	
c.	$x + 3 = 14$	
d. ഒരു സംഖ്യയുടെ 3 മടങ്ങിൽ നിന്നും 7 കുറച്ചാൽ 20 കിട്ടും. സംഖ്യ ഏത്?		
e. ഒരു സംഖ്യയുടെ $\frac{1}{4}$ നോട് 5 കൂട്ടിയാൽ 10 കിട്ടും. സംഖ്യ ഏത്?		
f. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗം 100 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?		
g.	$x^2 = 36$	
h.	$x^2 = 10$	
i. $(x+3)$ യുടെ വർഗം 36 ആകുന്നു. x എത്ര?	$(x+3)^2 = 36$	$x + 3 = \pm 6$ $x + 3 = 6$ Or $x + 3 = -6$ $x = 6 - 3$ Or $x = -6 - 3$ $x = 3$ $x = -9$

j. $(x + 8)$ ന്റെ വർഗം 81 ആയാൽ x എത്ര?		
k. $x^2 + 4x + 4$ ന്റെ വില 25 ആകുന്നു. x എത്ര?	$x^2 + 4x + 4 = 25$ $(x + 2)^2 = 25$	
l. $x^2 - 14x + 49$ ന്റെ വില 64 ആയാൽ x എത്ര?	$(x - 7)^2 = 64$	
m. $x^2 - 6x + 9$ ന്റെ വില 100 ആയാൽ x എത്ര?		

- ഈ പട്ടികയിൽ നിന്നും കൃതി 1 ആയ സമവാക്യങ്ങൾ എഴുതുക?
- കൃതി 2 ആയ സമവാക്യങ്ങൾ എഴുതുക?

> കൃതി 2 ആയ സമവാക്യങ്ങളെ ദ്വിമാനസമവാക്യങ്ങൾ അഥവാ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

പ്രവർത്തനം 2

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളും 4 സെ.മീ. വീതം കൂട്ടിയപ്പോൾ ലഭിച്ച സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 625 ച.സെ.മീ. ആയാൽ ആദ്യസമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം എന്ത്?

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = x

പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരുവശം = $x + \square$

പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $(x + \square)^2$

$$(x + \square)^2 = 625$$

$$x + \square = \sqrt{625}$$

$$x + \square = 25$$

$$x = \square - \square$$

$$= \square$$

$\therefore$ ആദ്യ സമചതുരത്തിന്റെ 1 വശം = $\square$ സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 3

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 10 സെ.മീ കൂടുതലാണ്. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് 200 ച.സെ.മീ. എന്നുകിട്ടി. എങ്കിൽ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്ര?

വീതി = x

നീളം = $x + \square$

പരപ്പളവ് = $x(x + \square)$

$$x(x + \square) = 200$$

$$x^2 + \square = 200$$

$$x^2 + 10x + \square = 200 + \square$$

$$(x + \square)^2 = \square$$

$$x + \square = \square$$

$$x = \square - \square$$

$$= \square$$

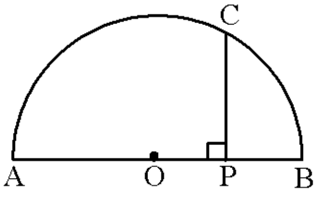
$\therefore$ ചതുരത്തിന്റെ വീതി = $\square$ സെ.മീ.

ചതുരത്തിന്റെ നീളം = $\square + 10$

$= \square$ സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 4

ചിത്രത്തിൽ ACB എന്ന അർദ്ധവൃത്തത്തിൽ PC എന്നത് AB യ്ക്ക് ലംബമാണ്. PB നീളത്തേക്കാൾ 12 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് AB യുടെ നീളം. PC യുടെ നീളം 8 സെ.മീ. ആയാൽ അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം കാണുക?



PB = x സെ.മീ.

$PA = x + \square$

$PA \times PB = PC^2$

$(x + \square)\, x = 8^2$

$x^2 + 12\,x + \square = 8^2 + \square$

$(x + \square)^2 = \square$

$x + \square = \square$

$x = \square - \square$

$= \square$

$\therefore$ PB = $\square$ സെ.മീ.

$PA = \square + 12$

$= \square$ സെ.മീ.

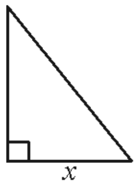
വ്യാസം = PA + PB

$= \square + \square$

$= \square$ സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 5

ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം പാദത്തിന്റെ 2 മടങ്ങിനേക്കാൾ 2 കുറവാണ്. മൂന്നാമത്തെ വശം പാദത്തേക്കാൾ 2 കൂടുതലാണ്. എങ്കിൽ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കാണുക?



പാദം = x

കർണം = $2x - \square$

മൂന്നാമത്തെ വശം = $x + \square$

(പാദം)^2 + (ലംബം)^2 = (കർണം)^2

$x^2 + (x + \square)^2 = (2x - \square)^2$

$x^2 + x^2 + \square x + \square = \square x^2 - \square x - \square = 0$

$2x^2 + \square x + \square - \square x^2 + \square x - \square = 0$

$-2x^2 + \square x = 0$

$2x^2 - \square x = 0$

$x^2 - \square x = 0$

$x^2 - \square x + \square = 0 + \square$

$(x - \square)^2 = \square$

$x - \square = \square$

$x = \square + \square$

$= \square$

പാദം = $\square$ സെ.മീ.

കർണം = 2 $\square$ – 2

= 2 $\square$ – 2

= $\square$ സെ.മീ.

മൂന്നാമത്തെ വശം = $\square$ + 2

= $\square$ സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 6

ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

	സമവാക്യം	വർഗം പൂർത്തിയാക്കിയപ്പോൾ	മൂല്യം
a.	$x^2 + 10x = 24$	$x^2 + 10x + 5^2 = 24 + 5^2$ $x^2 + 10x + 25 = 49$ $(x + 5)^2 = 49$	$x + 5 = \pm 7$ $x = \pm 7 - 5$ $x = 2, x = -12$
b.	$x^2 + 8x = 20$		
c.	$x^2 - 12x = 28$		
d.	$x^2 - 6x - 16 = 0$		
e.	$x^2 + 3x = 40$		
f.	$x^2 - 2x = 5$		

പ്രവർത്തനം 7

7, 9, 11, ... എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 40?

7, 9, 11, ...

ആദ്യപദം, f = $\square$

പൊതുവ്യത്യാസം, d = $\square$

തുക = 40

$$\frac{d}{2}n^2 + \left[f - \frac{d}{2}\right]n = 40$$

$$\frac{\square}{2}n^2 + \left[\square - \frac{\square}{2}\right]n = 40$$

$\square\, n^2 + \square n = 40$

$\square\, n^2 + \square n - 40 = 0$

a = ☐, b = ☐, c = ☐

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4 \times \square \times \square}}{2 \times \square}$$

$$= \frac{-\square \pm \sqrt{\square - \square}}{2 \times \square}$$

$$= \frac{-\square \pm \sqrt{\square}}{\square}$$

$$= \frac{-\square + \square}{\square}, \frac{-\square - \square}{\square}$$

x = ☐, ☐

ആദ്യത്തെ ☐ പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 40.

പ്രവർത്തനം 8

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 82 സെ.മീ, പരപ്പളവ് 400 ച.സെ.മീ. ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക?

ചതുരത്തിന്റെ വീതി = x.

ചുറ്റളവ് = 82 സെ.മീ.

2 (നീളം + വീതി) = 82

2 (നീളം + x) = 82

നീളം + x = $\frac{82}{2} = 41$

നീളം = 41 – x

പരപ്പളവ് = 400 ച.സെ.മീ.

നീളം × വീതി = 400

(41– ☐) × x = 400

41 ☐ – ☐² = 400

– ☐² + 41☐ = 400

–☐² + 41☐ – 400 = 0

☐² + 41☐ + 400 = 0

a = 1, b = –41, c = 400

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4 \times \square \times \square}}{2 \times \square}$$

$$= \frac{\square \pm \sqrt{\square^2 - \square}}{2 \times \square}$$

$$= \frac{\square \pm \sqrt{\square}}{\square}$$

$$= \frac{\square + \square}{\square}, \frac{-\square + \square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}$$

$$= \square, \square$$

വീതി = $\square$ സെ.മീ, നീളം = $\square$ സെ.മീ

ഉത്തരങ്ങൾ

പ്രവർത്തനം 1

a. $x+12 = 40$, $x = 40 - 12 = 28$

b. $x - 12 = 26$; $x = 26 + 12 = 38$

c. ഒരു സംഖ്യയോടുകൂടി 3 കൂട്ടിയാൽ 16 കിട്ടും. സംഖ്യ ഏത്?

$x = 14 - 3 = 11$

d. $3x - 7 = 20$; $3x = 20 + 7$

$3x = 27$, $x = \frac{27}{3} = 9$

e. $\frac{x}{4} + 5 = 10$; $\frac{x}{4} = 10 - 5$

$\frac{x}{4} = 5$, $x = 5 \times 4 = 20$

f. $x^2 = 100$; $x = 10, \ -10$

g. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗം 36 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?

$x = 6, -6$.

h. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗം 10 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?

$x = \sqrt{10}, \ -\sqrt{10}$

j. $(x + 8)^2 = 81$

$x + 8 = 9$, $x = 9 - 8$, $x = 1$

$x + 8 = -9$, $x = -9 - 8$, $x = -17$

k. $x + 2 = 5$ or $x + 2 = -5$

$x = 5 - 2 = 3$ or $x = -5 - 2 = -7$

l. $x - 7 = 8$ or $x - 7 = -8$

$x = 8 + 7$ $x = -8 + 7$

$x = 15$ $x = -1$

m. $(x - 3)^2 = 100$; $x - 3 = \pm 10$ $x - 3 = -10$

$x - 3 = 10$ $x = -10 + 3$

$x = 10 + 3$ $x = -7$

$x = 13$

n. $x + 12 = 40$

$x - 12 = 26$

$x + 3 = 14$

$3x - 7 = 20$

$\frac{x}{4} + 5 = 10$

o. $x^2 = 100$

$x^2 = 36$

$x^2 = 10$

$(x + 3)^2 = 36$

$(x + 8)^2 = 81$

$x^2 + 4x + 4 = 25$

$(x - 7)^2 = 64$

$(x - 3)^2 = 100$

പ്രവർത്തനം 2

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = x

പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = $x + 4$

പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $(x + 4)^2$

$(x + 4)^2 = 625$

$x + 4 = \sqrt{625}$

$x + 4 = 25$

$x = 25 - 4 = 21$

ആദ്യ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = 21 സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 3

വീതി = x

നീളം $= x + 10$

പരപ്പളവ് $= (x + 10) \times x$

$x (x + 10) = 200$

$x^2 + 10x + 25 = 200 + 25$

$(x + 5)^2 = 225$

$x + 5 = 15$

$x = 15 - 5 = 10$

വീതി $= 10$ cm

നീളം $= 10 + 10 = 20$ സെ.മീ

പ്രവർത്തനം 4

$PB = x$ സെ.മീ

$PA = x + 12$

$PA \times PB = PC^2$

$(x + 12) \times x = 8^2$

$x (x + 12) = 64$

$x^2 + 12x = 64$

$x^2 + 12x + 36 = 64 + 36$

$(x + 6)^2 = 100$

$(x + 6) = \sqrt{100}$

$x + 6 = 10$

$x = 10 - 6 = 4$

$PB = 4$ സെ.മീ

$PA = 4 + 12 = 16$ സെ.മീ

വ്യാസം $= 4 + 16 = 20$ സെ.മീ

പ്രവർത്തനം 5

പാദം $= x$

കർണം $= 2x - 2$

മൂന്നാമത്തെ വശം $= x + 2$

$(\text{പാദം})^2 + (\text{ലംബം})^2 = (\text{കർണം})^2$

$x^2 + (x + 2)^2 = (2x - 2)^2$

$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 4x^2 - 8x + 4$

$2x^2 + 4x + 4 - 4x^2 + 8x - 4 = 0$

$-2x^2 + 12\,x = 0$

$2x^2 - 12\,x = 0$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 9$$

$$(x-3)^2 = 3^2$$

$$(x-3) = 3$$

$$x = 3 + 3 = 6$$

പാദം = 6 സെ.മീ.

കർണം = $2 \times 3 - 2$

= $6 - 2 = 4$ സെ.മീ.

മൂന്നാമത്തെ വശം = $3 + 2 = 5$ സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 6

b. $x^2 + 8x + 4^2 = 20 + 4^2$

$$x^2 - 12x + 36 = 28 + 36$$

$$(x-6)^2 = 64$$

$$x - 6 = \pm\sqrt{64}$$

$$x - 6 = \pm 8$$

$$x = \pm 6 - 4$$

$$x = \pm 8 + 6$$

$$x = 14, -2$$

c. $x^2 - 12x + 6^2 = 28 + 6^2$

$$x^2 - 8x + 16 = 20 + 16$$

$$(x-6)^2 = 64$$

$$x - 6 = \pm 8$$

$$x = \pm 8 + 6$$

$$x = 14, -2$$

d. $x^2 - 6x - 16 = 0$

$$x^2 - 6x + 9 = 16 + 9$$

$$(x-3)^2 = 25$$

$$x - 3 = \pm 5$$

$$x = \pm 5 + 3$$

$$x = 8, -2$$

e. $x^2 + 3x = 40$

$$x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 40 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 40 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{169}{4}$$

$$x+\frac{3}{2}=\pm\frac{13}{2}$$

$$x=\frac{\pm 13}{2}-\frac{3}{2}$$

$x = 5, -8$

f. $x^2 - 2x = 5$

$x^2 - 2x + 1 = 5 + 1$

$(x - 1)^2 = 6$

$x - 1 = \pm\sqrt{6}$

$x = \pm\sqrt{6} + 1$

$x = \sqrt{6} + 1, -\sqrt{6} + 1$

പ്രവർത്തനം 7

7, 9, 11, ...

ആദ്യപദം, f = 7

പൊതുവ്യത്യാസം, d = 2

തുക = 40

$$\frac{d}{2}n^2+\left[f-\frac{d}{2}\right]n=40$$

$$\frac{2}{2}n^2+\left[7-\frac{2}{2}\right]n=40$$

$1n^2 + (7 - 1)\,n = 40$

$n^2 + 6n = 40$

$n^2 + 6n - 40 = 0$

a = 1, b = 6, c = –40

$$n=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times-40}}{2\times1}$$

$$=\frac{-6\pm\sqrt{36+160}}{2}$$

$$=\frac{-6\pm\sqrt{196}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm 14}{2}, \quad \frac{-6-14}{2}$$

$$= \frac{8}{2}, \quad \frac{-20}{2}$$

$$= 4, -10$$

ആദ്യത്തെ 4 പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 40.

പ്രവർത്തനം 8

ചതുരത്തിന്റെ വീതി = x സെ.മീ.

ചുറ്റളവ് = 82 സെ.മീ.

2 (നീളം + വീതി) = 82

2 (നീളം + x) = 82

നീളം + $x = \frac{82}{2} = 41$

നീളം = $41 - x$

പരപ്പളവ് = 400 ച.സെ.മീ.

നീളം × വീതി = 400

$(41 - x) \times x = 400$

$41x - x^2 = 400$

$-x^2 + 41x - 400 = 0$

$x^2 - 41x + 400 = 0$

a = 1, b = –41, c = 400

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-41) \pm \sqrt{(-41)^2 - 4 \times 1 \times 400}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{41 \pm \sqrt{1681 - 1600}}{2}$$

$$= \frac{41 \pm \sqrt{81}}{2}$$

$$= \frac{41 \pm 9}{2}, \quad \frac{41-9}{2}$$

$$= \frac{50}{2}, \quad \frac{32}{2}$$

$$= 25, \quad 16$$

വീതി = 16 സെ.മീ., നീളം = 25 സെ.മീ.