തുക-നോട്ട്-2

PREVIOUS KNOWLADGE

- **സമാന്തരശ്രേണി :** ഒരു സംഖ്യയിൽനിന്നും തുടങ്ങി, ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും ക്കൂട്ടികിട്ടുന്ന ശ്രേണി .
- **പൊതുവ്യത്യാസം (d):** ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിൽനിന്ന് തൊട്ടുപുറകിലെ പദം കുറച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യ .
- $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, \ldots\ldots$ ഇവ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളും അവയുടെ സ്ഥാനങ്ങളുമാണ്
- ആദ്യപദം f ഉം പൊതുവ്യത്യാസം d. യുമായ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $x_n = dn + (f - d)$
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $x_n = an + b$ ആയാൽ

  ആദ്യപദം =f= $a+b$ പൊതുവ്യത്യാസം =d= a
- ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക

  $$1+2+3+\ldots\ldots\ldots\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

തുക

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n പദങ്ങളുടെ തുക

  $x_n = an + b$ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി

  ഇവിടെ $x_1 = a + b$

  $X_2 = 2a + b$

  $X_3 = 3a + b$

  ………………

  ………………

  n പദങ്ങളുടെ തുക = $S_n = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + x_n$

  $S_n = (a+b) + (2a+b) + (3a+b) + \ldots\ldots\ldots\ldots + (na+b)$

  $S_n = (a+2a+3a+\ldots\ldots+na) + (b+b+b+\ldots\ldots+b)$

  (a പുറത്തേക്ക് എടുത്താൽ) (b, n തവണ കൂട്ടിയാൽ)

  $S_n = a(1+2+3+\ldots\ldots\ldots+n) + nb$

  (എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക)

  $S_n = a\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + nb$

ഇതിൽ നിന്നും നമുക്ക് പറയാം

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $x_n = an + b$ ആയാൽ

$$S_n = a\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + nb$$

E.g.: 11, 16, 21 … എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

ഈ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം = $x_n = dn + (f - d)$

$X_n = 5n + (11-5)$

$= 5n + 6$

ഇവിടെ a = 5 and b = 6 . 20 പദങ്ങളുടെ തുക

$$S_n = a\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + nb$$

$$S_{20} = 5\left(\frac{20(20+1)}{2}\right) + 20x6$$

$$S_{20} = 5\left(\frac{420}{2}\right) + 120$$

$$S_{20} = 5(210) + 120 = 1050 + 120 = 1170$$

$$S_{20} = 1170$$

E.g.: 10, 13, 16 … എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

ഈ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം = $x_n = dn + (f - d)$

$X_n = 3n + (10 - 3)$

$= \underline{\underline{3n + 7}}$

ഇവിടെ a = 3 and b = 7. 10 പദങ്ങളുടെ തുക

$$S_n = a\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + nb$$

$$S_{10} = 3\left(\frac{10(10+1)}{2}\right) + 10x7$$

$$S_{10} = 3\left(\frac{110}{2}\right) + 70$$

$$S_{10} = 3(55) + 70 = 165 + 70 = 235$$

$$\underline{\underline{S_{10} = 235}}$$

- തുകയുടെ മറ്റൊരു രൂപം

നമ്മുക്കറിയാം $S_n = a\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + nb$

$= \frac{1}{2}\, an(n+1) + nb$

$= \frac{an(n+1)}{2} + \frac{nb}{1} = \frac{an(n+1)+2nb}{2} = \frac{n(a(n+1)+2b)}{2}$

$= \frac{n(an+a+b+b)}{2} = \frac{n}{2}\left((an+b)+(a+b)\right)$

$S_n = \frac{n}{2}\left(x_n + x_1\right)$

$S_n = \frac{n}{2}$ (അവസാനപദം + ആദ്യപദം)

E.g.: 11, 16, 21 … എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

ആദ്യപദം $= x_1 = 11$ അവസാനപദം $= x_{20} = x_1 + (n-1)\,d$

$= 11+19\times5 = 11+95 = \underline{106}$

ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക $= S_{20} = \frac{20}{2}\,(106+11)$

$S_{20} = 10 \times 117$

$S_{20} = \underline{1170}$

MORE EXAMPLES

1. 1, 4, 7 …………എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക

ആദ്യപദം $= x_1 = 1$ 25th പദം $= x_{25} = x_1 + (n-1)\,d$

$x_{25} = 1 + 24 \times 3 = 1+72 = \underline{73}$

ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക $= S_{25} = \frac{25}{2}\,(x_{25} + x_1)$

$S_{25} = \frac{25}{2}\,(73+1)$

$S_{25} = \frac{25}{2}\,(74)$

$S_{25} = 25 \times 37 = 925$

$\underline{S_{25} = 925}$

2. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യക്രമം നോക്കാം.

1				1^{st} വരിയിൽ 1 പദം & അവസാനപദം 1
2	3			2^{nd} വരിയിൽ 2 പദം & അവസാനപദം 3 (1+2)
4	5	6		3^{rd} വരിയിൽ 3 പദം & അവസാനപദം 6 (1+2+3)
7	8	9	10	4^{th} വരിയിൽ 4 പദം s & അവസാനപദം 10 (1+2+3+4)

……………………………………

a) 20^{th} വരിയിൽ 20 പദങ്ങൾ

20^{th} വരിയിലെ അവസാനപദം 1+2+3+……+20= $\frac{20(20+1)}{2}$ = 210

b) n^{th} വരിയിൽ n പദങ്ങൾ

n^{th} വരിയിലെ അവസാനപദം 1+2+3+……+n= $\frac{n(n+1)}{2}$

c) 20^{th} വരിയിലെ ആദ്യ പദം = 20^{th} വരിയിലെ അവസാനപദം = 19x1= 210 -19 =191

n^{th} വരിയിലെ ആദ്യ പദം = n^{th} വരിയിലെ അവസാനപദം – (n-1) x d

d) 20^{th} വരിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുക = $S_{20} = \frac{\cancel{20}}{\cancel{2}}(210 + 191)$=10 x 401=4010

n^{th}വരിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുക

$S_n = \frac{n}{2}$ (n^{th} വരിയിലെ അവസാനപദം + n^{th} വരിയിലെ ആദ്യ പദം)

e) 20 വരിവരെയുള്ളഎല്ലാ പദങ്ങളുടെയും തുക =1+2+3+…..+210 = $\frac{2\cancel{10}(210+1)}{\cancel{2}}$

=105x211=22155

n വരിവരെയുള്ളഎല്ലാ പദങ്ങളുടെയും തുക = 1+2+3+ …….. + $\frac{n(n+1)}{2}$

MORE QUESTIONS TO PRACTICE

1.

ചുവടെയുള്ള ഓരോ സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

(i) 11, 22, 33, ... (ii) 12, 23, 34, ...

(iii) 21, 32, 43, ... (iv) 19, 28, 37, ...

(v) 1, 6, 11, ...

Refer more example 1

2.

6, 10, 14, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 20 പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

3\.

6, 10, 14, ..., എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും 15, 19, 23, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക.

Click here and watch the video class for better understanding of the problems and concepts

4\.

ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ എല്ലാ മൂന്നക്കസംഖ്യകളുടെയും തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

5\.

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
....
....

(i) മുകളിലെഴുതിയ സംഖ്യാക്രമത്തിലെ അടുത്ത രണ്ടു വരികൾ എഴുതുക.

(ii) 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(iii) ആദ്യത്തെ പത്തുവരികളിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.

Do this problem as shown in the above example

6\. ചുവടെ തന്നിട്ടുള്ള ഓരോ സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ 100 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക

a) 1, 4, 7 ....
b) 4, 10, 16 ....