

- அறிவுரை:** (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
- (2) நீலம் (அல்லது) கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

**பகுதி - I**

**குறிப்பு:** (1) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். (20 × 1 = 20)

1.  $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$  -இன் மதிப்பு :

- (1)  $\pi$  (2)  $\frac{\pi}{6}$  (3)  $\frac{\pi}{2}$  (4)  $\frac{\pi}{4}$

2.  $x + 2y + 3z + 7 = 0$  மற்றும்  $2x + 4y + 6z + 7 = 0$  ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு :

- (1)  $\frac{7}{2\sqrt{2}}$  (2)  $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$   
 (3)  $\frac{7}{2}$  (4)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$

3.  $t$  என்ற காலத்தில் கிடைமட்டமாக நகரும் துகளின் நிலை  $s(t) = 3t^2 - 2t - 8$  எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம் :

- (1)  $t = 3$  (2)  $t = 0$   
 (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $t = 1$

4.  $u(x, y) = e^{x^2} + y^2$ , எனில்  $\frac{\partial u}{\partial x}$  -ன் மதிப்பு :

- (1)  $y^2u$  (2)  $e^{x^2+y^2}$   
 (3)  $2xu$  (4)  $x^2u$

5.  $x^2 = 8y - 1$  என்ற பரவளையத்தின் முனை :

- (1)  $\left(0, -\frac{1}{8}\right)$  (2)  $\left(-\frac{1}{8}, 0\right)$   
 (3)  $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$  (4)  $\left(0, \frac{1}{8}\right)$

6.  $\rho(A) = \rho([A | B])$  எனில்,  $AX = B$  என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது :

- (1) ஒருங்கமைவற்றது  
 (2) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்  
 (3) ஒருங்கமைவுடையது  
 (4) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்.

7.  $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix}$  மற்றும்

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \text{ எனில் } B^{-1} =$$

- (1)  $\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$   
 (3)  $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

8. 100 m<sup>2</sup> பரப்பளவு கொண்ட செவ்வகத்தின் மீச்சிறு சுற்றளவு (மீட்டரில்) :

- (1) 50 (2) 10 (3) 20 (4) 40

9.  $n$  படியுள்ள ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடு பெற்றுள்ள மூலங்கள் :

- (1) சரியாக  $n$  மூலங்கள்  
 (2)  $n$  வெவ்வேறு மூலங்கள்  
 (3)  $n$  மெய்யெண் மூலங்கள்  
 (4)  $n$  கலப்பெண் மூலங்கள்

10.  $\arg(0)$  -ன் மதிப்பு :  
 (1)  $\infty$  (2) 0  
 (3)  $\pi$  (4) வரையறுக்கப்படவில்லை
11. கழித்தலின் அடைவுப்பண்பு பெறாத கணம் :  
 (1)  $\mathbb{Q}$  (2)  $\mathbb{R}$  (3)  $\mathbb{Z}$  (4)  $\mathbb{N}$
12.  $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$  என்ற வட்டத்தின் ஆரம் :  
 (1)  $\sqrt{11}$  (2) 1 (3) 3 (4)  $\sqrt{10}$
13. மையம்த (h, k) மற்றும் ஆரம் 'a' கொண்ட எல்லா வட்டங்களின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை (இங்கு h, k, a ஆகியவை மாறத்தக்க மாறிலிகள் அல்லது ஏதேச்சையான மாறிலிகள்).  
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4
14.  $n = 25$  மற்றும்  $p = 0.8$  என உள்ள ஈருறுப்பு பரவல் கொண்ட சமவாய்ப்பு மாறி X-ன் திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பு :  
 (1) 2 (2) 6 (3) 4 (4) 3
15.  $\vec{r} = s\hat{i} + t\hat{j}$  (இங்கு s, t என்பவை துணையலகுகள்) என்ற சமன்பாடு :  
 (1) xoz தளம்  
 (2)  $\hat{i}, \hat{j}$  ஆகியவற்றை இணைக்கும் நேர்கோடு  
 (3) xoy தளம்  
 (4) yoz தளம்
16.  $\sum_{i=1}^{13} (i^n + i^{n-1})$  -ன் மதிப்பு :  
 (1) 0 (2)  $1 + i$   
 (3) i (4) 1
17.  $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$  -இன் மதிப்பு :  
 (1)  $\frac{3\pi}{2}$  (2)  $\frac{3\pi}{10}$  (3)  $\frac{3\pi}{8}$  (4)  $\frac{3\pi}{4}$
18.  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$ ; எனில்  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y$  என்பதன் மதிப்பு :  
 (1)  $\pi$  (2)  $\frac{2\pi}{3}$  (3)  $\frac{\pi}{3}$  (4)  $\frac{\pi}{6}$
19.  $\frac{dx}{dy} + \frac{dy}{dx} = 0$  என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே:

- (1) 2, படி வரையறுக்க இயலாது  
 (2) 1, 2 (3) 2, 1 (4) 2, 2

20.  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) =$

- (1)  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$  (2)  $\frac{1}{2} \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$   
 (3)  $\frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$  (4)  $\frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

### பகுதி - II

குறிப்பு : (i) எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். ( $7 \times 2 = 14$ )

(ii) வினா எண் 30 - க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

21.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = -2i$  என நிரூபிக்க.

22.  $(1+i)(1+2i) \dots (1+ni) = x + iy$  எனில்  $2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \dots (1+n^2) = x^2 + y^2$  என நிறுவுக.

23.  $\sin^{-1}\left[\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right]$  -ன் மதிப்பு காண்க.

24.  $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  என்னும் விசை ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செயல்படுகிறது எனில்,  $(2, 0, -1)$  என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து அவ்விசையின் முறுக்குத் திறனின் எண்ணளவு மற்றும் திசைக் கொசைன்களைக் காண்க.

25.  $f(x) = x + \frac{1}{x}, x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$  என்ற சார்பிற்கு  $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  என்ற இடைவெளியில் ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவுச் செய்யும் மதிப்பைக் காண்க.

26.  $f(x) = x^2 + 3x$  என்ற சார்பிற்கு  $x = 2, dx = 0.1$  எனும் போது  $df$  -ஐ மதிப்பிடுக.

27.  $\int_0^{\pi/2} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} dx = \frac{\pi}{4}$  என நிறுவுக.

28.  $y^2 = 4ax$  எனும் பரவளையத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு 'a' என்பது மாறத்தக்க மாறிலி அல்லது ஏதேச்சை மாறிலி ஆகும்.

29. ஓர் இயற்கணித அமைப்பில் சமனி உறுப்பு இருக்கும் எனில் அது ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது - என நிறுவுக.

30. முனை (2, 1) மற்றும் (1, 3) என்ற புள்ளி வழியாக செல்வதும், இடப்பக்கம் திறப்பு உடையதுமான பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

**பகுதி - III**

குறிப்பு : (i) எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.  $(7 \times 3 = 21)$

(ii) வினா எண் 40 - க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

31.  $A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$  எனில்  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$  என நிறுவுக.

32.  $p$  என்பது ஒரு மெய்யெண் எனில்,  $4x^2 + 4px + p + 2 = 0$ , எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையை  $p$ -ன் அடிப்படையில் ஆராய்க.

33. ஒரு கான்கிரீட் பாலம் பரவளைய வடிவில் உள்ளது. சாலையின்மேல் உள்ள பாலத்தின் நீளம் 40 மீ மற்றும் அதன் அதிகபட்ச உயரம் 15 மீ எனில் அந்த பரவளைய வளைவின் சமன்பாடு காண்க. முனையினை  $(0, 0)$  என எடுத்துக் கொள்க.

34.  $(-5, 7, -4)$  மற்றும்  $(13, -5, 2)$  என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. மேலும், இந்த நேர்க்கோடு  $xy$ -தளத்தை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க..

35.  $f(x) = x^{4/5}(x-4)^2$ . என்ற சார்பின் நிலைப்புள்ளி எண்களைக்  $(x$  -ன் மதிப்புகள்) காண்க.

36.  $U = \log(x^3 + y^3 + z^3)$ , எனில்  $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z}$  -ஐ காண்க.

37. ஒரு தனிநிலை சார்பு  $X$ -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது :

X	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$k$	$2k$	$6k$	$5k$	$6k$	$10k$

எனில்  $P(2 < X < 6)$  -ன் மதிப்புக் காண்க.

38.  $X$  என்ற தொடர் சமவாய்ப்பு மாறி

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x)^{10}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{பிற} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்டின்,  $k$  -ன் மதிப்பினைக் காண்க.

39.  $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$  என நிறுவுக.

40. கொடுக்கப்பட்ட இரு கோடுகள்

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1} \text{ மற்றும்}$$

$\frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$  ஒரு தளத்தின் மீது அமையுமானால் அத்தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாட்டினை எத்தனை வழிகளில் காணலாம்? வழிகளை கூறவும்.

**பகுதி - IV**

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.  $(7 \times 5 = 35)$

(ii) வினா எண் 40 - க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

41. (அ) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பானது ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை தர முறையில் ஆராய்க.

$$x-y+z=-9$$

$$2x-y+z=4$$

$$3x-y+z=6$$

$$4x-y+2z=7$$

அல்லது

(ஆ)  $2 \cos \alpha = x + \frac{1}{x}$  மற்றும்  $2 \cos \beta = y + \frac{1}{y}$  எனில்

$$(i) \frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = 2i \sin(3\alpha - n\beta)$$

$$(ii) x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2 \cos(m\alpha + n\beta) \text{ என நிறுவுக}$$

42. (அ)  $\cos x$  வரைபடத்தை  $[0, \pi]$  என்ற இடைவெளியிலும் மேலும்  $\cos^{-1} x$  -ன் வரைபடத்தை  $[-1, 1]$  என்ற இடைவெளியிலும் வரைக.

அல்லது

(ஆ)  $(1, 1), (2, -1)$  மற்றும்  $(3, 2)$  என்ற மூன்று புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

43. (அ) தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5 மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாகப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்தப் பரவளையப் பாதையின் மூளை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5 மீ கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலை குத்துக் கோட்டிற்கு 3 மீ தூரத்தில் உள்ளது எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.

அல்லது

(ஆ) வெக்டர் முறையில்  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$  என நிறுவுக.

44. (அ)  $(0, 1, -5)$  என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும்

$$\vec{r} = \left( \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} \right) + s \left( 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k} \right)$$

$$\text{மற்றும் } \vec{r} = \left( \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k} \right) + t \left( \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} \right)$$

என்ற கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

அல்லது

(ஆ) மதிப்பீடு :  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1 + a^x} dx$

45. (அ) வட திசையிலிருந்து ஒரு செங்கோண சந்திப்பை அணுகும் ஒரு காவல்துறை வாகனம் வேகமாகச் சென்று திரும்பி கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் ஒரு மகிழுந்தை துரத்துகிறது. சாலை சந்திப்பின் வடக்கே 0.6 கி.மீ. தொலைவில் காவல் துறையின் வாகனமும் கிழக்கே 0.8 கி.மீ. தொலைவில் மகிழுந்தும் உள்ள பொழுது, மின்காந்த அலைக் கருவியின் துணை கொண்டு காவல்துறை தங்களது வாகனத்திற்கும் மகிழுந்துக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ. வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது எனத் தீர்மானிக்கின்றனர். காவல்துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கி.மீ. வேகத்தில் நகர்கிறது எனில் மகிழுந்தின் வேகம் என்ன?

அல்லது

(ஆ)  $y = |\cos x|$  என்ற வளைவரை  $x$ -அச்சு, கோடுகள்  $x = 0$  மற்றும்  $x = \pi$  ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

46. (அ) பரப்பளவு 196 சதுர அலகுகள் கொண்ட ஒரு சதுர தகட்டினை அதன் ஒவ்வொரு மூலையிலும் சமமான சிறு சதுரங்களை நீக்கி, மடித்து ஒரு பெட்டியாக மாற்றப்படுகிறது. பெட்டியின் கன அளவு உச்சமாக இருக்க வேண்டுமாயின் வெட்டி நீக்கப்பட்ட சதுரத்தின் பக்கத்தின் அளவு  $\frac{7}{3}$  என நிரூபிக்க.

அல்லது

(ஆ) நிறை  $M$  உடைய ஒரு தானியங்கி இயந்திரத்தின் இயக்கியால் உருவாக்கப்படும் மாறாத விசை  $F$  எனில் அதனுடைய திசைவேகம்  $V$  என்பது  $M \frac{dV}{dt} = F - kV$  எனும் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.  $k$  என்பது மாறலியாகும்  $t = 0$  எனும் போது  $V = 0$  எனில்  $V = \frac{F}{k} \left( 1 - e^{-\frac{kt}{M}} \right)$  என நிரூபிக்க.

47. (அ) ஒரு துப்பறிவாளர் புலன் விசாரணையின் போது, ஒருவரின் உயிரற்ற உடலை சரியாக பிற்பகல் 8 மணிக்கு காண்கிறார். முன்னெச்சரிக்கையாக துப்பறிவாளர் அவ்வுடலின் வெப்பநிலையை அளந்து  $70^\circ\text{F}$  எனக் குறித்துக் கொள்கிறார். 2 மணி நேரம் கழித்து அந்த உடலின் வெப்பநிலை  $60^\circ\text{F}$  ஆக இருப்பதைக் காண்கிறார். உடல் இருந்த அறையின் வெப்பநிலை  $50^\circ\text{F}$  ஆகும், மற்றும் இறப்பதற்கு முன்பு அந்நபரின் உடல் வெப்பநிலை  $98.6^\circ\text{F}$  எனில், அந்நபர் இறந்த நேரம் பிற்பகல் 5 மணி 26 நிமிடம் என நிரூபிக்க (தோராயமாக).

$$\left[ \frac{\log(2.43)}{\log(2)} \approx 1.28 \right]$$

அல்லது

(ஆ) மூன்று சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. தலைகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்விற்கு, நிகழ்தகவு நிறை சார்பு, சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. மேலும் ஈருறுப்பு பரவல் மூலம் இவற்றினை சோதிக்க.

## விடைகள்

### பகுதி - I

1. (2)  $\frac{\pi}{6}$
2. (2)  $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$
3. (3)  $t = \frac{1}{3}$
4. (3)  $2xu$
5. (4)  $\left(0, \frac{1}{8}\right)$
6. (3) ஒருங்கமைவுடையது
7. (2)  $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$
8. (4) 40
9. (1) சரியாக  $n$  மூலங்கள்
10. (4) வரையறுக்கப்படவில்லை
11. (4)  $\mathbb{N}$
12. (4)  $\sqrt{10}$
13. (3) 3
14. (1) 2
15. (3)  $xoy$  தளம்
16. (2)  $1 + i$
17. (3)  $\frac{3\pi}{8}$
18. (3)  $\frac{\pi}{3}$
19. (2) 1, 2
20. (1)  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

### பகுதி - II

21. தீர்வு :

$$\begin{aligned} \frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i-1}{1+1} \\ &= \frac{2i}{2} = i \end{aligned}$$

மேலும்  $\frac{1-i}{1+i} = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{-1} = \frac{1}{i} = -i$

எனவே,  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = i^3 - (-i)^3 = -2i$

22. தீர்வு :

$$|1+i||1+2i||1+3i|\dots\dots|1+ni| = |x+iy|$$

$$\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10}\dots\sqrt{1+n^2} = \sqrt{x^2+y^2}$$

வர்க்கப்படுத்த,  $2 \cdot 5 \cdot 10 \dots (1+n^2) = x^2 + y^2$

23. தீர்வு :

$$\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) = \sin^{-1}\left(\sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\because \frac{5\pi}{4} \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$= \sin^{-1}\left(\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = -\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

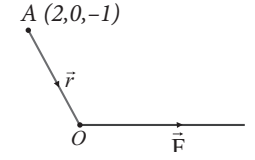
24. தீர்வு :

$(2, 0, -1)$  என்ற புள்ளியின் நிலை வெக்டர் A is

$$\vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{k} \text{ எனில், } \vec{r} = \vec{AO} = -2\hat{i} + \hat{k}.$$

கொடுக்கப்பட்ட விசை  $\vec{F} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ . எனவே திருப்புவிசை

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$



$$= \hat{i} - 2\hat{k}$$

ஆகவே, திருப்புவிசையின் எண்ணளவு

$$= |-\hat{i} - 2\hat{k}| = \sqrt{5} \text{ மற்றும் திசைக்கொசைன்கள் } -\frac{1}{\sqrt{5}}, 0, -\frac{2}{\sqrt{5}} \text{ ஆகும்.}$$

25. தீர்வு :

$f(x)$  என்பது மூடிய இடைவெளி  $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$  -ல்

தொடர்ச்சியானதாகவும், திறந்த இடைவெளி

$\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  -ல் வகையிடத்தக்கதாகவும், மேலும்

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} = f(2)$ . ஆகவும் உள்ளது. எனவே

ரோலின் தேற்றப்படி  $c \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$  என்ற

$$\text{எண்ணினை } f(c) = 1 - \frac{1}{c^2} = 0 \Rightarrow c^2 = 1$$

$$\Rightarrow c = \pm 1, 1 \in \left(\frac{1}{2}, 2\right), \text{ எனவே } c = 1 \text{ என}$$

தேர்ந்தெடுக்கலாம்.



## 26. தீர்வு :

$$x = 2, s = 0.1$$

வகையீடு எடுக்க

$$df = (2x + 3) dx$$

$$x = 2 \text{ எனில், } dx = 0.1$$

$$df = (2(2) + 3)(0.1) \\ = 7(0.1) = 0.7$$

## 27. தீர்வு :

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} dx \text{ என்க} \quad \dots (1)$$

பின்வரும் சூத்திரத்தை

$$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$$

(1)யில் பயன்படுத்த கிடைப்பது

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{f\left(\sin \frac{\pi}{2} - x\right)}{f\left(\sin \frac{\pi}{2} - x\right) + f\left(\cos \frac{\pi}{2} - x\right)} dx$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{f(\cos x)}{f(\cos x) + f(\sin x)} dx \quad \dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow$$

$$2I = \int_0^{\pi/2} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} dx \\ + \int_0^{\pi/2} \frac{f(\cos x)}{f(\cos x) + f(\sin x)} dx$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{f(\sin x) + f(\cos x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} dx$$

$$= \int_0^{\pi/2} dx = [x]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2}$$

$$2I = \frac{\pi}{2} = I = \frac{\pi}{4}$$

எனவே நிரூபணம்.

## 28. தீர்வு :

பரவளையக் குடும்பத்தின் சமன்பாடு  $y^2 = 4ax$ ,

இங்கு  $a$  என்பது ஏதேனும் ஒரு மாறிலியாகும்.

சமன்பாட்டின் இருபக்கமும்  $x$  ஐப் பொருத்து வகைக்கெழு காண, நாம் பெறுவது

$$2y \frac{dy}{dx} = 4a \Rightarrow a = \frac{y}{2} \frac{dy}{dx}$$

$a$  இன் மதிப்பை சமன்பாடு (1)-ல் பிரதியிட,

நாம் பெறுவது  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x}$  எனும் தேவையான

வகைக்கெழுச் சமன்பாடாகும்.

## 29. தீர்வு :

(S,\*) என்பது ஓர் இயற்கணித அமைப்பு என்க.

\* ஐ பொருத்து S -ன் சமனி உறுப்பானது S -ல் உள்ளது எனக் கொள்க. மேலும் ஒரே ஒரு சமனி உறுப்பு மட்டுமே உள்ளது என நிரூபிக்க.

S -ன் சமனி உறுப்புகள்  $e_1$  ஐ S -ன் உறுப்பாகவும் எடுத்துக்கொண்டால்,  $e_2 * e_1 = e_1 * e_2 = e_2 \dots (1)$

பிறகு  $e_2$  ஐ சமனி உறுப்பாகவும்,  $e_1$  ஐ S -ன் உறுப்பாகவும் எடுத்துக்கொண்டால்,

$$e_1 * e_2 = e_2 * e_1 = e_1 \quad \dots (2)$$

(1), (2) -லிருந்து,  $e_1 = e_2$ . எனவே, சமனி உறுப்பு ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது.

## 30. தீர்வு :

இடப்பக்கம் திறப்பு உடையதான

பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$(y - k)^2 = -4a(x - 5) \quad \dots (1)$$

$$\text{முனை } x(h, k) = (2, 1)$$

$\therefore$  (1) லிருந்து

$$(y - 1)^2 = -4a(x - 2) \quad \dots (2)$$

செல்லும் வழி  $(x, y) = (1, 3)$

$\therefore$  (2) லிருந்து

$$(3 - 1)^2 = -4a(1 - 2)$$

$$4 = 4a(-1)$$

$$4 = 4a$$

$$a = 1$$

$\therefore$  (2) லிருந்து

$(y - 1)^2 = -4(x - 2)$  தேவையான பரவளையம்.

**பகுதி - III**

31.

$$A = (2)(7) - (9)(1) \\ = 14 - 9 = 5. \text{ எனவே,}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 7 & -9 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{9}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\text{எனவே, } (A^{-1})^T = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{9}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{bmatrix} \dots(1)$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}.$$

$$\text{எனவே } |A^T| = (2)(7) - (1)(9) = 5.$$

$$(A^T)^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{bmatrix} \dots(2)$$

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து கிடைப்பது,  $(A^{-1})^T = A^T)^{-1}$ . எனவே கொடுத்துள்ள பண்பு சரிபார்க்கப்பட்டது.

32. பண்புகாட்டி  $\Delta = (4p)^2 - 4(4)(p+2)$   
 $= 16(p^2 - p - 2)$   
 $= 16(p+1)(p-2)$  ஆகும்.

எனவே,

$$-1 < p < 2 \text{ எனில், } \Delta < 0$$

$$p = -1 \text{ அல்லது } p = 2 \text{ எனில்,}$$

$$\Delta = 0$$

$$-\infty < p < -1 \text{ அல்லது } 2 < p < \infty \text{ எனில், } \Delta > 0$$

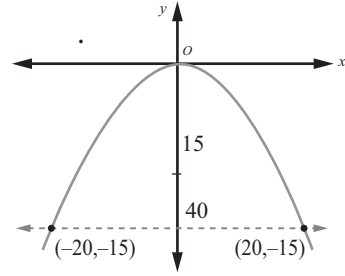
எனவே, கொடுக்கப்பட்டுள்ள பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு,

$-1 < p < 2$  எனில், கலப்பெண் மூலங்களைப் பெற்றிருக்கும்;

$p = -1$  அல்லது  $p = 2$  எனில், சமமான மெய்யெண் மூலங்களைப் பெற்றிருக்கும்;

$-\infty < p < -1$  அல்லது  $2 < p < \infty$  எனில், வெவ்வேறான மெய்யெண் மூலங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

33. படத்திலிருந்து முனை  $(0, 0)$  மற்றும் பரவளையம் கீழ்நோக்கித் திறப்புடையது எனலாம்.



பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$x^2 = -4ay$$

$(-20, -15)$  மற்றும்  $(20, -15)$  என்ற புள்ளிகள் பரவளையத்தின் மீதுள்ளன.

$$20^2 = -4a(-15)$$

$$4a = \frac{400}{15}$$

$$x^2 = \frac{-80}{3} \times y$$

$$\text{எனவே சமன்பாடு } 3x^2 = -80y$$

34. தேவையான நேர்க்கோடு  $(-5, 7, -4)$  மற்றும்  $(13, -5, 2)$  என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்கிறது. எனவே, இப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் விகிதங்கள்  $18, -12, 6$  ஆகும். அதாவது  $3, -2, 1$  ஆகும்.

ஆதலால், தேவையான நேர்க்கோடு  $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  என்ற வெக்டருக்கு இணையாக இருக்கும்.

எனவே, தேவையான நேர்க்கோட்டின் துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = (-5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}) + t(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) \text{ அல்லது}$$

$$\vec{r} = (13\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}) + s(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) \text{ இங்கு } s, t \in \mathbb{R} \text{ ஆகும்.}$$

தேவையான கோட்டின் கார்டிசியன்

$$\text{சமன்பாடுகள் } \frac{x+5}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z+4}{1} \text{ அல்லது}$$

$$\frac{x-13}{3} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-2}{1} \text{ ஆகும்.}$$

இந்நேர்க்கோட்டில் உள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் அமைப்பு  $(3t - 5, -2t + 7, t - 4)$  அல்லது  $(3s + 13, -2s - 5, s + 2)$

நேர்க்கோடு  $xy$ -தளத்தை சந்திப்பதால், வெட்டும் புள்ளியின்  $z$ -அச்சுத் தொலைவு பூச்சியமாகும்.

எனவே,  $t - 4 = 0$ , அதாவது,  $t = 4$  ஆகும். ஆகையால், நேர்க்கோடு  $xy$ -தளத்தை வெட்டும் புள்ளி  $(7, -1, 0)$  ஆகும்.

$$\begin{aligned}
 35. \text{ தீர்வு : } f^1(x) &= \frac{4}{5}x^{\frac{4}{5}-1}(x-4)^2 + x^{\frac{4}{5}}2(x-4) \\
 &= \frac{4}{5}x^{-\frac{1}{5}}(x-4)^2 + 2x^{\frac{4}{5}}(x-4) \\
 &= \frac{4}{5x^{\frac{1}{5}}}(x-4)^2 + 2x^{\frac{4}{5}}(x-4) \\
 &= (x-4) \left[ \frac{4}{5x^{\frac{1}{5}}}(x-4) + 2x^{\frac{4}{5}} \right]
 \end{aligned}$$

$$f^1(x) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ (or)}$$

$$\frac{4}{5x^{\frac{1}{5}}}(x-4) + 2x^{\frac{4}{5}} = 0$$

$$\frac{4}{5x^{\frac{1}{5}}}(x-4) = -2x^{\frac{4}{5}}$$

$$\frac{4}{5}(x-4) = -2x$$

$$4(x-4) = -10x$$

$$4x - 16 = -10x = 14x = 16$$

$$x = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

எனவே நிலைப்புள்ளி எண்கள் 4 மற்றும்  $\frac{8}{7}$

36. கொடுக்கப்பட்டவை :

$$U(x, y, z) = \log(x^3 + y^3 + z^3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{x^3 + y^3 + z^3} (3x^2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{3y^2}{x^3 + y^3 + z^3} \text{ மற்றும்}$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{3z^2}{x^3 + y^3 + z^3}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} &= \frac{3x^2}{x^3 + y^3 + z^3} + \frac{3y^2}{x^3 + y^3 + z^3} \\
 &+ \frac{3z^2}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{3(x^2 + y^2 + z^2)}{x^3 + y^3 + z^3}
 \end{aligned}$$

37. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு என்பதால் மொத்த நிகழ்தகவு ஒன்றாகும். அதாவது  $\sum f(x) = 1$

கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களிலிருந்து

$$k + 2k + 6k + 5k + 6k + 10k = 1$$

$$30k = 1 \Rightarrow \frac{1}{30}$$

எனவே நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது,

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{10}{30}$

$$P(2 < X < 6) = f(3) + f(4) + f(5)$$

$$= \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{6}{30} = \frac{17}{30}$$

38. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு ஆதலால்

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$k \int_0^1 x(1-x)^{10} dx = 1$$

$$\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$$

$$k \int_0^1 (1-x)(1-(1-x))^{10} dx = 1$$

$$k \int_0^1 (1-x)x^{10} dx = 1$$

$$k \int_0^1 (x^{10} - x^{11}) dx = 1$$

$$k \left[ \frac{x^{11}}{11} - \frac{x^{12}}{12} \right]_0^1 = 1$$

$$k \left[ \frac{1}{11} - \frac{1}{12} \right] = 1$$

$$k \left[ \frac{12-11}{132} \right] = 1$$

$$k \left[ \frac{1}{132} \right] = 1$$

$$k = 132$$



39.  $p$   $q$   $\neg p$   $p \rightarrow q$   $\neg p \vee q$

T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

$$\therefore p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

40.  $\vec{a} = x_1 \hat{i} + y_2 \hat{j} + z_1 \hat{k}$

$$\vec{b} = x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} + z_2 \hat{k}$$

$$\vec{u} = l_1 \hat{i} + m_1 \hat{j} + n_1 \hat{k}$$

$$\vec{v} = l_2 \hat{i} + m_2 \hat{j} + n_2 \hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு :

$\vec{a}$  அல்லது  $\vec{b}$  மற்றும் இரண்டு இணை வெக்டர்கள்  $\vec{u}$  மற்றும்  $\vec{v}$

கார்டீசியன் சமன்பாடு : 1 புள்ளி, 2 இணை வெக்டர்கள்

வழி 1 :

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

அல்லது

$$\begin{vmatrix} x-x_2 & y-y_2 & z-z_2 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

வழி 2 :

2 புள்ளிகள், 1 இணை வெக்டர்

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \end{vmatrix} = 0$$

அல்லது

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

பகுதி - IV

41 (அ). தீர்வு :

$$[A/B] = \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -9 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 1 & 6 \\ 4 & -1 & 2 & 7 \end{array} \right]$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -9 \\ 0 & 1 & -1 & 22 \\ 0 & 2 & -2 & 33 \\ 0 & 3 & -2 & 43 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - 3R_1 \\ R_4 \rightarrow R_4 - 4R_1 \end{array}$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -9 \\ 0 & 1 & -1 & 22 \\ 0 & 0 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -23 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_3 \rightarrow R_3 - 2R_1 \\ R_4 \rightarrow R_4 - 3R_3 \end{array}$$

$$R_3 \leftrightarrow R_4 \\ \rho(A) \neq \rho(A/B)$$

ஒருங்கமைவற்றது மற்றும் தீர்வுகள் இல்லை.

(ஆ). தீர்வு :

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட } 2 \cos \alpha = x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \alpha = \frac{x^2 + 1}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 2x \cos \alpha$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x \cos \alpha + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \cos \alpha \pm \sqrt{(-2 \cos \alpha)^2 - 4(1)(1)}}{2}$$

$$= \frac{2 \cos \alpha \pm \sqrt{4 \cos^2 \alpha - 4}}{2} \left[ \because \frac{x = b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right]$$

$$= \frac{2 \cos \alpha \pm 2\sqrt{-\sin^2 \alpha}}{2} = \frac{2 \cos \alpha \pm i \sin \alpha}{2} \left[ \because \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \right]$$

$$\Rightarrow x = \cos \alpha \pm i \sin \alpha$$

$$\text{மேலும், } 2 \cos \beta = y + \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \beta = \frac{y^2 + 1}{y}$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y \cos \beta + 1 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{2 \cos \beta \pm \sqrt{(-2 \cos \beta)^2 - 4(1)(1)}}{2}$$

$$= \frac{2 \cos \beta \pm \sqrt{4 \cos^2 \beta - 4}}{2} = \frac{2 \cos \beta \pm 2i \sin \beta}{2}$$

$$\Rightarrow y = \cos \beta \pm i \sin \beta$$

$$(i) \quad x^m = (\cos \alpha + i \sin \alpha)^m$$

$$= \cos m \alpha + i \sin m \alpha$$

[By De Moivre's theorem]

$$y^n = (\cos \beta + i \sin \beta)^n$$

$$= \cos n \beta + i \sin n \beta$$

$$\therefore \frac{x^m}{y^n} = \frac{\cos m \alpha + i \sin m \alpha}{\cos n \beta + i \sin n \beta}$$

$$= \cos(m \alpha - n \beta) + i \sin(m \alpha - n \beta)$$

$$\text{and } \frac{y^n}{x^m} = \frac{1}{\frac{x^m}{y^n}}$$

$$= \cos(m \alpha - n \beta) - i \sin(m \alpha - n \beta)$$

$$\therefore \frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = \cos(m \alpha - n \beta) + i \sin(m \alpha - n \beta)$$

$$-\cos(m \alpha - n \beta) + i \sin(m \alpha - n \beta) = 2i \sin(m \alpha - n \beta)$$

$$(ii) \quad x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2 \cos(m \alpha + n \beta)$$

$$x^m y^n = (\cos \alpha + i \sin m \alpha) (\cos n \beta + i \sin n \beta)$$

$$= \cos(m \alpha + n \beta) + i \sin(m \alpha + n \beta)$$

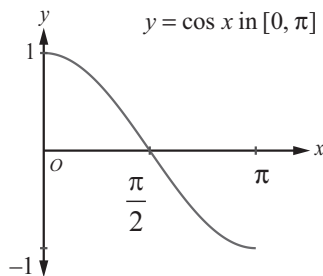
$$\frac{1}{x^m y^n} = \cos(m \alpha + n \beta) - i \sin(m \alpha + n \beta)$$

$$\therefore x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = \cos(m \alpha + n \beta) + i \sin(m \alpha + n \beta)$$

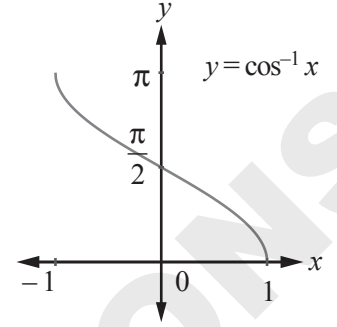
$$+ \cos(m \alpha + n \beta) - i \sin(m \alpha + n \beta)$$

$$= 2 \cos(m \alpha + n \beta)$$

42 (அ). தீர்வு :



x	y
1	$\pi$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
0	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\pi}{4}$
1	0



(ஆ). தீர்வு :

வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாடு

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad \dots (1)$$

இது (1, 1), (2, -1) மற்றும் (3, 2) என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்வதால்

$$2g + 2f + c = -2, \quad \dots (2)$$

$$4g - 2f + c = -5, \quad \dots (3)$$

$$6g + 4f + c = -13. \quad \dots (4)$$

$$(2) - (3) - \text{இலிருந்து } -2g + 4f = 3 \quad \dots (5)$$

$$(4) - (3) - \text{இலிருந்து } 2g + 6f = -8 \quad \dots (6)$$

$$(5) + (6) - \text{இலிருந்து } f = \frac{-1}{2} \text{ என கிடைக்கும் மதிப்பை}$$

$$(6) \text{ இல் பிரதியிட } g = \frac{-5}{2}, f, g \text{ இன் மதிப்புகளை}$$

(2) இல் பிரதியிட  $c = 4$  எனவும் கிடைக்கிறது.

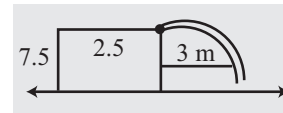
எனவே தேவையான வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$x^2 + y^2 + 2\left(-\frac{5}{2}\right)x + 2\left(-\frac{1}{2}\right)y + 4 = 0$$

$$\text{அதாவது } x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0.$$

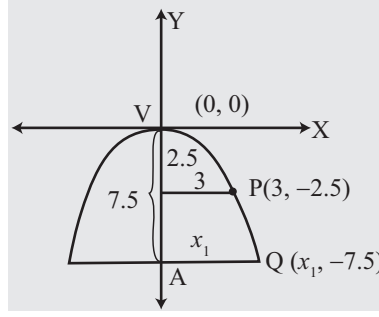
43. (அ). தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட தகவலை கொண்டு பரவளையம் கீழ் நோக்கி திறப்படையது என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.



$$\therefore \text{அதனுடைய சமன்பாடு } x^2 = -4ay \quad \dots (1)$$

விழும் பாதையில் உள்ள புள்ளி P எனக் குழாயிலிருந்து 2.5 மீ கீழே குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் செங்குத்து கோட்டிற்கு 3மீ தூரத்தில் உள்ளது.



$$\therefore P(3, -2.5)$$

$$\therefore (1) \text{ லிருந்து } 3^2 = -4a(-2.5)$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2.5} = 4a$$

$$\therefore (1) \text{ லிருந்து, } x^2 = \frac{-9}{2.5}y \quad \dots(2)$$

குத்துக் கோட்டிலிருந்து  $x_1$  தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்க. ஆனால் குழாயின் உயரமானது தரையிலிருந்து 7.5 மீ.

$$\therefore (x_1, -7.5) \text{ அமைகிறது} \quad \dots(2)$$

$$\therefore (2) \text{ லிருந்து, } x_1^2 = \frac{-9}{2.5}(-7.5)$$

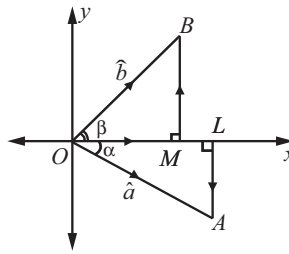
$$\Rightarrow x_1^2 = 9(3)$$

$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3} \text{ மீ}$$

குத்துக்கோட்டிலிருந்து  $3\sqrt{3}$  மீ தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும்.

(ஆ). தீர்வு :

$\hat{a} = \overline{OA}$  மற்றும்  $\hat{b} = \overline{OB}$  என்ற அலகு வெக்டர்கள்  $x$ -அச்சின் மிகை திசையுடன் முறையே  $\alpha$ ,  $\beta$  என்ற கோணங்களை ஏற்படுத்துகிறது என்க. இங்கு A, B என்பன படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளன. AL மற்றும் BM என்பவற்றை  $x$ -அச்சுக்கு செங்குத்தாக வரைக.



$$\text{ஆகவே, } |\overline{OL}| = |\overline{OA}| \cos \alpha = \cos \alpha,$$

$$|\overline{LA}| = |\overline{OA}| \sin \alpha = \sin \alpha,$$

$$\overline{OL} = |\overline{OL}| \hat{i} = \cos \alpha \hat{i}, \quad \overline{LA} = \sin \alpha (-\hat{j})$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே, } \hat{a} &= \overline{OA} = \overline{OL} + \overline{LA} \\ &= \cos \alpha \hat{i} - \sin \alpha \hat{j} \end{aligned} \quad \dots(1)$$

$$\text{இதேபோல், } \hat{b} = \cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j} \quad \dots(2)$$

$\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்டக் கோணம்  $\alpha + \beta$  என்பதால்,

$$\hat{a} \cdot \hat{b} = |\hat{a}| |\hat{b}| \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta) \quad \dots(3)$$

மாறாக, சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) -லிருந்து

$$\begin{aligned} \hat{a} \cdot \hat{b} &= (\cos \alpha \hat{i} - \sin \alpha \hat{j}) \cdot (\cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j}) \\ &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{aligned} \quad \dots(4)$$

சமன்பாடுகள் (3) மற்றும் (4) லிருந்து,  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

#### 44. (அ). தீர்வு :

தேவையான தளம்  $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ ,  $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  என்ற வெக்டர்களுக்கு இணையாகவும்  $\vec{a}$  -ஐ நிலை வெக்டராகக் கொண்ட  $(0, 1, -5)$  என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்வதைக் காண்கிறோம். மேலும்  $\vec{b}$  மற்றும்  $\vec{c}$  என்பன இணை வெக்டர்கள் அல்ல எனவும் காண்கிறோம்.

$$\text{தேவையான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு } (\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0. \quad \dots(1)$$

இப்பொழுது  $\vec{a} = \hat{j} - 5\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{b} \times \vec{c}$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -9\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k} \text{ என}$$

சமன்பாடு (1)-ல் பிரதியிட, நாம் பெறுவது

$$(\vec{r} - (\hat{j} - 5\hat{k})) \cdot (-9\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}) = 0,$$

$$\Rightarrow \vec{r} \cdot (-9\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}) = 13$$

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  என்பது தளத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் நிலைவெக்டர் எனில், மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாட்டை  $-9x + 8y - z = 13$  அல்லது  $9x - 8y + z + 13 = 0$  எனப்பெறுகிறோம்.

#### (ஆ). தீர்வு :

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1 + a^x} dx \text{ என்க.}$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a + b - x) dx \text{ என்பதை பயன்படுத்த}$$

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2(\pi - \pi - x)}{1 + a^{\pi - \pi - x}} dx$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2(-x)}{1 + a^{-x}} dx$$

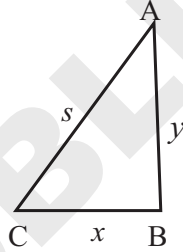
$$= \int_{-\pi}^{\pi} a^x \left( \frac{\cos^2 x}{a^x + 1} \right) dx$$

சமன்பாடு (1) -யும் (2) -யும் கூட்டக் கிடைப்பது

$$\begin{aligned}
 2I &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{a^x + 1} (a^x + 1) dx \\
 &= \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx \\
 &= 2 \int_0^{\pi} \cos^2 x dx \quad (\because \cos^2 x \text{ இரட்டைப் படைச் சார்பு}) \\
 \text{எனவே, } I &= \int_0^{\pi} \frac{(1 + \cos 2x)}{2} dx \\
 &= \frac{1}{2} \left[ x + \frac{\sin 2x}{2} \right]_0^{\pi} \\
 &= \frac{1}{2} [\pi] = \frac{\pi}{2}
 \end{aligned}$$

45. (அ). தீர்வு :

$x$  குறிப்பது மகிழுந்து கடந்த தூரம்,  $y$  குறிப்பது காவல்துறை கடந்த வாகனம் மற்றும்  $s$  குறிப்பது வாகனம் மற்றும் மகிழுந்து இடையேயான தூரம் ஆகும்.



$\therefore$  கொடுக்கப்பட்ட  $x = 0.8$  கி.மீ,  $y = 0.6$  கி.மீ,

$$\frac{dy}{dt} = -60 \text{ கி.மீ / மணி,}$$

$$\frac{ds}{dt} = 20 \text{ கி.மீ / மணி,}$$

$$\Delta ABC\text{-ல் } s^2 = x^2 + y^2 \quad \dots (1)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow s^2 &= (0.8)^2 + (0.6)^2 \\
 &= 0.64 + 0.36 \\
 s^2 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow s = 1 \quad \dots (2)$$

' $t$ ' யை பொறுத்து (1) யை வகையிட கிடைப்பது,

$$2s \frac{ds}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt}$$

$$\Rightarrow s \frac{ds}{dt} = x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt}$$

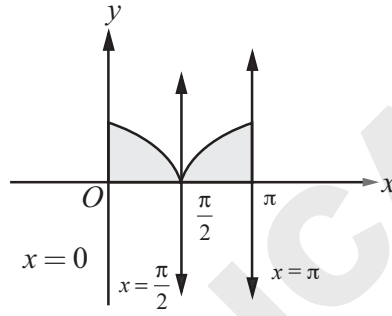
[2 ஆல் வகுக்க]

$$\Rightarrow 1 \left( \frac{ds}{dt} \right) = (0.8) \left( \frac{dx}{dt} \right) + (0.6)(-60)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1(20) &= (0.8) \left( \frac{dx}{dt} \right) + (0.6)(-60) \\ \Rightarrow 20 &= (0.8) \left( \frac{dx}{dt} \right) - 36 \\ \Rightarrow 20 + 36 &= (0.8) \frac{dx}{dt} \\ \Rightarrow \frac{dx}{dt} &= \frac{56}{0.8} = 70 \text{ கி.மீ / மணி,} \end{aligned}$$

∴ மகிழுந்தின் வேகம் 70 கி.மீ / மணி.

(ஆ). தீர்வு :



கொடுக்கப்பட்ட வளைவரையானது

$$y = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -\cos x, & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$$

வளைவரையானது  $x$  - அச்சின் மேல் உள்ளது. தேவையான பரப்பு, படத்தில் நிழலிடப்பட்டுள்ளது. எனவே தேவையான பரப்பு

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} y dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (-\cos x) dx \\ &= [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} - [\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \\ &= [1 - 0] - [0 - 1] = 2. \end{aligned}$$

46. (அ). தீர்வு :

$$\text{பரப்பு} = 196$$

$$\text{பக்கம்} = 14$$

$$\text{கன அளவு} = x(14-x)^2$$

$$\therefore V = 196x + x^3 - 28x^2$$

$$V' = 196 + 3x^2 - 56x$$

உச்சமாக இருக்க,  $V' = 0$

$$\therefore x = \frac{49}{3}, x = \frac{7}{3}$$



$$\begin{aligned} V'' &= 6x - 56 \\ x &= \frac{49}{3} \text{ எனில், } V'' > 0 \\ x &= \frac{7}{3}, V'' < 0 \end{aligned}$$

கன அளவு உச்சமாக இருக்க நீக்கப்பட்ட பக்க அளவு  $\frac{7}{3}$  ஆகும்.

(ஆ). தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$m \frac{dv}{dt} = F - kv \text{ மாறிகளை பிரிக்க கீடைப்பது}$$

$$\frac{dv}{F - kv} = \frac{dt}{m}$$

$$\int \frac{dv}{F - kv} = \int \frac{dt}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{\log(F - kv)}{-k} = \frac{t}{m} + \log c$$

$$\Rightarrow \log(F - kv) = \frac{-kt}{m} + \log c.$$

$$\Rightarrow \log(F - kv) - \log c = \frac{-kt}{m}$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{F - kv}{c}\right) = \frac{-kt}{m} \Rightarrow \frac{F - kv}{c} = e^{\frac{-kt}{m}}$$

$$\Rightarrow \frac{F - kv}{c} = \frac{1}{e^{\frac{kt}{m}}}$$

$$\Rightarrow c = (F - kv)e^{\frac{kt}{m}} \quad \dots(1)$$

$$v = 0 \text{ எனில் } t = 0 \Rightarrow c = (F - 0)e^0 \Rightarrow c = F$$

$$\therefore (1) \text{ லிருந்து } F = (F - kv)e^{\frac{kt}{m}}$$

$$F = Fe^{\frac{kt}{m}} - kve^{\frac{kt}{m}}$$

$$F - Fe^{\frac{kt}{m}} = kve^{\frac{kt}{m}}$$

$$-Fe^{\frac{kt}{m}} \left( -e^{\frac{-kt}{m}} + 1 \right) = -kve^{\frac{kt}{m}}$$

$$F \left( 1 - e^{\frac{-kt}{m}} \right) = kv$$

$$\frac{F}{k} \left( 1 - e^{\frac{-kt}{m}} \right) = v$$

## 47. (அ). தீர்வு :

$t$  நேரத்தில் உடலின் வெப்பநிலை  $T$  என்க. பிற்பகல் 8 மணி என்பதை  $t = 0$  எனக்கொள்க.

$$\text{நியூட்டனின் குளிர்வு விதிப்படி, } \frac{dT}{dt} = k(T - 50)$$

$$\text{அல்லது } \frac{dT}{T - 50} = dt .$$

$$\text{இருபக்கமும் தொகையிட, } \log |50 - T| \\ = kt + \log C \text{ அல்லது } 50 - T = Ce^{kt}.$$

$$t = 0 \text{ எனும்போது } T = 70 \text{ என்பதால், } C = -20$$

$$t = 2 \text{ எனும்போது } T = 60 \text{ என்பதால், } -10 = -20e^{k2}.$$

$$\text{ஆகவே, } k = \frac{1}{2} \log \left( \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{எனவே, தீர்வு } 50 - T = -20e^{\frac{1}{2}t \log \left( \frac{1}{2} \right)}$$

$$\text{அல்லது } T = 50 + 20 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{2}}$$

நாம் இப்பொழுது  $T(t) = 98.6$ , ஆக இருக்கும்போது  $t$ -ன் மதிப்பைக் காண வேண்டும்.

$$t = \left( \frac{\log \left( \frac{48.6}{20} \right)}{\log \left( \frac{1}{2} \right)} \right) \approx 2.56$$

எனவே, அந்நபர் இறந்த நேரம் தோராயமாக பிற்பகல் 5.26 மணியாகும்.

## (ஆ). தீர்வு :

$$X \rightarrow 0, 1, 2, 3$$

X	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$E(X) = \sum x_i f(x) = \frac{3}{2}$$

$$E(X^2) = \sum x_i^2 f(x) = 3$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$= 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$$

ஈருறுப்பு பரவல்

$$n = 3, p = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}$$

$$\text{சராசரி} = np = 3 \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2}$$

$$\text{பரவற்படி} = npq = 3 \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4}$$

