अध्याय 15

प्रायिकता

महत्वपूर्ण बिंदु

अभिप्रयोग:यह वह क्रिया है जिसमें एक या एक से अधिक परिणाम प्राप्त होते हैं।

उदाहरण 1) एक सिक्के को प्रत्येक बार उछालना एक अभिप्रयोग कहा जाता है।

2) पासा (लूडो का) प्रत्येक बार फैंकना एक अभिप्रयोग है।

एक घटना के संयोग या प्रायिकता के होने को निम्न प्रकार से दर्शाते हैं।

$$PE = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{अभिप्रयोगों की कुल संख्या}}$$

किसी घटना के होने की प्रायिकता सदैव 0 और 1 के बीच में होती हैं।

$0 \leq P(E) \leq 1$

'A' को निश्चित घटना कहा जाता है यदि $P(A) = 1$ हो तथा 'A' को असंभव घटना के रूप में जाना जाता है यदि $P(A) = 0$ हो।

किसी प्रयोग में सभी घटनाओं की प्रायिकताओं का योग 1 होता है।

$P(E) + P(\overline{E}) = 1$ जहाँ $P(\overline{E})$ = घटना का घटित न होना

खण्ड - अ

1. एक घटना के होने और न होने की प्रायिकताओं का योग क्या होगा?
2. किसी घटना E के घटित होने की प्रायिकता क्या हो सकती है?
3. यदि एक घटना के घटित होने की प्रायिकता 55% है तो उसके घटित न होने की प्रायिकता क्या होगी?
4. एक यादृच्छिक प्रयोग में कुल संभव घटनाओं की प्रायिकताओं का योगफल बताइये।

5. एक पासे को फेंकने पर अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी?

6. एक सिक्के को एक बार उछालने पर पट आने की प्रायिकता क्या होगी?

7. एक पासे को फेंकने पर, सम संख्या आने की प्रायिकता लिखिये।

8. एक बैग में 2 लाल, 3 हरी और 1 सफेद गेंद है। एक गेंद यादृच्छया उठाने पर उसके काली होने की प्रायिकता क्या होगी?

9. 'MATHEMATICS' में एक स्वर को चयन करने की प्रायिकता क्या होगी?

10. 35 विद्यार्थियों की एक कक्षा में 21 विद्यार्थियों ने ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग का चयन किया और शेष ने वित्तीय प्रबंधन का चयन किया। एक विद्यार्थी द्वारा वित्तीय प्रबंधन का चयन करने की प्रायिकता क्या होगी?

11. एस्टेट मैनेजर के पद के साक्षात्कार के लिए 15 उम्मीदवार आए। इनमें से 8 सेवानिवृत आर्मी पुरुष, 4 सेवानिवृत प्रधानाध्यापक और 3 अन्य विभागों से थे। इस पद के लिए सेवानिवृत आर्मी मैन के चयनित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

12. एक बैग में 3 से 32 तक के बीच की संख्या लिखी पर्ची रखी हैं। यादृच्छया एक पर्ची उठाने पर उस पर 4 का गुणज हो, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड–ब

13. नीचे दी गई सारणी में कक्षा IX के विद्यार्थियों द्वारा गणित में प्राप्तांक दिये गये हैं।

प्राप्तांक प्रतिशत	0-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
बारम्बारता	0	1	9	10	10	8	5	3	2

ज्ञात कीजिए

i) 50 प्रतिशत से कम प्राप्तांक की प्रायिकता

ii) 90 प्रतिशत या उस से अधिक प्राप्तांक की प्रायिकता।

14. कार्ड जिन पर संख्याएं 7 से 49 लिखी हैं, एक डिब्बे में डाल कर अच्छी तरह से मिला दिये गये। डिब्बे से एक कार्ड उठाया गया, इस पर

i) 'एक अभाज्य संख्या हो' की प्रायिकता क्या होगी?

ii) '7 का गुणज हो' की प्रायिकता क्या होगी?

15. एक विद्यार्थी आशु द्वारा एक कार्य दिवस में विभिन्न गतिविधियों पर लगाये गए घंटों की संख्या, सारणी द्वारा दर्शाई गई हैं।

गतिविधि	सोना	स्कूल जाना	गृह कार्य	घर से बाहर ट्यूशन	बाहर खेले जाने वाले खेल	घर पर अन्य गतिविधियाँ
घंटे	7	7	2	3	3	3

उसका मित्र सोनू उसके साथ पढ़ने के लिए उसके घर आया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये–

i) आशु के घर पर होने की?

ii) सोनू के आशु के साथ खेलने की?

16. 28 अप्रैल को एक ट्रैफिक बत्ती पर 310 वाहनों ने बत्ती पार की जिनमें 200 कार हैं, 60 स्कूटर हैं और 50 ऑटो। 18 को लाल बत्ती पार करने पर या बेल्ट या हैलमेट न पहनने पर जुर्माना देना पड़ा। 5 को विषम संख्या की कार चलाने पर जुर्माना देना पड़ा और 4 को चेतावनी देकर छोड़ दिया गया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

i) सम संख्या की गाड़ी होने की।

ii) जुर्माना देने की।

17. निम्न आँकड़े एक वृद्ध आश्रम से लिये गये।

पेय पदार्थ	कैम्पा	शिकंजी	दूध	डिब्बाबंद जूस
लोगों की संख्या	6	10	16	8

एक व्यक्ति का चयन करने पर उसके द्वारा निम्न की प्रायिकता क्या होगी।

i) प्राकृतिक पेय

ii) डिब्बाबंद जूस

18. एक विद्यालय में IX अ में 35, IX ब में 34 और IX स में 33 विद्यार्थी हैं। यदि सभी विद्यार्थी जिनका अनुक्रमांक एक सम संख्या है, को पाठ–2 ''बहुपद'' और जिनका अनुक्रमांक एक विषम संख्या है, को पाठ–1''संख्या पद्धति'' पर प्रोजेक्ट बनाने को दिया गया तो एक विद्यार्थी द्वारा–

i) पाठ 1 पर प्रोजेक्ट बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

ii) पाठ 2 पर प्रोजेक्ट बनाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

19. यदि किसी घटना E के घटित होने और न होने की प्रायिकताओं के बीच का $\frac{3}{7}$ अंतर हैं तो घटना E के घटित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

20. एक कक्षा के 40 विद्यार्थियों के जन्म के महीने निम्न सारणी में दर्शाये गये हैं

जनवरी	3	मई	5	सितम्बर	3
फरवरी	4	जून	1	अक्टूबर	4
मार्च	2	जुलाई	2	नवम्बर	4
अप्रैल	2	अगस्त	6	दिसम्बर	4

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि

i) उसका जन्म नवम्बर में हुआ हो।

ii) महीने में 31 दिन हों।

खण्ड–स

21. कक्षा IX के 35 विद्यार्थियों के Hb स्तर के लिए हुई मेडिकल जाँच को निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

HB स्तर	8 से कम	10 से कम	12 से कम	14 से कम	16 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	3	7	13	23	35

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये जिनका

i) Hb स्तर 10 से कम हो

ii) Hb स्तर 12 या अधिक लेकिन 16 से कम हो

22. छठें विषय के रूप में ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग और वित्तीय प्रबंधन के चयन के लिए एक सर्वेक्षण किया गया। ऑटोमोबाईल इंजीनियरिंग के पक्ष में लिये गये आँकड़ों को सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

पसंद – 20

नापसंद – 15

i) एक विद्यार्थी के ऑटोमोबाइल इंजीनियरिंग को पसंद करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

ii) एक विद्यार्थी द्वारा वित्तीय प्रबंधन को पसंद करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

23. एक खेल में एक खिलाड़ी ने 100 बार पासा फेंका जिसको निम्न सारणी द्वारा दर्शाया गया है।

1 और 6 आने पर खिलाड़ी को पासा फेंकने का एक मौका और मिलेगा।

3 और 5 आने पर उसकी बारी कट जायेगी।

i) अगली बारी कटने की प्रायिकता क्या होगी?

ii) एक मौका और मिले, इसकी प्रायिकता क्या होगी?

24. 200 विद्यार्थियों द्वारा एक परीक्षा में प्राप्त किये गये अंकों को सारणी द्वारा दर्शाया गया है (अधिकतम प्राप्तांक – 100)

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0-10	20
10-20	40
20-30	15
30-40	24
40-50	25
50-60	12
60-70	9
70-80	7
80-90	12
90-100	36

विद्यार्थी द्वारा प्राप्त अंकों की निम्न प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

i) 40 से कम

ii) 60 या उससे अधिक लेकिन 80 से कम

iii) 80 या उससे अधिक

25. कक्षा IX की गणित की पाठ्य पुस्तक में 15 पाठ हैं। गणित की एक अध्यापिका ने एक विद्यार्थी को बुलाकर प्रत्येक पाठ के नाम वाली एक पर्ची बनाने के लिए कहा। अध्यापिका ने सभी पर्चियों को अच्छी तरह मिला दिया। अब उसने एक और विद्यार्थी को एक पर्ची उठाने के लिए बुलाया। पर्ची पर जो पाठ लिखा है उसके–

i) ज्यामिति से होने की क्या प्रायिकता होगी?

ii) बीजगणित से होने की क्या प्रायिकता होगी?

खण्ड–द

26. ABCD एक चतुर्भुज है जिसका एक विकर्ण AC इसे दो समान क्षेत्रफलों वाले त्रिभुजों में बाँटता है। एक चतुर्भुज का चयन किया गया।

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

i) सभी कोण समकोण हों।

ii) दोनों विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हों।

iii) दोनों विकर्ण परस्पर लम्ब हों।

iv) केवल एक विकर्ण दूसरे विकर्ण को समद्विभाजित करता हो।

27. कक्षा नवीं की एन.सी.ई.आर.टी. की गणित की हिन्दी माध्यम की पुस्तक में कुल कितने पृष्ठ हैं? एक पृष्ठ का चयन किया गया। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

i) पृष्ठ संख्या का इकाई अंक 9 हो।

ii) वह चार का गुणज हो।

iii) पूर्ण वर्ग हो।

28. निम्न सारणी में 1000 कर्मचारियों का प्रतिदिन का वेतन दर्शाया गया है।

वेतन प्रतिदिन (**r**)	500-700	701-900	901-1100	1101-1300
कर्मचारियों की संख्या	280	175	420	125

यदि एक कर्मचारी का चयन किया जाये तो निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

i) कम से कम ₹701 प्रतिदिन

ii) अधिक से अधिक ₹900 प्रतिदिन

iii) अधिक से अधिक ₹1300 प्रतिदिन

29. $$\text{BMI} = \frac{\text{द्रव्यमान (कि.ग्रा.)}}{\text{ऊँचाई (मी. में)}}$$

निम्न सारणी विभिन्न वर्गों के BMI को दर्शाता है।

क्र.स.	वर्ग	BMI (कि.ग्रा./मी.2)
1.	सामान्य भार से नीचे	16.0-18.5
2.	सामान्य भार	18.5-25.00
3.	सामान्य से अधिक	25.0-30.0
4.	सामान्य से बहुत अधिक	30.00 से अधिक

तीन व्यक्तियों x, y, z की ऊँचाई 170 सेमी. हैं। x, y, z के द्रव्यमान क्रमशः 70 कि., 85 कि., 65 कि. है। चयनित व्यक्ति का BMI सामान्य से अधिक होने की प्रायिकता क्या होगी?

30. निम्न पंक्तियों को ध्यान से पढ़े।

Horse is horse, of course, of course.

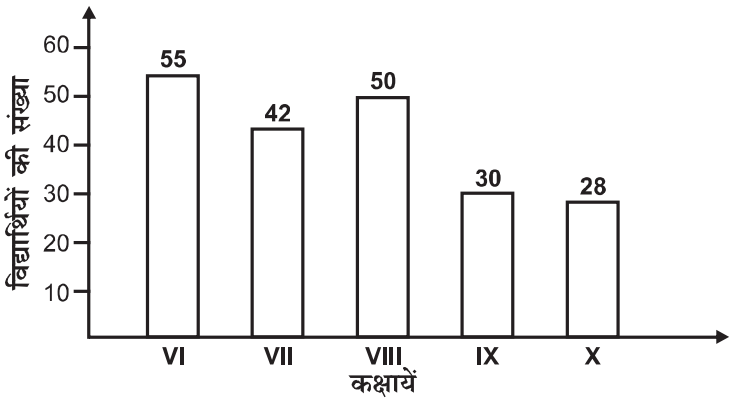
And no one can talk to horse of course.

That is, of course, unless the horse is the famous mister ID.

i) उपरोक्त पंक्तियों में शब्द "Course" की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

ii) उस शब्द को लिखिये जिसकी प्रायिकता शब्द "Course" की प्रायिकता के समान है।

31. निम्न आयत चित्र एक विद्यालय की विभिन्न कक्षाओं के कुल विद्यार्थियों की संख्या दर्शाता है।



प्राथमिक कक्षाओं के वार्षिक उत्सव पर कक्षा IX व X को अनुशासन कार्य दिया गया। कक्षा VII व VIII को बैठने का प्रबंध करने का कार्य दिया गया, कक्षा VI के विद्यार्थियों को मुख्य अतिथि के स्वागत से संबंधी कार्य दिया

गया। यदि एक विद्यार्थी का चयन किया जाये तो निम्न की प्रायिकता क्या होगी कि उसको

i) बैठने का प्रबंध करने का कार्य दिया गया।

ii) वह कक्षा X का विद्यार्थी है।

iii) वह स्वागत समिति का सदस्य है।

32. एक पार्क में समकोण त्रिभुजाकार फूलों का छोटा बाग है जिसकी दो छोटी भुजाएँ क्रमशः 5मी., 12मी. की हैं। इसकी भुजाओं पर हर 1/2 मी. की दूरी पर फूलों के पौधे लगाने हैं। गुलाब के पौधे सबसे छोटी भुजा पर, गेंदे के पौधे सबसे बड़ी भुजा पर और सूरजमुखी तीसरी भुजा पर। तीनों शीर्षों पर अलग-अलग पौधे लगाने हैं। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

i) सबसे बड़ी भुजा पर फूलों के पौधों की

ii) सूरजमुखी के फूलों की संख्या की

33. छोटे रंगीन 1000 बल्बों में से 81 सफेद रंग के हैं, 53 लाल रंग के हैं, 26 हरे रंग के और शेष नीले रंग के हैं। एक बल्ब को चयनित करने पर निम्न की प्रायिकता क्या होगी कि वह

i) नीले रंग का हो

ii) लाल रंग का हो

iii) सफेद रंग का हो

34. एक विद्यालय में 682 विद्यार्थी हैं। उनके द्वारा प्रयोग किये गये यातायात के साधन इस प्रकार हैं।

यातायात के साधन	साइकिल	पैदल	अभिभावक मोटर साइकिल	अभिभावक कार	डी.टी.सी. बस	वैन	ऑटो
विद्यार्थियों की संख्या	52	128	86	64	100	172	80

एक विद्यार्थी का चयन किया गया। उसके निम्न से आने की प्रायिकता क्या होगी:-

i) चार पहिये का वाहन

ii) दुपहिया वाहन

अध्याय 15

प्रायिकता

उत्तर

1. One
2. $0 \leq P(E) \leq 1$
3. 45%
4. One
5. $\frac{1}{2}$
6. $\frac{1}{2}$
7. $\frac{1}{2}$
8. Zero
9. $\frac{4}{11}$
10. $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$
11. $\frac{8}{15}$
12. $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$
13. i) $\frac{20}{48}$ ii) $\frac{2}{48}$
14. $\frac{11}{43}$ $\left(\begin{matrix}7, 11, 13, 17, 23, 29\\ 31, 37, 41, 43, 47\end{matrix}\right)$ ii) $\frac{7}{43}$
15. i) $\frac{11}{24}$ ii) $\frac{3}{24}$
16. i) $\frac{195}{200}$ ii) $\frac{23}{310}$
17. i) $\frac{26}{40}$ ii) $\frac{8}{40}$
18. i) $\frac{52}{102}$ ii) $\frac{50}{102}$
19. i) $\frac{5}{7}$
20. i) $\frac{4}{40}$ ii) $\frac{7}{12}$
21. i) $\frac{10}{35}$ ii) $\frac{22}{35}$
22. i) $\frac{20}{35}$ ii) $\frac{15}{35}$
23. i) $\frac{34}{100}$ ii) $\frac{35}{100}$
24. i) $\frac{99}{200}$ ii) $\frac{16}{200}$ iii) $\frac{48}{200}$
25. i) $\frac{7}{15}$ ii) $\frac{2}{15}$
26. i) $\frac{2}{5}$ ii) $\frac{4}{5}$ iii) $\frac{3}{5}$ iv) $\frac{1}{5}$
28. i) $\frac{720}{1000}$ ii) $\frac{455}{1000}$ iii) I
29. i) $\frac{1}{3}$
30. i) $\frac{1}{7}$ ii) Horse
31. i) $\frac{92}{205}$ ii) $\frac{28}{205}$ iii) $\frac{55}{205}$
32. i) $\frac{27}{60}$ ii) $\frac{23}{60}$
33. i) $\frac{82}{1000}$ ii) $\frac{125}{1000}$ iii) $\frac{729}{1000}$
34. i) $\frac{236}{682}$ ii) $\frac{138}{682}$

प्रायिकता

अभ्यास परीक्षा

Time : 50 Min. M.M. 20

खण्ड-अ

1. असंभव घटना की प्रायिकता लिखिए। (1)

2. निश्चित या अवश्यमभावी घटना की प्रायिकता लिखिए। (1)

खण्ड-ब

3. एक पासे को एक बार उछाला गया। अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (2)

4. अग्रेंजी वर्णमाला में से एक अक्षर को यादृच्छया चुना जाता है। अक्षर के स्वर होने की प्रायिकता की गणना कीजिए। (2)

खण्ड-स

5 किसी थैले में 1 से 15 तक की संख्या के 15 कार्ड रखे गये हैं। थैले में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गये कार्ड की प्रायिकता ज्ञात कीजिए यदि वह कार्ड (3)

(अ) 3 का गुणज हो (ब) अभाज्य संख्या हो

6. 1 से 100 तक की संख्याओं में से एक संख्या को यादृच्छया चुना जाता है। यदि वह संख्या 4 या 6 से विभाज्य हो तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (3)

खण्ड-द

7. एक अन्तर्राष्ट्रीय एक दिवसीय क्रिकेट मैच में एक बल्लेबाज 50 गेंदें खेलता है। उसके द्वारा बनाये जाने वाले रनों का विवरण निम्न प्रकार से है: (4)

रन	0	1	2	3	4	5	6
गेदों की संख्या	13	11	9	7	6	0	4

बल्लेबाज द्वारा निम्न रनों को बनाये जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(अ) 6 रन (ब) 4 या 6 रन

(स) 2 से कम रन (द) 3 रन

8. 3 सिक्कों को क्रमशः उछाला जाता है। और उनके परिणाम निम्नलिखित है: (4)

परिणाम	3 चित्त	2 चित्त	1 चित्त	कोई चित्त नहीं
बारम्बारत	23	72	77	28

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(अ) दो चित्त

(ब) तीन चित्त

(स) कम से कम दो चित्त