அரையாண்டு பொதுத் தேர்வு - 2019

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு

பதிவு எண் : | | | | | |

கணிதம்

நேரம்: 3.00 மணி　　　　　　　　　　　　　　　　　　　மதிப்பெண்கள்: 9

அறிவுரை :

1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்து கொள்ளவும். அச்சுப் பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.

2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

குறிப்பு : i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.　　　$20 \times 1 = 20$

ii) கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளில் மிகவும் சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. A என்பது பூச்சியமற்றக் கோவை அணி மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ எனில் $\left(A^T\right)^{-1} =$

   a) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$　b) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$　c) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$　d) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

2. $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\text{adj } B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் adj (AB) ஆனது

   a) $\begin{bmatrix} -7 & -1 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$　b) $\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -10 \end{bmatrix}$　c) $\begin{bmatrix} -7 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix}$　d) $\begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$

3. $|z - 2 + i| \le 2$ எனில் $|z|$ ன் மீப்பெரு மதிப்பு

   a) $\sqrt{3} - 2$　b) $\sqrt{3} + 2$　c) $\sqrt{5} - 2$　d) $\sqrt{5} + 2$

4. $x^2 + y^2 = 1$ எனில் $\frac{1+x+iy}{1+x-iy}$ இன் மதிப்பு

   a) $x - iy$　b) $2x$　c) $-2iy$　d) $x + iy$

5. $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{3/4}$ ன் எல்லா நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்குத்தொகை

   a) -2　b) -1　c) 1　d) 2

6. $x^3 + 2x + 3$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு

   a) ஒரு குறை மற்றும் இரு கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்

   b) ஒரு மிகை மற்றும் இரு கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்

   c) மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்　d) பூச்சியமாக்கிகள் இல்லை

7. $\sin^{-1}(\cos x)$, $0 \le x \le \pi$ ன் மதிப்பு

   a) $\pi - x$　b) $x - \pi/2$　c) $\pi/2 - x$　d) $x - \pi$

8. நீள் வட்டத்தின் அரைக்குற்றச்சு OB, F மற்றும் F′ குவியங்கள் மற்றும் FBF′ ஒரு செங்கோணம் எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு காண்க.

   a) $1/\sqrt{2}$　b) $1/2$　c) $1/4$　d) $1/\sqrt{3}$

9. $x^2 = 8y - 1$ என்ற பரவளையத்தின் முனை

   a) $\left(-1/8, 0\right)$　b) $\left(1/8, 0\right)$　c) $\left(0, 1/8\right)$　d) $\left(0, -1/8\right)$

10. $\left[\hat{i}+\hat{j},\ \hat{j}+\hat{k},\ \hat{k}+\hat{i}\right]$ இன் மதிப்பு

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4

11. $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-2}, z=2$ மற்றும் $\frac{x-1}{1}=\frac{2y+3}{3}=\frac{z+5}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

a) $\pi/6$ b) $\pi/4$ c) $\pi/3$ d) $\pi/2$

12. ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. t வினாடி நேரத்தில் அது அடைந்த உயரம் $x = 80t - 16t^2$. கல் அதிகபட்ச உயரத்தை t வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால், t ஆனது =

a) 2 b) 2.5 c) 3 d) 3.5

13. $\lim_{x\to 0}\left(\cot x - \frac{1}{x}\right)$ ன் மதிப்பு

a) 0 b) 1 c) 2 d) ∞

14. $f(x,y) = e^{xy}$ எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ ன் மதிப்பு

a) $xy\, e^{xy}$ b) $(1 + xy)\, e^{xy}$ c) $(1 + y)\, e^{xy}$ d) $(1 + x)\, e^{xy}$s

15. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\left(\frac{2x^7-3x^5+7x^3-x+1}{\cos^2 x}\right)dx$ இன் மதிப்பு

a) 4 b) 3 c) 2 d) 0

16. $\int_0^{\pi/6}\cos^3 3x\ dx$ ன் மதிப்பு

a) $2/3$ b) $2/9$ c) $1/9$ d) $1/3$

17. $\int_0^{\pi}\frac{dx}{1+5^{\cos x}}$ ன் மதிப்பு

a) $\pi/2$ b) π c) $3\pi/2$ d) 2π

18. $\frac{dy}{dx}+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}=0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு

a) $y + \sin^{-1}x = c$ b) $x + \sin^{-1}y = 0$ c) $y^2 + 2\sin^{-1}x = c$ d) $x^2 + 2\sin^{-1}y = 0$

19. $\frac{dy}{dx}+Py=Q$ எனும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி $\sin x$ எனில் P என்பது

a) $\log \sin x$ b) $\cos x$ c) $\tan x$ d) $\cot x$

20. $[x + y']^2 = (y')^2 + 3x$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே

a) 1,2 b) 1,1 c) 2,1 d) 2,2

பகுதி - II

எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி: *(வினா எண் 30 கட்டாய வினா)* 7 x 2 - 14

21. சுருக்குக : $i^{59}+\frac{1}{i^{59}}$

22. $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$, எனும் முப்படி சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β மற்றும் γ எனில் $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட முப்படி சமன்பாட்டைக் காண்க.

23. $\operatorname{cosec}^{-1}(-1)$ ன் முதன்மை மதிப்பு காண்க.

24. முனை $(-1,-2)$ செவ்வகத்தின் நீளம் 4 மற்றும் மேற்புறம் திறப்புடைய பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

25. $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில், m ன் மதிப்பு காண்க.

26. $\vec{r} = (2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}) + t(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$, $\vec{r} = (2\hat{j} - 3\hat{k}) + s(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ என்ற ஒரு ஜோடி நேர்க்கோடுகள் இணைக் கோடுகளாகுமா எனக் காண்க.

27. ரோலின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $y = x^2 + 1$, $-2 \le x \le 2$ என்ற வளைவரையில் x-அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும் தொடுகோட்டின் தொடு புள்ளியைக் காண்க.

28. $y = \frac{(1-2x)^3}{3-4x}$ என்ற சார்பிற்கு dy காண்க.

29. மதிப்பிடுக : $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x \cos x \, dx$

30. e^{-x} என்ற சார்புக்கு மெக்லாரனின் விரிவைக் காண்க.

பகுதி - III

எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி: *(வினா எண். 40 கட்டாய வினா)* 7 x 3 - 21

31. $F(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$ எனில் $[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$ எனக் காட்டுக.

32. $(3 - i)x - (2 - i)y + 2i + 5$ மற்றும் $2x + (-1 + 2i)y + 3 + 2i$ ஆகிய கலப்பெண்கள் சமம் எனில் x மற்றும் y ன் மதிப்பு காண்க.

33. $2i + 3$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

34. தீர்க்க : $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$

35. ஒரு பரவளையத் தொலைத் தொடர்பு அலைவாங்கியின் குவியம் அதன் முனையிலிருந்து 2 மீ தூரத்தில் உள்ளது. முனையிலிருந்து 3 மீ தூரத்தில் அலைவாங்கியின் அகலம் காண்க.

36. $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ என நிறுவுக.

37. மதிப்பிடுக : $\lim_{x \to 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$

38. மதிப்பிடுக : $\int_{-1}^{1} \log\left(\frac{3-x}{3+x}\right) dx$

39. $Y = e^{3x}(C \cos 2x + D \sin 2x)$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு {C, D} இரு மாறத்தக்க மாறிலிகள் அல்லது ஏதேச்சை மாறிலிகள் எனில் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை அமைக்க.

40. z_1, z_2 என்ற இரு கலப்பெண்களின் கூட்டலின் வடிவ கணித உருவமைப்பை வரைந்து, விடையை சரிபார்க்க.

பகுதி - IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி: $7 \times 5 = 35$

41. a) $3x + 3y - z = 11$, $2x - y + 2z = 9$, $4x + 3y + 2z = 25$ என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க. *(அல்லது)*

b) $2x - y + z = 2$, $6x - 3y + 3z = 6$, $4x - 2y + 2z = 4$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க. ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அவற்றைத் தீர்க்க.

42. a) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனில், $x^2 + y^2 = 1$ எனக்காட்டுக. *(அல்லது)*

b) $\sin x$ ன் வரைபடத்தை $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ என்ற இடைவெளியிலும் $\sin^{-1}x$ ன் வரைபடத்தை $[-1,1]$ என்ற இடைவெளியிலும் காண்க.

43. a) மையத் தொலைத்தகவு $\frac{1}{2}$, குவியங்களில் ஒன்று (2,3) மற்றும் ஒரு இயக்குவரை $x = 7$ உடைய நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க. மேலும் நெட்டச்சு, குற்றச்சு நீளங்களைக் காண்க. *(அல்லது)*

b) ஒருவழிச் சாலைக்கான மலை வழியே செல்லும் சுரங்கப் பாதையின் முகப்பு ஒரு நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் (முகப்பு அல்ல) 16 மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப் பாதையின் உயரம், 4 மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகபட்ச உயரம் 5 மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

44. a) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக. *(அல்லது)*

b) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையானதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

45. a) தலைகீழாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் வடிவில் உள்ள ஒரு நீர்நிலைத் தொட்டியின் ஆழம் 12 மீட்டர் மற்றும் மேலுள்ள வட்டத்தின் சாரம் 5 மீட்டர் என்க. நிமிடத்திற்கு 10 கன மீட்டர் வேகத்தில் நீர் பாய்ச்சப்படுகிறது எனில், 8 மீட்டர் ஆழத்தில் நீர் இருக்கும் போது நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம் என்ன? *(அல்லது)*

b) கொடுக்கப்பட்ட பரப்புடைய செவ்வகங்களுள் சதுரம் மட்டுமே குறைந்த சுற்றளவைக் கொண்டு இருக்கும் என நிறுவுக.

46. a) $U(x,y) = \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என நிறுவுக. *(அல்லது)*

b) தீர்வு காண்க : $\frac{dy}{dx} = 2y\cot x = 3x^2 \operatorname{cosec}^2 x$

47. a) ஒரு நகரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் வளர்ச்சி வீதம் அந்நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 1960 ஆம் ஆண்டில் மக்கள் தொகை 1,30,000 எனவும், 1990 இல் மக்கள் தொகை 1,60,000 ஆகவும் இருப்பின் 2050 ஆம் ஆண்டில் மக்கள் தொகை எவ்வளவாக இருக்கும். (தோராயமாக ஆயிரங்களில்)

$\left(\frac{16}{13}\right)^3 \approx 1.86$ *(அல்லது)*

b) $y = \cos x$ மற்றும் $y = \sin x$ என்ற வளைவரைகள் $x = \frac{\pi}{4}$ மற்றும் $x = \frac{5\pi}{4}$ என்ற கோடுகள் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

****