गुरुत्वाकर्षण

अध्याय 10

अध्याय एक नजर में

गुरुत्वाकर्षण

प्रतिक्रिया

न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियम

बल $(F) = \frac{GM_1M_2}{R^2}$

G = गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक

M_1 = वस्तु 1 का द्रव्यमान

M_2 = वस्तु 2 का द्रव्यमान

R = दो वस्तुओं के बीच की दूरी

$W = m \times g$

भार = द्रव्यमान × गुरुत्वीय त्वरण

उत्प्लावन बल 'F'

प्रणोद → दाब

P = F/A

P = दाब

F = बल

A = क्षेत्रफल

गुरुत्वीय त्वरण (g) = 9.8 m/s²

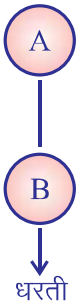
$g = \frac{GM}{R^2}$

R = पृथ्वी की त्रिज्या

M = पृथ्वी का द्रव्यमान

G = गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक

गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक का मान $= 6.67 \times 11^{-11}\ Nm^2/kg^2$



पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण बल

अगर हम कोई एक पत्थर बिना धक्का दिए फेंकते हैं, (एक ऊँचाई से) वह पत्थर पृथ्वी की ओर त्वरित होता है जब पत्थर धरती की तरफ त्वरित होता है, तो पता चलता है कि कोई एक बल उस पत्थर पर लग रहा है।

- वह बल जो किसी भी वस्तु को धरती के केन्द्र की तरफ खींचता है, उसे पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण बल कहलाता है।

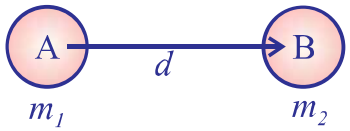
- इसका मतलब है कि पत्थर भी धरती को आकर्षित करता है, यानि इस ब्रह्माण्ड में सभी वस्तुएँ एक दूसरे को आकर्षित करती है।
- **सर आइजैक न्यूटन** (Issac Newton) ने गुरुत्वाकर्षण का नियम दिया है जिसे उन्होंने 1687 में प्रतिपादित किया था।

न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का नियम–न्यूटन को गुरुत्वाकर्षण के नियम के अनुसार, दो पिण्डों के बीच गुरुत्वाकर्षण बल उनके द्रव्यमानों के गुणनफल का अनुक्रमानुपाती और उनके बीच की दूरी के वर्ग का व्युत्क्रमानुपाती होता है।

- यदि दो पिण्डों का द्रव्यमान m_1 और m_2 हो और उनके बीच की दूरी d हो, तो उनके बीच गुरुत्वाकर्षण बल

$$F \alpha \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \text{या} \quad F = \frac{G m_1 m_2}{d^2}$$

व्युत्पत्ति–गुरुत्वाकर्षण का नियम



मान लेते हैं m_1 और m_2 द्रव्यमान की दो वस्तुएँ A और B एक–दूसरे से d दूरी पर रखी है। दोनों वस्तुओं के बीच आकर्षक बल F होता है। न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियम के अनुसार–

(i) दो वस्तुओं के बीच बल उनके द्रव्यमानों के गुणनफल अनुक्रमानुपाती होता है

अर्थात् $F \alpha m_1 m_2$ .... (i)

(ii) दो वस्तुओं के बीच बल उनके बीच दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है

अर्थात् $F \alpha \frac{1}{d^2}$ .... (ii)

समीकरण (i) और (ii) को संयुक्त करने पर

$$F \alpha \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

F की इकाई = Newton

m की इकाई = kg

d की इकाई = m

- गुरुत्वाकर्षण बल $F = G \times \frac{m_1 m_2}{d^2}$
- जहाँ पर G सार्वत्रिक **गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक** कहलाता है।
- इसका मान किन्हीं भी दो वस्तुओं के लिए सभी स्थानों पर समान होता है।

  इसका मान $6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$
- G को सावत्रिक स्थिरांक कहते हैं, क्योंकि इसका मान मध्यवर्ती माध्यम की प्रकृति या तापमान या अन्य किसी प्रतिवर्त पर निर्भर नहीं करता।

न्यूटन के गति का तीसरा नियम और गुरुत्वाकर्षण के नियम में सम्बन्ध

न्यूटन के तीसरे नियम के अनुसार–''किसी भी क्रिया के लिए ठीक उसके बराबर लेकिन विपरीत दिशा में प्रतिक्रिया होती है।''

न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियम के अनुसार–''हर एक वस्तु इस ब्रह्माण्ड में हर दूसरी वस्तु को आकर्षित करते हैं।'' स्वतन्त्र रूप से गिरा पत्थर और धरती एक–दूसरे को आकर्षित करते हैं। अतः पृथ्वी उसे अपने केन्द्र की ओर खींचती है। लेकिन न्यूटन की गति के तृतीय नियम के अनुसार पत्थर द्वारा भी पृथ्वी को अपनी ओर खींचना चाहिए और वास्तव में पत्थर भी पृथ्वी को अपनी तरफ खींचता है।

$$F = m \times a$$

पत्थर का द्रव्यमान कम होने के कारण उसके वेग में त्वरण $9.8\ m/s^2$ होता है, लेकिन पृथ्वी का द्रव्यमान अधिक होने के कारण उसका त्वरण $1.65 \times 10^{-24}\ m/s^2$, जो इतना कम होता है कि अनुभव ही नहीं हो सकता।

♦ गुरुत्वाकर्षण के सार्वत्रिक नियम का महत्व

(1) हमें पृथ्वी से बाँधे रखने वाला बल
(2) पृथ्वी के चारों ओर चन्द्रमा की गति
(3) सूर्य के चारों ओर ग्रहों की गति
(4) चन्द्रमा और सूर्य के कारण ज्वार भाटा

♦ मुक्त पतन

जब किसी वस्तु को ऊपर की ओर फेंका जाता है तब यह एक निश्चित ऊँचाई तक पहुँच कर नीचे की ओर गिरना आरम्भ कर देती है क्योंकि उस पर पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण बल आरोपित होता है।

♦ **मुक्त पतन**–किसी वस्तु का पृथ्वी के गुरुत्वीय बल के प्रभाव में पतन (गिरना), मुक्त पतन कहलाता है। मुक्त पतन में, वस्तु के वेग की दिशा में कोई परिवर्तन नहीं होता क्योंकि वह हमेशा पृथ्वी की तरफ गिरती है। लेकिन वस्तु के वेग के परिमाण में परिवर्तन होता है। पृथ्वी के गुरुत्वीय बल के कारण वस्तु के वेग में परिवर्तन या त्वरण गुरुत्वीय त्वरण कहलाता है। उसे 'G' से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक वही है जो त्वरण का है। m/s^2

♦ गुरुत्वीय त्वरण और पृथ्वी पर उसका नाम

स्वतन्त्र रूप से गिरती हुई वस्तुओं में पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण बल के कारण उत्पन्न त्वरण गुरुत्वीय त्वरण कहलाता है। इस 'g' से प्रदर्शित किया जाता है तथा इसकी दिशा सदैव पृथ्वी के केन्द्र की तरफ होती है।

पृथ्वी की सतह पर 'g' का मान

पृथ्वी द्वारा किसी पिण्ड पर लगने वाला बल

$$F = \frac{G.McM}{R^2} \quad .... (1)$$

जहाँ Me = पृथ्वी का द्रव्यमान, m = पिण्ड का द्रव्यमान

R = पृथ्वी की त्रिज्या, F बल लगने के कारण उत्पन्न त्वरण गुरुत्वीय त्वरण होगा।

तब $F = m \times g$ .... (2)

F का मान (1) में रखने पर

$$m \times g = \frac{G.Me.M}{R^2}$$

$$g = \frac{G.Me.M}{R^2 \times m} = \frac{G.Me}{R^2}$$

$G = 6.6734 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$

Me = पृथ्वी का द्रव्यमान $= 6 \times 10^{24}$ kg

R = पृथ्वी की त्रिज्या $= 6.4 \times 10^6$ m

$$g = \frac{6.6734 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 \times 6.4 \times 10^6}$$

$$= 9.8\ m/s^2$$

(g) गुरुत्वीय त्वरण और गुरुत्वीय स्थिरांक में सम्बन्ध गुरुत्वीय त्वरण (g) व गुरुत्वीय स्थिरांक

$$g = \frac{G.Me}{R^2}$$

गुरुत्वीय त्वरण और गुरुत्वीय स्थिरांक में अन्तर

गुरुत्वीय त्वरण (g)	गुरुत्वीय स्थिरांक
1. इसका मान 9.8 m/s^2 होता है।	1. इसका मान 6.6734×10^{-11} Nm^2/kg^2 होता है।
2. इसका मान भिन्न–भिन्न स्थानों पर भिन्न होता है।	2. इसका मान सदैव स्थिर होता है।
3. इसका मात्रक मी./से.^{2} है।	3. इसका मात्रक Nm^2/kg^2 है।
4. यह एक सदिश राशि है।	4. यह एक अदिश राशि है।

प्रश्न 1. 150 gm और 500 gm के पत्थर एक मीनार की चोटी से गिराये जायें तो कौन–सा पत्थर पृथ्वी पर पहले पहुँचेगा और क्यों ?

उत्तर–सर्वप्रथम गैलीलियों ने बताया कि यह अवधारणा बिल्कुल गलत है कि हल्की वस्तु की अपेक्षा भारी वस्तु पृथ्वी पर जल्दी पहुँचती है; अगर दोनों को एक साथ किसी ऊँचाई से गिराया जाए।

एक ही ऊँचाई से गिराये जाने पर भिन्न–भिन्न द्रव्यमान के पिण्ड एक ही साथ पृथ्वी की सतह पर पहुँचेंगे क्योंकि पृथ्वी की ओर गिरते हुए पिण्ड का त्वरण उसके द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है। गुरुत्वाकर्षण का नियम इसकी पुष्टि करता है।

माना m द्रव्यमान का एक पिण्ड पृथ्वी के केन्द्र से 'd' दूरी से गिराये जो पृथ्वी द्वारा लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल

$$F = \frac{G.Me.m}{d^2} \quad \text{(Me = पृथ्वी का द्रव्यमान)}$$

लेकिन पत्थर पर लगने वाला बल

$$F = m \times a$$

F का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$m \times a = \frac{G.Me.m}{d^2}$$

$$a = \frac{G.Me.m}{d^2 m} = \frac{G.Me}{d^2}$$

अतः स्वतन्त्र रूप से गिरते हुए पिण्ड में उत्पन्न त्वरण पृथ्वी के द्रव्यमान और पृथ्वी के केन्द्र से उसकी दूरी पर निर्भर करता है। अतः 150 gm व 500 gm के पत्थर ऊपर से गिरने पर एक ही समय पर सतह (पृथ्वी) पर पहुँचेंगे।

नीचे की ओर गिरती हुई और ऊपर की ओर फेंकी गयी वस्तुओं के लिए गति के समीकरण–

1. यदि कोई वस्तु आरम्भिक वेग u से नीचे गिर रही है,

तब t सेकण्ड पश्चात् अन्तिम वेग $(v) = u + gt$ ..... (1)

t सेकिण्ड पश्चात् तय की गयी दूरी $(h) = ut + \frac{1}{2}gt^2$ ..... (2)

v_1 u व h में सम्बन्ध $v^2 = u^2 + 2gh$ ..... (3)

2. यदि कोई वस्तु विराम की अवस्था से नीचे गिर रही है तब आरम्भिक वेग $(u) = 0$

t सेकण्ड पश्चात् अन्तिम वेग $(v) = gt$ ..... (1)

t सेकण्ड पश्चात् तय की गयी दूरी $(h) = \frac{1}{2}gt^2$ ..... (2)

v, u व h में सम्बन्ध $v^2 = 2gh$ ..... (3)

3. जब किसी वस्तु आरम्भिक वेग (u) से ऊपर जा रही है, तब गुरुत्वीय त्वरण (g) ऋणात्मक होगा क्योंकि वस्तु के वेग की दिशा ऊपर की ओर है गुरुत्वीय त्वरण की दिशा नीचे की ओर। इस स्थिति में

t सेकण्ड पश्चात् अन्तिम वेग $(v) = u - gt$ .... (1)

t सेकण्ड पश्चात् तय की गयी दूरी $(h) = ut - \frac{1}{2}gt^2$ .....(2)

v, u व h में सम्बन्ध $v^2 = u^2 - 2gh$ .... (3)

द्रव्यमान और भार

द्रव्यमान–किसी वस्तु में निहित पदार्थ का परिमाण द्रव्यमान कहलाता है या किसी वस्तु के जड़त्व की माप द्रव्यमान कहलाती है। यह एक अदिश राशि है इसका सिर्फ परिमाण होता है, दिशा नहीं होती है। SI मात्रक किलोग्राम है जिसे 'kg' से प्रदर्शित किया जाता है।

- किसी वस्तु का द्रव्यमान सर्वत्र समान रहता है।
- द्रव्यमान को 'm' से दर्शाया जाता है।
- किसी स्थान पर द्रव्यमान (किसी वस्तु का) शून्य नहीं होता है।

भार–किसी वस्तु का भार वह बल है जिससे पृथ्वी उसे अपनी ओर आकर्षित करती है।

हम जानते हैं कि

बल = द्रव्यमान × त्वरण

$$F = m \times a$$

पृथ्वी के गुरुत्वीय बल के कारण त्वरण गुरुत्वीय त्वरण 'g' है।

$$F = m \times g$$

लेकिन पृथ्वी द्वारा आरोपित बल भार (weight) कहलाता है। इसे 'W' से प्रदर्शित करते हैं।

$$\therefore \quad W = m \times g$$

अतः भार एक बल है और उसका S.I. मात्रक न्यूटन N है।

♦ **एक किलो भार (one kg wt) को परिभाषित कीजिए व इसका न्यूटन से सम्बन्ध**

हम जानते हैं कि $W = m \times g$

अगर द्रव्यमान $(m) = 1$ kg

$g = 9.8$ m/s^2

$w = 1$ kg $\times 9.8$ m/s$^2 = 9.8$ kg m/s^2

$= 9.8$ N

अतः पृथ्वी का वह गुरुत्वीय बल जो 1 किलोग्राम द्रव्यमान वाली वस्तु पर लगता है, एक किलोभार (one kg wt) कहलाता है जो 9.8 N के बराबर है।

द्रव्यमान और भार

द्रव्यमान	भार
1. किसी वस्तु में निहित कुल द्रव्य की मात्रा वस्तु का द्रव्यमान कहलाती है।	1. जिस गुरुत्वीय बल से पृथ्वी किसी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर खींचती है, वह वस्तु का भार कहलाता है।
2. किसी वस्तु के द्रव्यमान की माप हम वस्तु के जड़त्व की माप से करते हैं।	2. भार = वस्तु का द्रव्यमान × गुरुत्वीय त्वरण या $W = m \times g$
3. किसी वस्तु का द्रव्यमान सर्वत्र समान रहता है।	3. वस्तु का भार भिन्न–भिन्न स्थानों पर भिन्न होता है।
4. द्रव्यमान का माप भौतिक तुला द्वारा करते हैं।	4. भार का माप कमानीदार तुला द्वारा करते हैं।
5. यह एक अदिश राशि है।	5. भार एक सदिश राशि है।
6. किसी स्थान पर g का मान शून्य होने पर भी द्रव्यमान का परिमाण नहीं बदलता।	6. किसी स्थान पर 'g' का मान शून्य होने पर, वस्तु का भार भी शून्य हो जाता है।

'g' को प्रभावित करने वाले कारक–पृथ्वी एक पूर्ण गोला नहीं हो। पृथ्वी की त्रिज्या ध्रुवों से विषुवत वृत्त की ओर जाने पर बढ़ती है, इसलिए g का मान ध्रुवों पर विषुवत वृत्त की अपेक्षा अधिक होता है। अधिकांश गणनाओं के लिए पृथ्वी के पृष्ठ पर या इसके पास g के मान को लगभग

स्थिर मान सकते हैं लेकिन पृथ्वी से दूर की वस्तुओं के लिए पृथ्वी के गुरुत्वीय बल के कारण त्वरण समीकरण $g = \frac{GM}{d^2}$ से ज्ञात किया जा सकता है।

प्रश्न–पृथ्वी के केन्द्र से 12,800 किमी. की दूरी पर गुरुत्वीय त्वरण का मान क्या होगा ?

उत्तर–हम जानते हैं कि पृथ्वी की त्रिज्या (R) = 6,400 किमी. पृथ्वी के केन्द्र से 12,800 किमी. की दूरी = 2R

$$g = \frac{G.Me}{R^2}$$

अतः 12,800 किमी. या 2R दूरी होने पर

$$g_2 = \frac{G.Me}{(2R)^2} = \frac{G.Me}{4R^2}$$

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{G.Me}{R^2} \div \frac{G.Me}{4R^2} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{4}{1}$$

$$g_1 = 4g_2 \Rightarrow g_2 = \frac{g_1}{4}$$

अतः पृथ्वी के केन्द्र से 12,800 किमी. की दूरी गुरुत्वीय त्वरण का मान पृथ्वी के धरातल के गुरुत्वीय त्वरण का $\frac{1}{4}$ होगा या हम कह सकते हैं, 12,800 किमी. की दूरी पर किसी वस्तु का भार पृथ्वी के भार का $\frac{1}{4}$ भाग होगा।

चन्द्रमा पर किसी वस्तु का भार, उसके पृथ्वी के भार का 1/6 होता है।

माना किसी वस्तु का द्रव्यमान m है। पृथ्वी पर उसका भार अर्थात् वह बल जिससे पृथ्वी उसे अपनी ओर खींचती है, वह बल होगा।

$$Fe = \frac{G.MeM}{Re^2}$$

Me = पृथ्वी का द्रव्यमान, Re = पृथ्वी की त्रिज्या

चन्द्रमा पर वस्तु का भार

$$Fm = \frac{G.Mm.m}{Rm^2}$$

जहाँ Mm = चन्द्रमा का द्रव्यमान, Rm = चन्द्रमा की त्रिज्या, समीकरण (2) को समीकरण (1) से भाग देने पर

$$\frac{Fm}{Fe} = \frac{G.Mm.m}{Rm^2} \div \frac{G.Me.m}{Re^2}$$

$$= \frac{\cancel{G}.Mm.\cancel{m}}{Rm^2} \times \frac{Re^2}{\cancel{G}.Me.\cancel{m}}$$

$$= \frac{Mm}{Me} \times \left(\frac{Re}{Rm}\right)^2$$

Me = 100 Mm (चन्द्रमा से पृथ्वी का द्रव्यमान लगभग 100 गुना है)
Re = 4 Rm (चन्द्रमा से पृथ्वी की त्रिज्या लगभग 4 गुना है)

$$\frac{Fm}{Fe} = \frac{Mm}{100\ Mm} \times \left(\frac{4\,Rm}{Rm}\right)^2$$

$$= \frac{16}{100} \text{ या } \frac{1}{6}$$

अतः चन्द्रमा पर किसी वस्तु का भार उसके पृथ्वी के भार का $\frac{1}{6}$ है। (ध्यान रहे वस्तु का द्रव्यमान पृथ्वी पर वस्तु के द्रव्यमान के बराबर ही होता है केवल भार में अन्तर होता है।)

- **अन्तरिक्ष में फेंकी गयी वस्तु लगातार पृथ्वी के चारों ओर किस प्रकार घूमती है ?**

यह सम्भव है कि किसी वस्तु को पृथ्वी के चारों ओर परिक्रमा करने पर बाध्य किया जा सकता है। हम जानते हैं कि जैसे–जैसे वस्तु की आरम्भिक चल बढ़ती जाती है, वैसे–वैसे वस्तु भी पृथ्वी की सतह के साथ अधिक वक्र होती जाती है। पृथ्वी के गोलाकार होने के कारण उसकी सतह तक आने के लिए और अधिक दूरी तय करनी पड़ती है। यदि आरम्भिक चाल का मान एक निश्चित मान से अधिक कर दिया जाये वह वस्तु लगातार गिरती जायेगी लेकिन पृथ्वी की सतह तक कभी नहीं पहुँचेगी और ऐसी वस्तु लगातार पृथ्वी के चारों ओर घूमती रहेगी।

- **प्रणोद तथा दाब** (Thrust and Pressure)
- **प्रणोद**–किसी वस्तु की सतह के लम्बवत् लगने वाला बल, प्रणोद (Thrust) कहलाता है।
- **दाब**–प्रति एकांक क्षेत्रफल पर लगने वाला प्रणोद दाब कहलाता है।

$$\text{दाब} = \frac{\text{प्रणोद}}{\text{क्षेत्र फल}}$$

- **दाब का मात्रक**–बल (प्रणोद) का मात्रक न्यूटन (N) व क्षेत्रफल का मात्रक मीटर^2 (m^2) है।

$$\text{दाब का S.I. मात्रक} = \frac{\text{बल का S.I. मात्रक}}{\text{क्षेत्रफल का } R^2 \text{ मात्रक}}$$

$$= \frac{N}{m^2} = N/m^2 \text{ or } Nm^{-2}$$

दाब का S.I. मात्रक पॉस्कल (Pascal) है। यह 'Pa' से प्रदर्शित किया जाता है।

- **दाब को प्रभावित करने वाले कारक–**

(i) लगाया गया बल

(ii) सतह का क्षेत्रफल

उदाहरण–

- ऊँचे भवनों के आधार नीवं चौड़े बनाये जाते हैं ताकि भवन का भार (बल) अधिक क्षेत्रफल पर लगे और दाब कम पड़े।

- एक पतली और मजबूत डोरी से बने पट्टे वाले बैग को ले जाना चौड़े पट्टे वाले बैग की अपेक्षा कठिन तथा कष्टप्रद होता है क्योंकि पतली मजबूत डोरी वाले बैग में, बैग का भार बहुत कम क्षेत्रफल पर लगता है और बहुत अधिक दाब उत्पन्न करता है। काटने वाले औजारों की धार तेज़ होती है या कह सकते हैं उनकी सतह का क्षेत्रफल कम होता है और बल लगाने पर अधिक दाब उत्पन्न करता है और काटने में आसानी होती है।

- सभी द्रव और गैसें तरल कहलाती हैं। ये सभी दिशाओं में दाब लगाती है।

- **उत्प्लावन** (Buoyancy)

जब कोई वस्तु किसी तरल में डुबाई जाती है तो वस्तु का भार जो पृथ्वी के गुरुत्वीय बल के कारण होता है, वस्तु को नीचे की ओर व तरल उस पर ऊपर की तरफ बल लगाता है।

- उत्प्लावन बल सदैव ऊपर की तरफ आरोपित होता है। इस बल का परिमाण द्रव के घनत्व पर निर्भर करता है।

- वस्तु पर लगने वाला गुरुत्वीय बल > उत्प्लावन बल

  निष्कर्ष–वस्तु डूब जायेगी।

- वस्तु पर लगने वाला गुरुत्वीय बल उत्प्लावन बल

  निष्कर्ष–वस्तु तैरती है।

- यही कारण है कि लोहे की कील डूब जाती है बल्कि पानी का जहाज पानी की सतह पर तैरता है (अर्किमिडीज का सिद्धान्त)

घनत्व (Density)–किसी पदार्थ का एकांक आयतन द्रव्यमान घनत्व कहलाता है। अगर पदार्थ का द्रव्यमान m व आयतन v है तो

$$\text{घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$$

$$d = \frac{m}{v}$$

घनत्व का S.I. मात्रक $= \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \text{kg/m}^3$ या kg m^{-3}

- **आर्किमिडीज का सिद्धान्त** (Archimedes Principle)

- **आर्किमिडीज का सिद्धान्त**–''जब किसी वस्तु को किसी तरल में पूर्णतः या अंशतः डुबोया जाता है, तब वस्तु ऊपर की तरफ लगने वाले एक बल का अनुभव करती है, यह बल वस्तु द्वारा विस्थापित तरल के भार के बराबर होता है।

- **आर्किमिडीज के सिद्धान्त के उपयोग**

(1) यह पदार्थों का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात करने में उपयोगी है।

(2) यह जलयानों और पनडुबियों के डिजाइन बनाने में प्रयोग किया जाता है।

(3) दुग्धमापी और हाइड्रोमीटर आर्किमिडीज के सिद्धान्त पर आधारित है।

इसी कारण से लोहे एवं स्टील का बना एक जलयान इतना बड़ा होते हुए भी जल पर तैरता है लेकिन एक छोटी सी पिन जल में डूब जाती है।

- **आपेक्षिक घनत्व** (Relative Density)

आपेक्षिक घनत्व किसी पदार्थ के घनत्व और पानी के घनत्व के अनुपात को आपेक्षिक घनत्व कहते हैं।

$$\text{आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{पदार्थ का घनत्व}}{\text{पानी का घनत्व}}$$

- इसका कोई मात्रक नहीं होता।

प्रश्न–सोने का आपेक्षिक घनत्व 19.3 है। जल का घनत्व 103 kg/m³ है, तब सोने का घनत्व S.I. मात्रक में दीजिए।

उत्तर–सोने का आपेक्षिक घनत्व = 19.3

जल का घनत्व 103 kg/m^3

$$\text{आपेक्षिक घनत्व} = \frac{\text{सोने का घनत्व}}{\text{जल का घनत्व}}$$

$$19.3 = \frac{\text{सोने का घनत्व}}{10^3\ kg/m^3}$$

सोने का घनत्व = $19.3 \times 10^3\ kg/m^3$

प्रश्न–0.025 m³ एल्यूमिनियम का द्रव्यमान 67 kg एल्यूमिनियम का घनत्व बताइए।

उत्तर– एल्युमिनियम का द्रव्यमान (m) = 67 kg

एल्युमिनियम का आयतन (v) = 0.025 m^3

$$\text{घनत्व (d)} = \frac{m}{v} = \frac{67\ kg}{0.025\ m^3} = 2680\ kg/m^3$$

प्रश्न–एक ईंट का द्रव्यमान 2.5 kg है और उसकी विमाएँ है 20 cm × 10 cm × 5 cm। फर्श पर लगने वाले दाब की गणना कीजिए। ईंट को अलग–अलग विमाओं वाली सतह से रखा जाता है।

उत्तर–दिया है–ईंट का द्रव्यमान (m) = 2.5 kg

विमाएँ = 20 cm × 10 cm × 5 cm

ईंट का भार (बल) = $m \times g = 2.5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2$

$= 24.5 \text{ N}$

(i) जब 10 cm × 5 cm वाली सतह फर्श के सम्पर्क में है।

क्षेत्रफल = 10 cm × 5 cm

$= 0.10 \text{ m} \times 0.05 \text{ m} = 0.005 \text{ m}^2$

$$\text{दाब} = \frac{\text{बल}}{\text{क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{24.5 \text{ N}}{0.005 \text{ m}^2} = 4900 \text{ Nm}^{-2}$$

(ii) जब 20 cm × 5 cm वाली सतह फर्श के सम्पर्क में है।

क्षेत्रफल = 20 cm × 5 cm

$= 0.2 \text{ m} \times 0.05 \text{ m} = 0.01 \text{ m}^2$

$$\text{दाब} = \frac{24.5 \text{ N}}{0.01 \text{ m}^2} = 2450 \text{ N/m}^{-2}$$

(iii) जब 20 cm × 10 cm वाली सतह फर्श के सम्पर्क में है।

क्षेत्रफल = 20 cm × 10 cm

$= 0.2 \text{ m} \times 0.1 \text{ m} = 0.02 \text{ m}^2$

$$\text{दाब} = \frac{24.5 \text{ N}}{0.02 \text{ m}^2} = 1225 \text{ N/m}^{-2}$$

प्रश्न–एक वस्तु जिसका भार 9.8 है, पर का बल लगता है। उस वस्तु का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए और त्वरण भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर– बल = 20 N, भार (W) = 9.8 N

हम जानते हैं $W = m \times g$

$9.8 = m \times 9.8$

$m = 1 \text{ kg}$

और $F = m \times a$

$20 = 1 \times a$

$a = 20\ m/s^2$

प्रश्न–एक व्यक्ति जिसका भार पृथ्वी पर 1200 N है, उसका भार चाँद पर 200 N हो जाता है। उस व्यक्ति का पृथ्वी पर और चाँद पर द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। उसका गुरुत्वीय त्वरण चाँद पर कितना होगा।

उत्तर– व्यक्ति का पृथ्वी पर भार $w_1 = 1200$ N

व्यक्ति का चन्द्रमा पर भार $w_2 = 200$ N

पृथ्वी पर गुरुत्वीय त्वरण $= 10\ m/s^2$

$w = m \times g$

$m = 1200 \div 10 = 120$

$m = 120$ kg

अतः द्रव्यमान भी चाँद पर वही रहेगा जो पृथ्वी पर है क्योंकि द्रव्यमान हर जगह स्थिर रहता है।

अतः चाँद पर द्रव्यमान = 120 kg

$w_2 = m \times g_2$

$200 = 120 \times g$

$$g = \frac{200}{120} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1.66\ m/s^2$$

प्रश्न–कोई भी वस्तु सीधे ऊपर की तरफ फेंकी गई और 78.4 m की ऊँचाई पर पहुँची। उसका वेग ज्ञात कीजिए और ($g = 9.8\ m/s^2$) लीजिए।

उत्तर–दिया गया है $h = 78.4\ m$

$v = 0$

$g = 9.8\ m/s^2$

$u = ?$

$v^2 = u^2 - 2gh$

$0 = u^2 - 2 \times 9.8 \times 78.4$

$$u^2 = \frac{2 \times 98 \times 784}{10 \times 10}$$

$$u = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 49 \times 784}{10 \times 10}}$$

$$u = \frac{2 \times 7}{10} = \sqrt{784}$$

$$u = 39.2 \text{ m/s}^2 \qquad \text{Ans.}$$

प्रश्न–किसी वस्तु का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जिसका भार 49 N ?

उत्तर–दिया गया, वस्तु का भार W = 49 N

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$w = mg$$

$$m = \frac{w}{g} = \frac{49}{9.8} = 5\text{kg} \qquad \text{Ans.}$$

अतिलघु उत्तरीय (प्रश्न 1 अंक)

1. न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियम लिखिए।
2. पृथ्वी व पृथ्वी के पृष्ठ पर पड़ी एक वस्तु के बीच लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल का समीकरण लिखिए।
3. क्या G (स्थिरांक) का मान सभी जगह बराबर होता है।
4. किसी वस्तु का भार ज्ञात कीजिए जिसका द्रव्यमान 1 kg है।
5. किसी वस्तु का भार पृथ्वी की सतह पर 10 kg है। अगर पृथ्वी के केन्द्र पर ले जाएँ तो उसका भार कितना होगा ? (उत्तर = 0)
6. किसी भी स्वतन्त्र रूप से गिरती हुई वस्तु का गुरुत्वीय त्वरण कितना होगा ?
7. गुरुत्वीय स्थिरांक का मान लिखिए और मात्रक भी लिखिए।
8. लोहे की कील पानी में क्यों डूब जाती है ?
9. एक कारक बताइए जिस पर 'g' निर्भर करता है।
10. किसी वस्तु का भार ज्ञात करने के लिए कौन–सी तुला का इस्तेमाल किया जाता है।

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

1. किसी वस्तु का द्रव्यमान 1600 gm पृथ्वी पर है। उसका द्रव्यमान चन्द्रमा पर कितना होगा। (उत्तर = 1600 gm)
2. एक ही कमरे में रखी दो वस्तुएँ एक–दूसरे को क्यों आकर्षित नहीं करती है।
3. पृथ्वी और चन्द्रमा की गति के लिए कौन–सा बल उत्तरदायी है और कैसे विभिन्न वस्तुएँ पृथ्वी के आसपास घूमती है।
4. आर्किमिडीज का सिद्धान्त क्या है ? उदाहरण सहित समझाइए।
5. ऐसे दो कारक बताइए जिन पर उत्प्लावन बल निर्भर करता है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (3 अंक वाले)

1. आपेक्षिक घनत्व की परिभाषा दीजिए और एल्यूमिनियम का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात कीजिए।
   (एल्यूमिनियम का घनत्व = 27000 m^3, जल का घनत्व = 1000 m^3) (उत्तर = 2.7)
2. एक बाल (गेंद) 1 m की ऊँचाई से छोड़ी जाती है। कितने समय में वह पृथ्वी की सतह पर पहुँचेंगे। ($t = 0.455$)
3. एक गेंद को ऊपर की ओर फेंका जाता है और फेंकने वाले के पास 6s के बाद नीचे आती है। निम्नलिखित चीजें ज्ञात कीजिए–
   (a) वह वेग जिससे गेंद ऊपर की ओर फेंकी जाती है। [$v = 29.4$ m/s, $h = 4.9$]
   (b) वह अधिकतम दूरी जहाँ तक वह गेंद जा सकती है।
   (c) 4 sec. पश्चात् उस गेंद की स्थिति। (उत्तर = 39.2 m)