



ഗണിതം - സ്റ്റാൻഡേർഡ് 10

വർഷിക് - 13th ഒക്ടോബർ 2020

44



A JOINT VENTURE OF DIET PALAKKAD AND SSK PALAKKAD



INTER BELL
INTERVENTION BASED ON EFFECTIVE LEISURE LEARNING

STUDENT SUPPORT MATERIAL for X Mathematics

കൈറ്റ് വിക്ടേഴ്സ് STD 10
ഗണിതം - ക്ലാസ്സ് - 44
(രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ)



John Thompson

1932 - (USA)

He is known for his proof (with Walter Feit) of one of the most important theorems on finite simple groups.

പാഠം 4 - രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ:

ഇതെല്ലാം ഓർമ്മയുണ്ടല്ലോ ലേമറക്കേണ്ട



Identity I

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Identity II

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Identity III

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Identity IV

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$x^2 + 8x = 9$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ x ന്റെ + ve വില കാണുവാനുള്ള വിവിധ ഘട്ടങ്ങൾ നൽകുന്നു. വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിയിട്ടു.

$$x^2 + 8x + \dots = 9 + \dots$$

$$(x + \dots)^2 = \dots$$

$$\text{എങ്കിൽ } x + \dots = \dots$$

$$x = \dots$$

ഇതു പോലെ താഴെയുള്ള സമവാക്യങ്ങളിലും ഇതേ രീതിയിൽ x ന്റെ വില കാണുക.

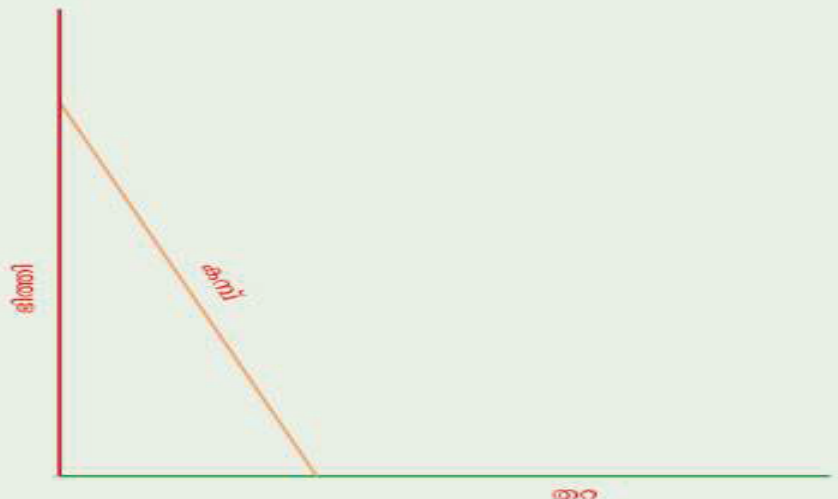
$$1) x^2 + 14x = 32$$

$$2) x^2 - 10x = 24$$

$$3) x^2 - 12x = -20$$

ഒരു പ്രശ്നം നോക്കിയാലോ?...

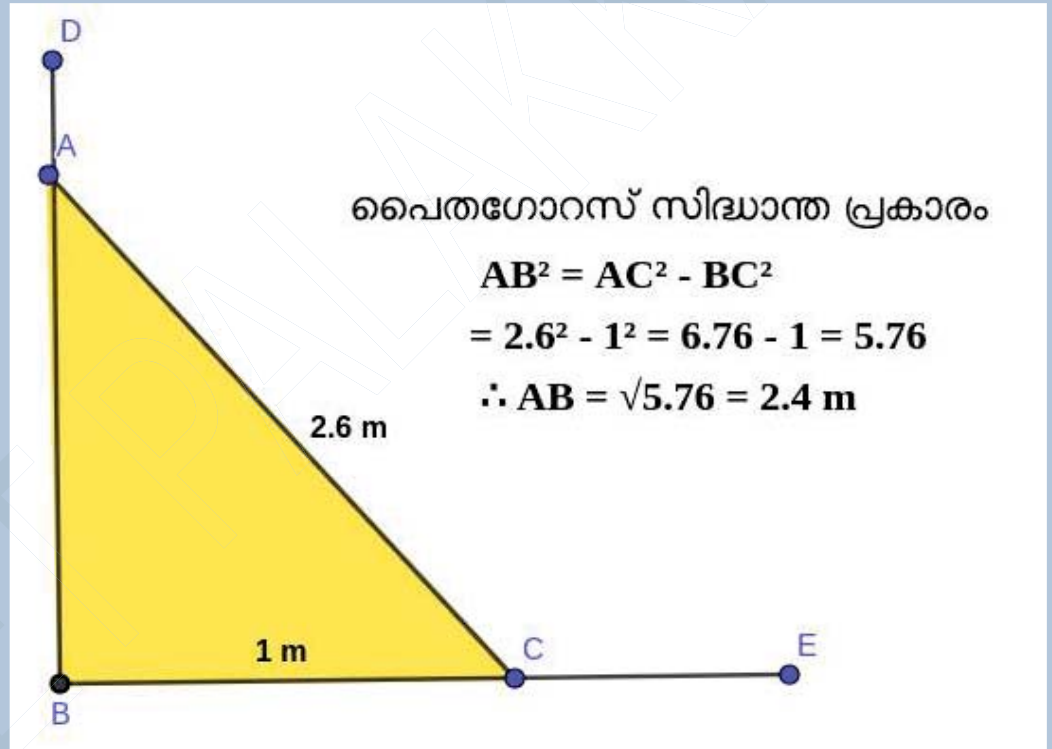
2.6 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പ് ചുവരിൽവെച്ചിരിക്കുന്നു. കമ്പിന്റെ ചുവട് ഭിത്തിയിൽ നിന്ന് 1 മീറ്റർ അകലെയാണ്. കമ്പിന്റെ താഴത്തെ അറ്റം ചുവരിൽനിന്ന് അല്പം മുന്നോട്ടു നീക്കിയപ്പോൾ, മുകളറ്റം അത്രയും തന്നെ താഴോട്ട് നീങ്ങി. എത്ര ദൂരമാണ് മുന്നോട്ട് നീക്കിയത്?



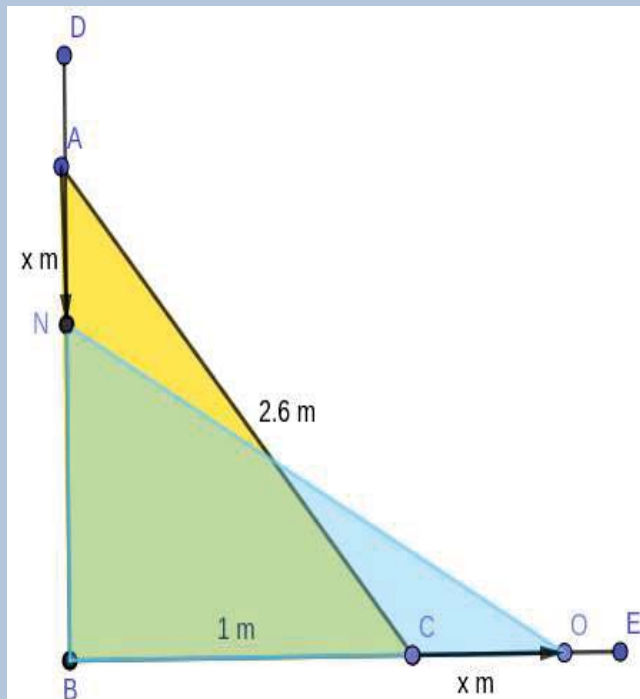
കണ്ടുനോക്കൂ...



ചിത്രത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾക്കു A,B,C എന്നീ പേരുകൾ നൽകിയാൽ പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്ത പ്രകാരം താഴെ കാണുന്ന പ്രകാരം $AB = 2.4 \text{ m}$ എന്ന് കിട്ടുന്നു.



കമ്പ് മുക്കളിൽ നിന്നും താഴെനിന്നും നീങ്ങിയ ദൂരം തുല്യമാണല്ലോ? അത് x മീറ്റർ എന്ന് കരുതിയാൽ, ചിത്രത്തിൽനിന്നും...



$$\triangle NBO \text{ ൽ } NB^2 + BO^2 = NO^2$$

$$\therefore (2.4 - x)^2 + (1 + x)^2 = 2.6^2$$

$$\therefore 2.4^2 - 2 \times 2.4 \times x + x^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times x + x^2 = 2.6^2$$

$$\therefore 5.76 - 4.8x + x^2 + 1 + 2x + x^2 = 6.76$$

$$\therefore 2x^2 - 2.8x + 6.76 = 6.76$$

$$\therefore 2x^2 - 2.8x = 0$$

$$\therefore 2(x^2 - 1.4x) = 0$$

$$\therefore x^2 - 1.4x = 0$$

$$\therefore x(x - 1.4) = 0$$

$$\text{അതുകൊണ്ടു } x = 0 \text{ or } x - 1.4 = 0$$

$$\text{ഇവിടെ } x = 0 + 1.4 = 1.4 \text{ m}$$

വർഗ്ഗം പൂർത്തിയാക്കൽ രീതി ഉപയോഗിച്ചും ഇത് ചെയ്യാവുന്നതാണ്.

$$x^2 - 1.4x = 0$$

x ന്റെ ഗുണകം -1.4 ന്റെ പകുതിയുടെ വർഗ്ഗം ഇരു വശത്തും കൂട്ടുമ്പോൾ.

$$x^2 - 1.4x + (-1.4/2)^2 = (1.4/2)^2$$

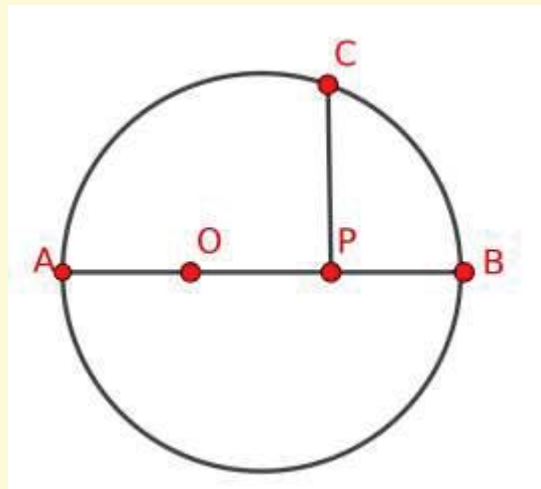
$$x^2 - 1.4x + (-0.7)^2 = (0.7)^2$$

$$(x - 0.7)^2 = (0.7)^2$$

$$\therefore x - 0.7 = 0.7$$

$$\therefore x = 0.7 + 0.7 = 1.4 \text{ m.}$$

കൂടുതൽ പ്രശ്നങ്ങൾ



1. ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് AB. PC, AB യ്ക്ക് ലംബമാണ്. $PC = PO$. $AO = 3\text{cm}$. $BP = 4\text{cm}$. PC യുടെ നീളം എത്രയായിരിക്കും?

2. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണത്തിന്റെ നീളം പാദത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങിനേക്കാൾ മൂന്ന് യൂണിറ്റ് കൂടുതലാണ്. മൂന്നാമത്തെ വശം കർണത്തേക്കാൾ ഒരു യൂണിറ്റ് കുറവാണ്.

i) പാദം x ആയാൽ കർണവും, മൂന്നാമത്തെ വശവും x ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുക.

ii) മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

3. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും 18 cm, 12 cm വീതമാണ്. നീളവും വീതിയും x cm വീതം വർദ്ധിപ്പിച്ചപ്പോൾ വിസ്തീർണ്ണം 432 ച.സെമീ ആയി. എങ്കിൽ x ന്റെ വില എത്ര?

4.

a) 40 cm ചുറ്റളവ് വരുന്ന ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ സംഖ്യാ ജോടികൾ എഴുതുക

b) 40 cm ചുറ്റളവും 96 cm^2 പരപ്പളവും വരുന്ന ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കാണുക.

(വേറൊരു സൂത്രം ഉണ്ട് ഓ..... എന്താണെന്നോ....

ഗുണിച്ചാൽ 96 ഉം കൂട്ടിയാൽ 20 ഉം വരുന്ന സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തിയാൽ മതി.....

..... ഉം ഉം.....ഇങ്ങനെയോ നിങ്ങൾക്ക് ആലോചിക്കാമോ.....)





ഗണിതം - സ്റ്റാൻഡേർഡ് 10

43

വർഷിദ് - 12th ഒക്ടോബർ 2020



A JOINT VENTURE OF DIET PALAKKAD AND SSK PALAKKAD



**INTER BELL
INTERVENTION BASED ON EFFECTIVE LEISURE LEARNING**

STUDENT SUPPORT MATERIAL for X Mathematics

കൈറ്റ് വിക്ടേഴ്സ് STD 10
ഗണിതം - ക്ലാസ്സ് - 43
(രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ)



12

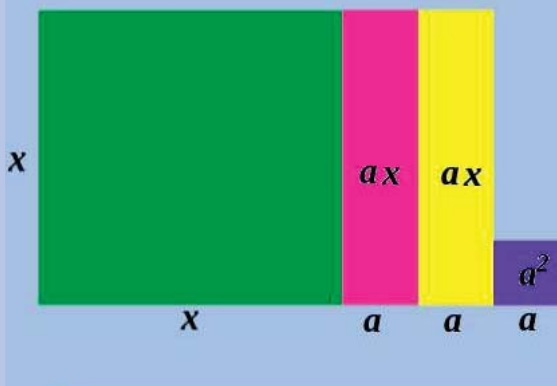
Born
this day



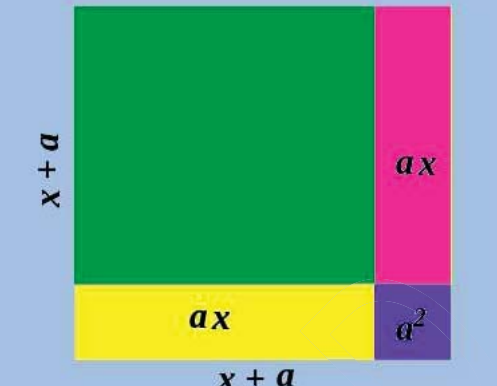
Ernests Fogels
1910 - 1985 (Latvia)

Ernests Fogels was a Latvian mathematician who worked in number theory.

പാഠം 4 - രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ:



x
 x
 a
 a
 a



$x+a$
 $x+a$
 a
 a

വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = x^2 ച യൂണിറ്റ്

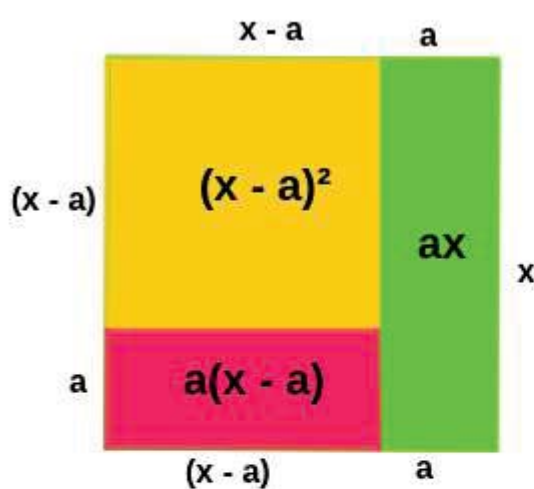
ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ax ച യൂണിറ്റ്

ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = a^2 ച യൂണിറ്റ്

പരപ്പളവ് = $(x+a)^2$

$\therefore$ ആകെ പരപ്പളവ്
 = വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
 + രണ്ടു ചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്
 + ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
 = $x^2 + ax + ax + a^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$\therefore (x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$



വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = x^2
 ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $(x-a)^2$
 ചുവന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $a(x-a)$
 പച്ച ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ax

ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് =
 വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് -
 ചുവന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് -
 പച്ച ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

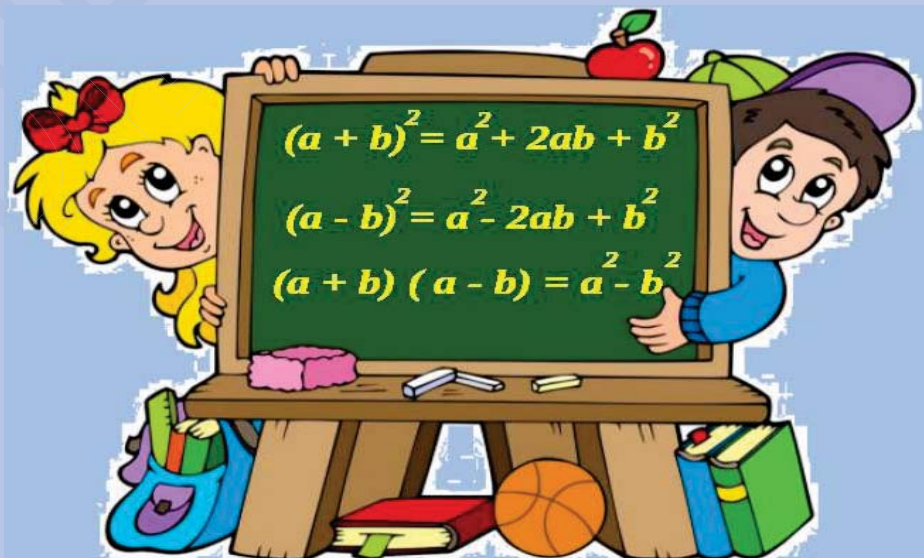
So $(x-a)^2 = x^2 - a(x-a) - ax$
 $= x^2 - ax + a^2 - ax$
 $= x^2 - 2ax + a^2$

$(x-a)^2$
 $\Downarrow$
 $x^2 - 2ax + a^2$

വർഗ്ഗം പൂർത്തിയാക്കൽ

ബീജഗണിത രൂപം	X ന്റെ ഗുണകം	കൂട്ടുന്ന വർഗ്ഗം	വർഗ്ഗരൂപം
$x^2 + 2x$	2	$(2/2)^2 = 1^2 = 1$	$(x + 1)^2$
$x^2 + 4x$	4	$(4/2)^2 = 2^2 = 4$	$(x + 2)^2$
$x^2 + 6x$	6	$(6/2)^2 = 3^2 = 9$	$(x + 3)^2$
$x^2 + 8x$	8	$(8/2)^2 = 4^2 = 16$	$(x + 4)^2$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
$x^2 + 2nx$	$2n$	$(2n/2)^2 = n^2$	$(x + n)^2$

ബീജഗണിത രൂപം	X ന്റെ ഗുണകം	കൂട്ടുന്ന വർഗ്ഗം	വർഗ്ഗരൂപം
$x^2 - 2x$	-2	$(-2/2)^2 = (-1)^2 = 1$	$(x - 1)^2$
$x^2 - 4x$	-4	$(-4/2)^2 = (-2)^2 = 4$	$(x - 2)^2$
$x^2 - 6x$	-6	$(-6/2)^2 = (-3)^2 = 9$	$(x - 3)^2$
$x^2 - 8x$	-8	$(-8/2)^2 = (-4)^2 = 16$	$(x - 4)^2$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
$x^2 - 2nx$	$-2n$	$(-2n/2)^2 = (-n)^2 = n^2$	$(x - n)^2$



കണ്ടു മനസ്സിലാക്കാം



ഉദാഹരണങ്ങൾ :

1) ഒന്നിടവിട്ട രണ്ടു എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമാണ് 440. സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

സംഖ്യകൾ x , $x + 2$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$\therefore x (x + 2) = 440$$

$$x^2 + 2x = 440$$

വർഗ്ഗം പൂർത്തീകരിക്കുന്നതിനു വേണ്ടി ഇരുവശത്തും $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1^2 = 1$

കൂട്ടണം.

$$x^2 + 2x + 1 = 440 + 1 = 441$$

$$\therefore (x+1)^2 = 21^2$$

$$\therefore x+1 = 21$$

$$\therefore x = 21 - 1 = 20$$

$$\therefore \text{സംഖ്യകൾ} = 20, 22$$

മറ്റൊരു രീതി

സംഖ്യകൾ $(x-1)$, $(x+1)$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$\therefore (x-1)(x+1) = 440$$

$$\therefore x^2 - 1 = 440 \quad [(x-1)(x+1) = x^2 - 1]$$

$$\therefore x^2 - 1 + 1 = 440 + 1 = 441$$

$$\therefore x^2 = 441 = 21^2$$

$$\therefore x = 21$$

$$\therefore \text{സംഖ്യകൾ} = 21-1 = 20, 21+1 = 22$$



ഇവിടെ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 440

ആണ്, $20 \times 20 = 400$,

$21 \times 21 = 441$ എന്ന് നമുക്കറിയാം ,

അതിനാൽ അക്കങ്ങൾ 20 നും 21 നും

അടുത്തോ തുല്യമോ ആണ്. ഇവിടെ ആവശ്യം

ഇരട്ട സംഖ്യകളാണ്,

യുക്തി ഉപയോഗിക്ക... അതിനാൽ ഉത്തരം 20 ഉം 22 ഉം ആണ്.

അതായത് $20 \times 22 = 440$.

2) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 10 സെ.മീ . മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 72 ച.സെ.മീ. ആയാൽ ലംബ വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക?

പരിഹാരം 1	പരിഹാരം 2
വശങ്ങളിൽ വലുത് = X, ചെറുത് = $X-10$ ആയാൽ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times X (X-10) = 72$ $X(X-10) = 72 \times 2 = 144$ $X^2 - 10X = 144$ $X^2 - 10X + (-5)^2 = 144 + 25$ $(X - 5)^2 = 169 = 13^2$ $X - 5 = 13$ $X = 13 + 5 = 18$ വശങ്ങളിൽ വലുത് 18 cm., ചെറുത് $18 - 10 = 8$ cm.	വശങ്ങളിൽ ചെറുത് = X, വലുത് = $X+10$ ആയാൽ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times X (X+10) = 72$ $X(X+10) = 72 \times 2 = 144$ $X^2 + 10X = 144$ $X^2 + 10X + 5^2 = 144 + 25$ $(X + 5)^2 = 169 = 13^2$ $X + 5 = 13$ $X = 13 - 5 = 8$ വശങ്ങളിൽ ചെറുത് 8 cm., വലുത് $8 + 10 = 18$ cm.



ചോദ്യങ്ങൾ :

1. 9,11,13,....എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ കുറച്ചു പദങ്ങളോട് കൂടി 16 കൂട്ടിയപ്പോൾ 256 കിട്ടി . എത്ര പദങ്ങളാണ് കൂട്ടിയത് ?
2. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 100 m. പരപ്പളവ് 525 ചതുരശ്ര m. എങ്കിൽ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളമെത്ര ?
3. രണ്ട് അധിസംഖ്യകളുടെ (പോസിറ്റീവ്) വ്യത്യാസം 6. അവയുടെ ഗുണനഫലം 216. സംഖ്യകൾ കാണുക?



ഗണിതം - സ്റ്റാൻഡേർഡ് 10

42

വർഷിക് - 9th ഒക്ടോബർ 2020



A JOINT VENTURE OF DIET PALAKKAD AND SSK PALAKKAD



INTER BELL
INTERVENTION BASED ON EFFECTIVE LEISURE LEARNING

STUDENT SUPPORT MATERIAL for X Mathematics

കൈറ്റ് വിക്ടേഴ്സ് STD 10
ഗണിതം - ക്ലാസ്സ് - 42
(രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ)



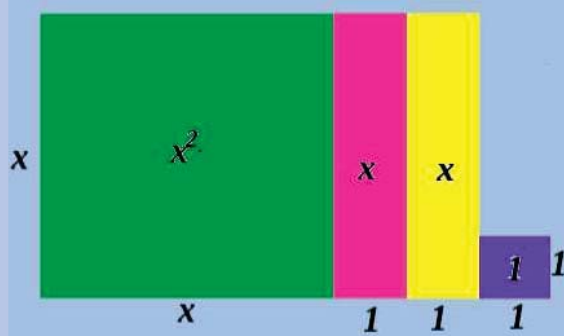
Died on
9th October



Gianfrancesco Malfatti
1731 - 1807 (Italy)

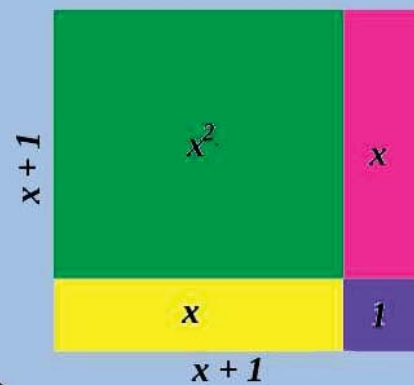
He worked on geometry,
probability & mechanics & made
contributions to the problem of
solving polynomial equations.

പാഠം 4 - രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ:



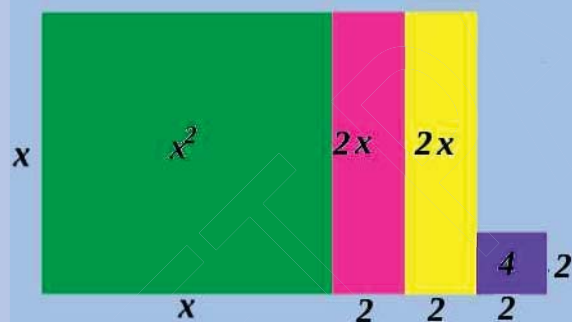
വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = x^2 ച യൂണിറ്റ്
ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = x ച യൂണിറ്റ്
ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 1 ച യൂണിറ്റ്

$\therefore$ ആകെ പരപ്പളവ്
= വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
+ രണ്ടു ചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്
+ ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
= $x^2 + x + x + 1 = x^2 + 2x + 1$



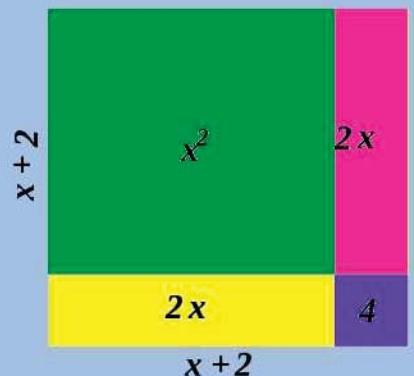
പരപ്പളവ് = $(x+1)^2$

$\therefore (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$



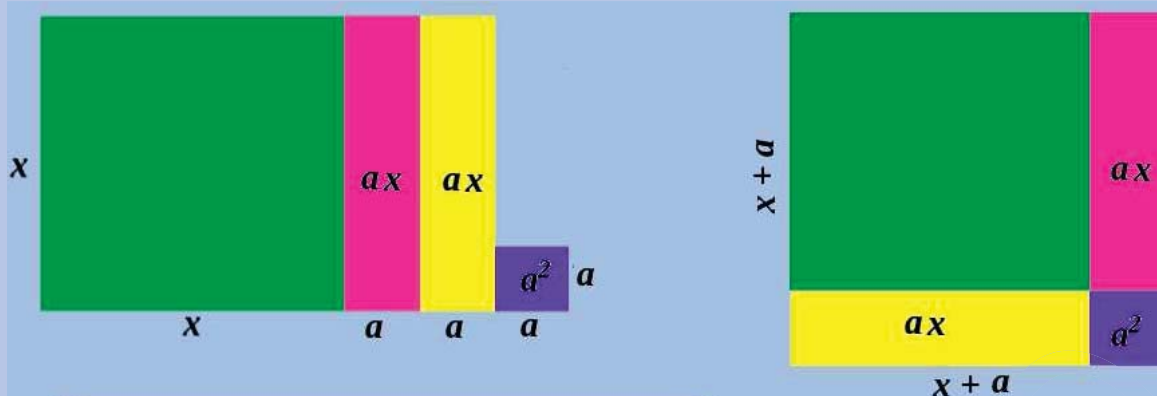
വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = x^2 ച യൂണിറ്റ്
ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $2x$ ച യൂണിറ്റ്
ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 4 ച യൂണിറ്റ്

$\therefore$ ആകെ പരപ്പളവ്
= വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
+ രണ്ടു ചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്
+ ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
= $x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$



പരപ്പളവ് = $(x+2)^2$

$\therefore (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$



വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = x^2 ച യൂണിറ്റ്

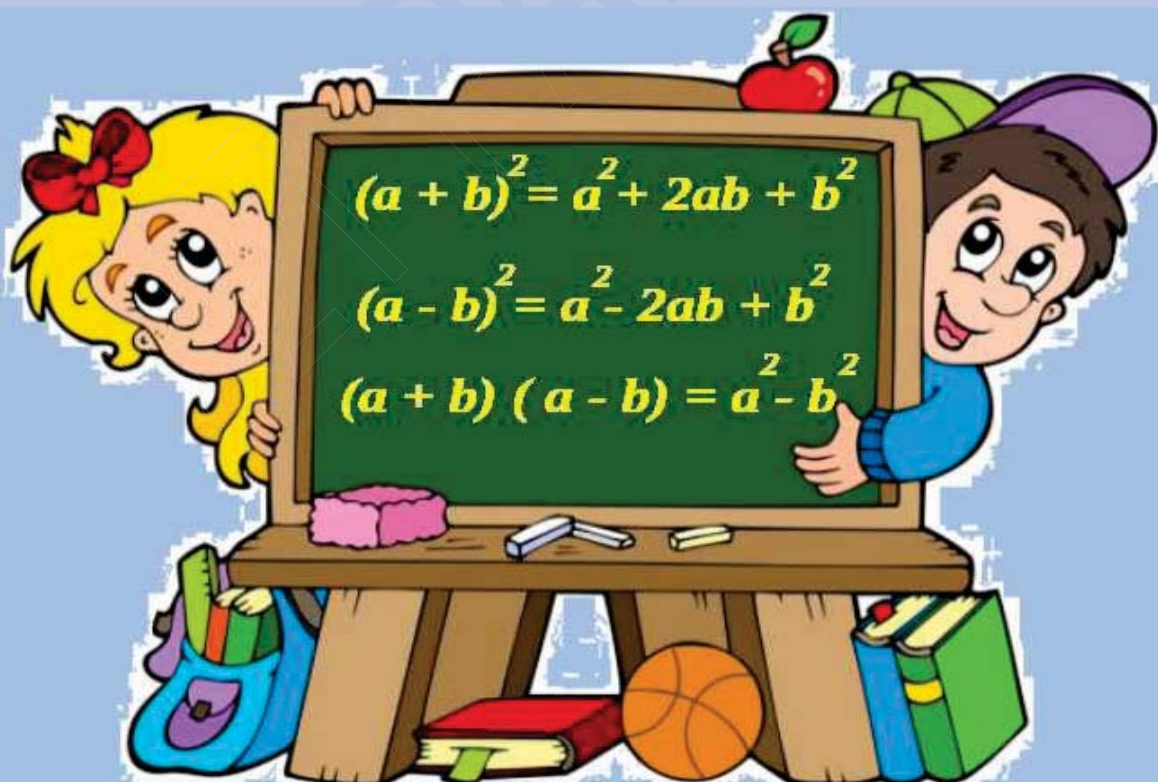
ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ax ച യൂണിറ്റ്

ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = a^2 ച യൂണിറ്റ്

$$\text{പരപ്പളവ്} = (x+a)^2$$

$\therefore$ ആകെ പരപ്പളവ്
 = വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
 + രണ്ടു ചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്
 + ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
 = $x^2 + ax + ax + a^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$$\therefore (x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$



കണ്ടു മനസ്സിലാക്കാം



ഉദാഹരണങ്ങൾ :

1) ഒന്നിടവിട്ട രണ്ടു എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തോട് 1 കൂട്ടിയപ്പോൾ 289 കിട്ടി. സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

സംഖ്യകൾ x , $x + 2$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$\therefore x (x + 2) + 1 = 289$$

$$x^2 + 2x + 1 = 289$$

$$\therefore (x+1)^2 = 17^2$$

$$\therefore x+1 = 17$$

$$\therefore x = 17 - 1 = 16$$

$$\therefore \text{സംഖ്യകൾ} = 16, 18$$

മറ്റൊരു രീതി

സംഖ്യകൾ $(x-1)$, $(x+1)$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$\therefore (x-1) (x+1) + 1 = 289$$

$$\therefore x^2 - 1 + 1 = 289 \quad [(x-1) (x+1) = x^2 - 1]$$

$$\therefore x^2 = 289 = 17^2$$

$$\therefore x = 17$$

$$\therefore \text{സംഖ്യകൾ} = 17-1 = 16, 17+1 = 18$$

2) 4,10,16എന്ന് തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ എത്രാമത്തെ പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗമാണ് 1156?

4,10,16..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

$$\text{ആദ്യ പദം} = 4$$

$$\text{പൊതുവ്യത്യാസം} = 6$$

$$\text{ബീജഗണിതരൂപം} = 6n - 2$$

$$\text{പദ വർഗ്ഗം} = 1156$$

$$(6n - 2)^2 = 1156$$

$$\therefore 6n - 2 = \sqrt{1156}$$
$$= 34$$

$$6n = 34 + 2 = 36$$

$$n = 36 \div 6 = 6$$

$$\therefore \text{ആറാം പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗമാണ് 1156}$$

$$(4, 10, 16, 22, 28, 34 \dots \text{എന്ന ശ്രേണിയിൽ ആറാം പദം} = 34)$$

- 3) വാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്ന ഒരു പദ്ധതിയിൽ 1000 രൂപ നിക്ഷേപിച്ചു. രണ്ടു വർഷം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 1210 രൂപയായി. പലിശനിരക്ക് എത്ര ശതമാനമാണ്?

നിക്ഷേപിച്ച തുക, $P = \text{Rs. } 1000$

കാലാവധി, $n = 2$ വർഷം

2 വർഷത്തിന് ശേഷം കിട്ടിയ തുക, $A = \text{Rs. } 1210$

പലിശനിരക്ക് R എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$\Rightarrow 1210 = 1000 \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1210}{1000} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{121}{100} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 = \frac{121}{100}$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{R}{100}\right) = \sqrt{\frac{121}{100}}$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{R}{100}\right) = \frac{11}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{100} = \left(\frac{11}{10}\right) - 1$$

$$\Rightarrow \frac{R}{100} = \left(\frac{11}{10}\right) - \left(\frac{10}{10}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{R}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow R = \left(\frac{1}{10}\right) 100$$

$$\Rightarrow R = 10$$

$\therefore$ പലിശനിരക്ക് = 10 %



ചോദ്യങ്ങൾ :

1. സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുനോട്ടത്തിനു ചുറ്റും 2 മീറ്റർ വീതിയിൽ ഒരു നടപ്പാതയുണ്ട്. നടപ്പാതയുടെ പരപ്പളവ് 116 ചതുരശ്ര മീറ്റർ ആണെങ്കിൽ പുനോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?
2. ചതുരാകൃതിയായ ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 4 മീറ്റർ കൂടുതലാണ്. കളിസ്ഥലത്തിന്റെ പരപ്പളവിനോടു കൂടി 4 ചതുരശ്ര മീറ്റർ കൂട്ടിയപ്പോൾ 324 ചതുരശ്രമീറ്റർ കിട്ടിയെങ്കിൽ കളിസ്ഥലത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്ര?






A JOINT VENTURE OF DIET PALAKKAD AND SSK PALAKKAD



INTER BELL
INTERVENTION BASED ON EFFECTIVE LEISURE LEARNING

STUDENT SUPPORT MATERIAL for X Mathematics

കൈറ്റ് വിക്ടേഴ്സ് STD 10
 ഗണിതം - ക്ലാസ്സ് - 41
 (രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ)



Born on
8th October



Hans Heilbronn
 1908 - 1975 (Germany)
 Hans Heilbronn was a German mathematician who worked in algebraic number theory.

പാഠം 4 - രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ:

അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതോ അല്ലാത്തതോ ആയ സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാൻ പണ്ട് മുതലേ ഗണിതകാരന്മാർ പല വഴികളും കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ടായിരുന്നു. നവോത്ഥാനകാലത്തു ഇതിനുള്ള ബീജഗണിതരീതി പ്രചാരത്തിലായി.



ചില പ്രശ്നങ്ങൾ പരിശോധിക്കാം.

- ഒരു വിനോദകളിച്ച് ഒന്നോ അതിൽ കൂടുതലോ വിവരങ്ങൾ അറിയുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ

1. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 26 മീറ്ററും വീതി 5 മീറ്ററും ആയാൽ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ചുറ്റളവ് = 26 മീറ്റർ

$$\therefore 2(\text{നീളം} + \text{വീതി}) = 26$$

$$\therefore \text{നീളം} + \text{വീതി} = 13$$

$$\therefore \text{നീളം} + 5 = 13$$

$$\therefore \text{നീളം} = 13 - 5 = 8 \text{ മീറ്റർ.}$$

ഇത് തന്നെ ബീജഗണിതത്തിൽ ആക്കിയാലോ?

ചുറ്റളവ് = 26 മീറ്റർ

$$\therefore 2(\text{നീളം} + \text{വീതി}) = 26$$

നീളം = x മീറ്റർ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$\therefore 2(x + 5) = 26$$

$$\therefore x + 5 = 13$$

$$\therefore x = 13 - 5 = 8$$

$$\therefore \text{നീളം} = 8 \text{ മീറ്റർ.}$$

ചതുരം:

നീളം

വീതി

വീതി

നീളം

ചുറ്റളവ് അളവാണ് ചുറ്റളവ്.

$$\text{ചുറ്റളവ്} = 2 \text{ നീളം} + 2 \text{ വീതി} \\ = 2 (\text{നീളം} + \text{വീതി})$$

$$\text{നീളം} + \text{വീതി} = \frac{\text{ചുറ്റളവ്}}{2}$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = \text{നീളം} \times \text{വീതി}$$

2. 80 m ചുറ്റളവുള്ള ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയുടെ രണ്ടു മടങ്ങിനേക്കാൾ ഒരു മീറ്റർ കൂടുതലാണ്. വീതിയും നീളവും എത്ര?

$$\text{ചുറ്റളവ്} = 80 \text{ m}$$

$$\therefore 2(\text{നീളം} + \text{വീതി}) = 80$$

$$\text{നീളം} + \text{വീതി} = 80 \div 2 = 40$$

വീതിയുടെ രണ്ടു മടങ്ങിനേക്കാൾ ഒരു മീറ്റർ കൂടുതലാണ് നീളം.

$$\therefore \text{വീതിയുടെ രണ്ടു മടങ്ങും വീതിയും കൂട്ടിയാൽ} = 40 - 1 = 39$$

$$\text{അഥവാ വീതിയുടെ മൂന്നു മടങ്ങ്} = 39$$

$$\therefore \text{വീതി} = 39 \div 3 = 13 \text{ m}$$

$$\therefore \text{നീളം} = 2 \times 13 + 1 = 27 \text{ m}$$

ഇതിനെ ബീജഗണിതരൂപത്തിലാക്കിയാലോ?

വീതി = x മീറ്റർ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$\therefore \text{നീളം} = 2x + 1 \text{ മീറ്റർ}$$

$$\therefore \text{നീളം} + \text{വീതി} = 40$$

$$\therefore 2x + 1 + x = 40$$

$$\therefore 3x + 1 = 40$$

$$\therefore 3x = 40 - 1 = 39$$

$$\therefore x = 39 \div 3 = 13$$

$$\therefore \text{വീതി} = 13 \text{ m}$$

$$\therefore \text{നീളം} = 2 \times 13 + 1 = 27 \text{ m.}$$

വർഷ്ഷിറ്റ് - 8th ഒക്ടോബർ 2020

ഇതുപോലുള്ള ധാരാളം പ്രശ്നങ്ങൾ നമ്മൾ പരിചയപ്പെട്ടു കഴിഞ്ഞു. മറ്റൊരു പ്രശ്നം നോക്കാം.

- രണ്ടളവും രണ്ടു വിവരങ്ങളും അറിയാവുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ .

1. ചുറ്റളവ് ഒരു മീറ്ററായ ചതുരത്തിൽ വലിയ വശത്തിനു ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 5 cm നീളം കൂടുതലാണ്. വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

ബീജഗണിത രീതി നോക്കാം.

നീളം = x , വീതി = y എന്നിങ്ങനെ ഇരിക്കട്ടെ.

ചുറ്റളവ് = 1 m = 100 cm

$$\therefore 2(\text{നീളം} + \text{വീതി}) = 100$$

$$\therefore 2(x + y) = 100$$

$$\therefore x + y = 100 \div 2 = 50$$

$$\therefore x + y = 50 \dots\dots (i)$$

$$\text{കൂടാതെ, } x - y = 5 \dots\dots(ii)$$

$$(i) + (ii) \longrightarrow 2x = 55$$

$$x = 55 \div 2 = 27.5$$

$x = 27.5$ (i) ഇൽ കൊടുത്താൽ

$$27.5 + y = 50$$

$$\therefore y = 50 - 27.5 = 22.5$$

- $x + y = 50$ എന്നതിൽ x, y എന്നിവയുടെ കൃതിയും , ഗുണകവും 1 തന്നെ.



ഇവിടെയെല്ലാം നമുക്ക് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട അളവുകൾക്ക് (സംഖ്യകൾക്ക്) x എന്നോ y എന്നോ എടുത്തത് ശ്രദ്ധിച്ചിരിക്കുമല്ലോ. അവയുടെയെല്ലാം കൃതികൾ 1 ആയിരുന്നു. മറ്റുചില പ്രശ്നങ്ങൾ നോക്കാം.

1. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 36 ച.സെമി ആയാൽ വശം എത്ര?

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
 $= \text{വശം} \times \text{വശം} = 36 = 6 \times 6$

$\therefore \text{വശം} = 6 \text{ cm}$

(എന്തുകൊണ്ട് $36 = (-6) \times (-6)$ എന്ന അറിവ് നാം ഇവിടെ പരിഗണിക്കുന്നില്ല? ആലോചിക്കൂ...)

ഇതിന്റെ ബീജഗണിതം ഒന്ന് പരിഗണിച്ചാലോ?

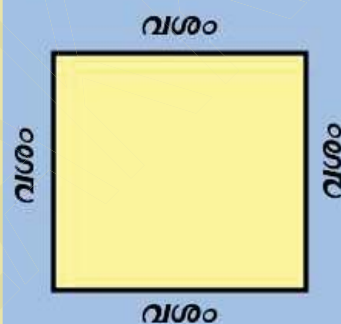
വശം = $x \text{ cm}$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

പരപ്പളവ് = വശം $\times$ വശം
 $= x \times x = x^2$.

$x^2 = 36$

$\therefore x = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$

സമചതുരം



ചുറ്റളവ് = $4 \times \text{വശം}$
 ചുറ്റളവ് = വശത്തിന്റെ നാല് മടങ്ങ്

പരപ്പളവ് = $(\text{വശം})^2$
 പരപ്പളവ് = വശത്തിന്റെ വർഗ്ഗം



ഇവിടെ നമുക്ക് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടതു ഒരു സംഖ്യ (വശം) മാത്രമാണല്ലോ. അതുകൊണ്ടു വശം = x എന്ന് എടുത്തത് ശ്രദ്ധിച്ചില്ലേ? സമവാക്യത്തിൽ അതിന്റെ കൃതി 2 ആണെന്നും ശ്രദ്ധിച്ചുവല്ലോ.

എന്താണ് വർഗ്ഗവും വർഗ്ഗമൂലവും?

വർഗ്ഗം	വർഗ്ഗമൂലം
$1^2 = 1 \times 1 = (-1) \times (-1) = 1$	$\pm\sqrt{1} = \pm 1$
$2^2 = 2 \times 2 = (-2) \times (-2) = 4$	$\pm\sqrt{4} = \pm 2$
$3^2 = 3 \times 3 = (-3) \times (-3) = 9$	$\pm\sqrt{9} = \pm 3$
$4^2 = 4 \times 4 = (-4) \times (-4) = 16$	$\pm\sqrt{16} = \pm 4$
$5^2 = 5 \times 5 = (-5) \times (-5) = 25$	$\pm\sqrt{25} = \pm 5$
$6^2 = 6 \times 6 = (-6) \times (-6) = 36$	$\pm\sqrt{36} = \pm 6$
$7^2 = 7 \times 7 = (-7) \times (-7) = 49$	$\pm\sqrt{49} = \pm 7$
$8^2 = 8 \times 8 = (-8) \times (-8) = 64$	$\pm\sqrt{64} = \pm 8$
$9^2 = 9 \times 9 = (-9) \times (-9) = 81$	$\pm\sqrt{81} = \pm 9$
$10^2 = 10 \times 10 = (-10) \times (-10) = 100$	$\pm\sqrt{100} = \pm 10$
$11^2 = 11 \times 11 = (-11) \times (-11) = 121$	$\pm\sqrt{121} = \pm 11$
$12^2 = 12 \times 12 = (-12) \times (-12) = 144$	$\pm\sqrt{144} = \pm 12$
$13^2 = 13 \times 13 = (-13) \times (-13) = 169$	$\pm\sqrt{169} = \pm 13$
$14^2 = 14 \times 14 = (-14) \times (-14) = 196$	$\pm\sqrt{196} = \pm 14$
$15^2 = 15 \times 15 = (-15) \times (-15) = 225$	$\pm\sqrt{225} = \pm 15$
$16^2 = 16 \times 16 = (-16) \times (-16) = 256$	$\pm\sqrt{256} = \pm 16$

$17^2 = 17 \times 17 = (-17) \times (-17) = 289$	$\pm\sqrt{289} = \pm 17$
$18^2 = 18 \times 18 = (-18) \times (-18) = 324$	$\pm\sqrt{324} = \pm 18$
$19^2 = 19 \times 19 = (-19) \times (-19) = 361$	$\pm\sqrt{361} = \pm 19$
$20^2 = 20 \times 20 = (-20) \times (-20) = 400$	$\pm\sqrt{400} = \pm 20$

ഇനി കുറച്ചധികം രണ്ടാം കൃതി പ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യാം....

1. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 3 മീറ്റർ കൂട്ടിയപ്പോൾ പരപ്പളവ് 64 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആയി. ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്ര മീറ്റർ ആയിരുന്നു?

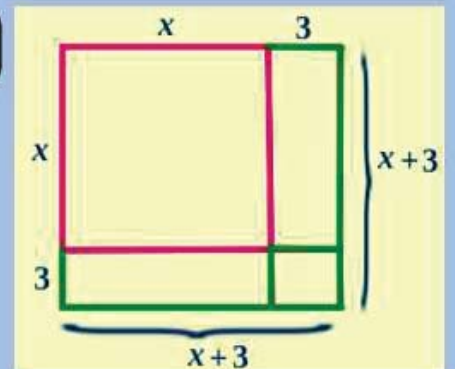
ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശം = x മീറ്റർ എന്നിരിക്കട്ടെ.

വശം 3 മീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ
പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശം = $x + 3$ മീറ്റർ

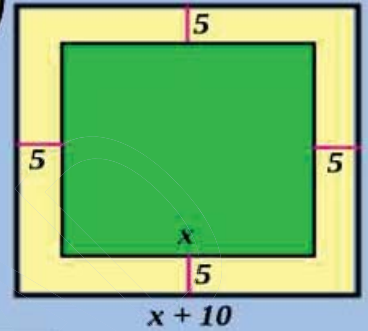
പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 64 ചതുരശ്ര മീറ്റർ

$$\begin{aligned}\therefore (x + 3)^2 &= 64 = 8^2 \\ \therefore x + 3 &= 8 \\ \therefore x &= 8 - 3 = 5\end{aligned}$$

$\therefore$ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം = 5 മീറ്റർ



2. സമചതുരാകൃതിയായ ഒരു മൈതാനത്തിനു ചുറ്റും 5 മീറ്റർ വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ട്. മൈതാനവും പാതയും ചേർന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 900 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആണ്.
മൈതാനത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?



മൈതാനത്തിന്റെ വശം = x മീറ്റർ എന്നിരിക്കട്ടെ.

പാതയുടെ വീതി = 5 മീറ്റർ

$\therefore$ മൈതാനവും പാതയും ചേർന്ന സമചതുരത്തിന്റെ വശം = $x + 10$ മീറ്റർ

മൈതാനവും പാതയും ചേർന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 900 ച.മീറ്റർ

$$\therefore (x + 10)^2 = 900 = 30^2$$

$$\therefore x + 10 = 30$$

$$\therefore x = 30 - 10 = 20$$

$\therefore$ മൈതാനത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം = 20 മീറ്റർ

$\therefore$ മൈതാനത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $20^2 = 400$ ച.മീറ്റർ

ചോദ്യങ്ങൾ:

- ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയിൽ നിന്ന് 3 കുറച്ചതിന്റെ വർഗ്ഗം 64 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?
- മാളുവിന്റെ വയസ്സിനേക്കാൾ 3 കൂടുതലാണ് സഹോദരന്റെ വയസ്സ്. സഹോദരന്റെ വയസ്സിന്റെ വർഗ്ഗം 144 ആയാൽ മാളുവിന്റെ വയസ്സെത്ര?



3. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ എല്ലാ വശവും 5 സെ.മീ വീതം കുറച്ചാൽ പരപ്പളവ് 225 ചതുരശ്ര സെ.മീ ആകും. എങ്കിൽ ആദ്യമുണ്ടായിരുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം എത്ര?
