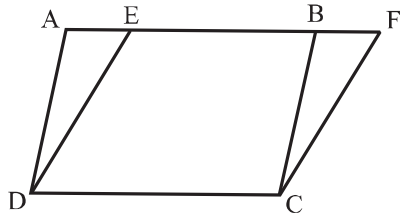
अध्याय 9

समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल

महत्वपूर्ण बिन्दु

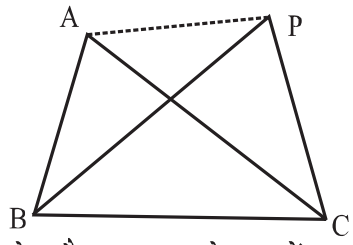
1. एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

   दो समांतर चतुर्भुज ABCD और EFCD एक ही आधार DC और एक ही समांतर रेखाओं के बीच (AF और DC) स्थित है। ar (ABCD) = ar (EFCD).



2. एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

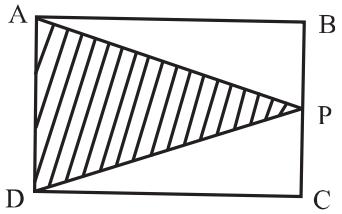
   दो त्रिभुज ABC और PBC एक ही आधार BC और एक ही समांतर रेखाओं BC और AP के बीच स्थित है ar (ΔABC)= ar (ΔPBC)



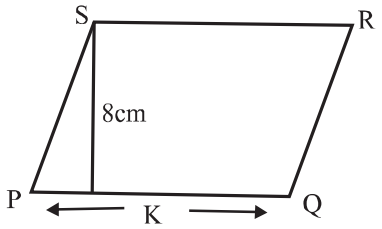
3. एक ही आधार वाले और बराबर क्षेत्रफलों वाले त्रिभुज एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं।

खण्ड-अ

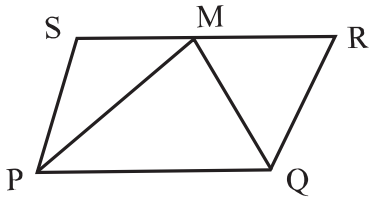
1. समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल $80cm^2$ है। त्रिभुज APD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



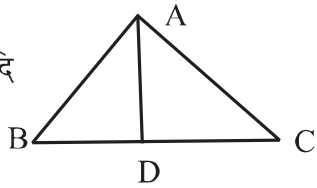
2. यदि समांतर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल 88 वर्ग सेमी. है तो k का मान ज्ञात कीजिए।



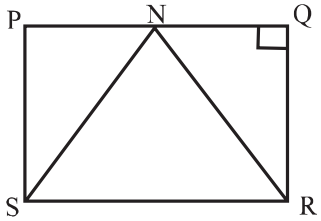
3. PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तथा PQM एक त्रिभुज है यदि क्षेत्र (ΔPQM) = 18 वर्ग सेमी. तो PQRS का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



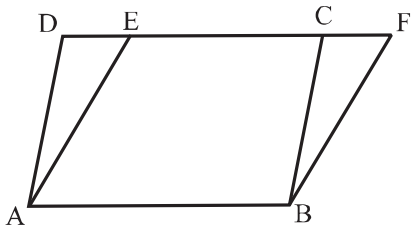
4. ΔABC में AD त्रिभुज की माध्यिका है। यदि त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल 25 वर्ग सेमी. हो तो ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



5. दी गई आकृति में ΔSRN का क्षेत्रफल=21 सेमी^{2} तथा RQ = 6 सेमी. तो PQ का मान ज्ञात कीजिए।



6. आकृति में ABCD तथा ABEF दो समांतर चतुर्भुज हैं। यदि क्षेत्रफल (ABCE)=17cm^2 क्षेत्रफल (ABCD)=25cm^2 तो BCF का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



7. समान आधार तथा समान समांतर रेखाओं के बीच स्थित दो समांतर चतुर्भुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

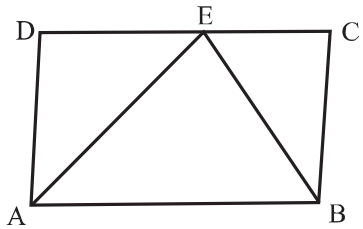
8. यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

9. ΔABC में D, E तथा F क्रमशः भुजा AB, BC और AC के मध्य बिंदु है तो DEF और ABC के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

10. यदि समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई 8cm हो और इसकी ऊँचाई 5cm हो तो क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

11. यदि दो त्रिभुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

12. दी गई आकृति में यदि समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 30cm^2 हो तो ar(ADE) + ar(BCE) ज्ञात कीजिए।



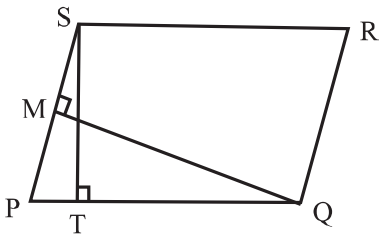
खण्ड–ब

13. दिखाइए कि त्रिभुज की माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों मे बांटती है।

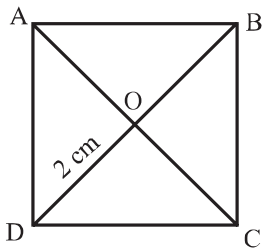
14. समांतर चतुर्भुज ABCD में P और Q क्रमशः भुजा DC और AD पर स्थित हो तो सिद्ध कीजिए $ar(\Delta APB) = ar(\Delta BQC)$.

15. यदि समांतर चतुर्भुज के शीर्षलंब और उसके क्षेत्रफल का अनुपात 2:11 हो तो समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई ज्ञात कीजिए।

16. दी गई आकृति में □PQRS एक समांतर चतुर्भुज है जहाँ PQ=12cm, ST = 9cm, QM = 6cm, $ST \perp PQ$, $QM \perp SP$ तो SP की लंबाई ज्ञात कीजिए।

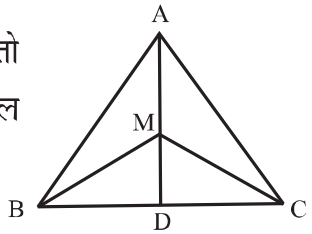


17. दी गई आकृति में □ABCD एक वर्ग है जिसके विकर्ण एक दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं यदि OD= 2cm तो AB की लंबाई ज्ञात कीजिए।



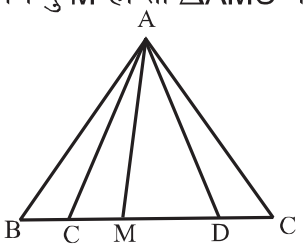
18. दर्शाइए कि समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण उसे चार बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में बाँटते हैं।

19. यदि M माध्यिका AD पर स्थित एक बिन्दु है तो सिद्ध कीजिए क्षेत्रफल (ΔAMB)= क्षेत्रफल (ΔAMC).



20. दी गई आकृति में BC=CD=DE

यदि CD का मध्य बिन्दु M हो तो ΔAMC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



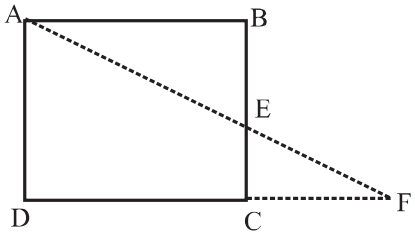
21. D, E तथा F, ΔABC की भुजाओं क्रमशः BC, CA तथा AB के मध्य बिन्दु है तो सिद्ध कीजिए कि:-

i) BDEF एक समांतर चतुर्भुज हैं।

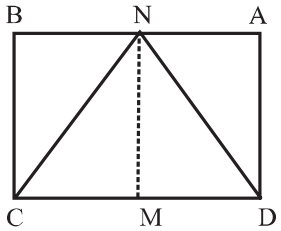
ii) क्षे. (DEF) = ¼ क्षे. (ΔABC)

22. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। शीर्ष A से रेखा AEF खींची जो BC को E पर मिलती है। DC को F तक बढ़ाया। सिद्ध कीजिए

क्षे. (ΔBEF) = क्षे. (ΔDCE)



23. दी गई आकृति में समातंर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 40 वर्ग सेमी. है यदि MN, Δ CDN की माध्यिका हो तो ΔNDM का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

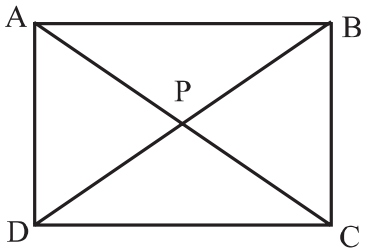


खण्ड–स

24. चित्र में P समांतर चतुर्भुज ABCD के अंदर कोई बिंदु है तो सिद्ध कीजिए।

(i) क्षे. (APB) + क्षे. (PCD) = 1/2 क्षे. (ABCD)

(ii) क्षे. (APD) + क्षे.(PBC) = क्षे. (APB) + क्षे. (PCD)



25. ABCD एक समलंब चतुर्भुज है जहां AB||DC। यदि विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते है तो सिद्ध कीजिए कि

क्षे. Δ(AOD) = क्षे.(ΔBOC)

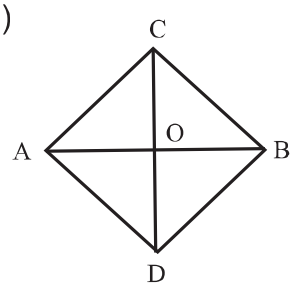
26. समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते है तथा एक रेखा O से होकर AB और DC को क्रमशः P और Q पर काटती है तो सिद्ध कीजिए कि

क्षे. Δ(POA) = क्षे.(ΔQOC)

27. चतुर्भुज PQRS के विकर्ण PR तथा QS एक दूसरे को T पर काटते हैं। यदि PT=TR तथा PS=QR हो तो सिद्ध कीजिए कि

क्षे. Δ(PTS) = क्षे.(ΔRTQ)

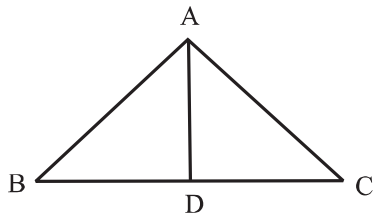
28. आकृति में ABC तथा ABD दो त्रिभुज है जो एक ही आधार AB पर स्थित है। यदि रेखाखंड CD, AB को O पर समद्विभाजित करता हो तो सिद्ध कीजिए कि



क्षे. Δ(ABC) = क्षे.(ΔABD)

29. दी गई आकृति में ABC की माध्यिका AD है तो सिद्ध कीजिए कि

ar (ΔABD) = ar (ΔACD).

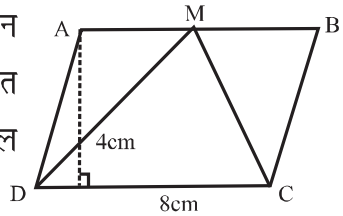


खण्ड–द

30. सिद्ध कीजिए कि एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में समान होते हैं।

31. सिद्ध कीजिए कि समान आधार पर एक ही समांतर रेखाओं के बीच बने दो त्रिभुजों का क्षेत्रफल भी समान होता है।

32. यदि एक त्रिभुज व एक समांतर चतुर्भुज समान आधार व एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित है तो सिद्ध कीजिए की त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।



उपरोक्त का प्रयोग करके क्षे. (ΔCMD) ज्ञात कीजिए।

33. एक रेखा XY, ΔABC की भुजा BC के समांतर है। यदि BE||AC और CF||AB, XY को E और F बिन्दु पर मिलती हो तो सिद्ध कीजिए

ar (ΔABE) = ar (ΔACF).

34. समांतर चतुर्भुज ABCD में यदि E, F, G, और H क्रमशः भुजा AB, BC, CD और DA के मध्य बिंदु हो तो सिद्ध कीजिए

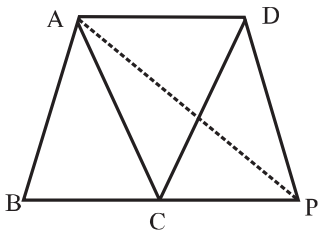
ar(EFGH) = 1/2 ar(ABCD).

35. एक गाँव में □ABCD के आकार का एक भूखण्ड है गांव का मुखिया इस भूखण्ड को पक्का कराकर पंचायत की मीटिंग के प्रयोग में लाना चाहता है। बाद में ΔABP के आकार का खेल का मैदान बनाने की योजना बनी जिससे आस–पास के बच्चे खेल सके।

यदि AC||DP

सिद्ध कीजिए

ar (ABCD) = ar (ABP).

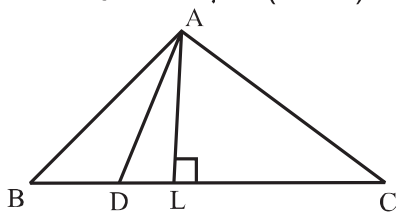


36. एक किसान के पास वर्गाकार भूखण्ड है जहाँ वह एक ही समय में पांच प्रकार की फसलें उगाना चाहता है। भूखण्ड के मध्य में आधे क्षेत्रफल में वह चावल उगाना चाहता है और बचे हुए चार समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजाकार भागों में अन्य फसलें उगाना चाहता है।

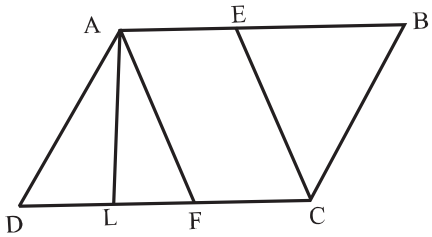
i) सही आकृति बनाकर दर्शाइए कि कैसे वह भूखण्ड के क्षेत्र को बांटकर अपना कार्य हल कर सकता है?

ii) एक ही आधार तथा एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित बने त्रिभुज तथा समांतर चतुर्भज के क्षेत्रफलों के बीच का संबंध लिखिए।

37. दिए गए चित्र में, बिन्दु D, त्रिभुज ABC की भुजा BC को m : n के अनुपात में विभाजित करता है। सिद्ध कीजिए ar (ΔABD) : ar (ΔADC) = m : n.



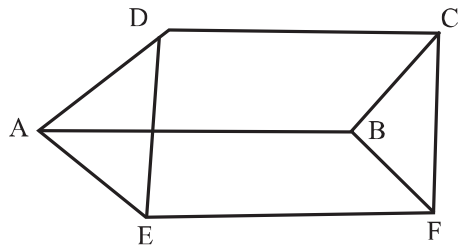
38. ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। भुजा AB पर E बिन्दु इस प्रकार है कि BE=2EA तथा भुजा DC पर F बिन्दु इस प्रकार है कि DF=2FC . सिद्ध कीजिए कि AECF एक समान्तर चतुर्भुज है, जिसका क्षेत्रफल, समान्तर चतुर्भुज ABCD के क्षेत्रफल का एक तिहाई है।



39. दिए गए चित्र में, दो समांतर चतुर्भुज ABCD तथा AEFB एक ही भुजा AB के विपरीत दिशा में खींचे गए हैं। सिद्ध कीजिए

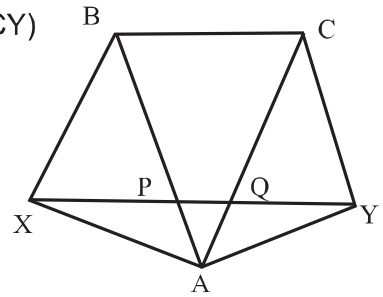
ar (समान्तर चतुर्भुज ABCD) + ar (समान्तर चतुर्भुज AEFB)

= ar (समान्तर चतुर्भुज EFCD)

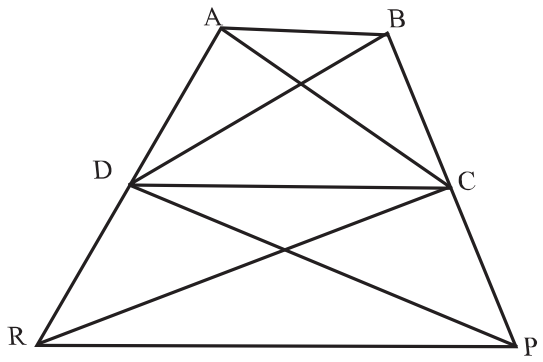


40. दिए गए चित्रो में BC||XY, BX||CA तथाAB||YC. सिद्ध कीजिए

ar (ΔABX) = ar (ΔACY)



41. दिए गए चित्र में, ar (DRC) = ar (DPC) तथा ar (BDP) = ar (ARC) दर्शाइए कि दोनों चतुर्भुज ABCD तथा DCPR समलंब हैं।



अध्याय 9

समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल

उत्तर

1. $40\ cm^2$
2. 11 cm
3. $36\ cm^2$
4. $50\ cm^2$
5. 7 cm
6. $7\ cm^2$
7. 1 : 1
8. 1 : 2
9. 1 : 4
10. $40\ cm^2$
11. 1 : 1
12. $15\ cm^2$
15. $\frac{11}{2}$ units
16. 18 cm
17. $\sqrt{8}$ cm
20. $\frac{1}{6}\ \Delta ABC$
23. $10\ cm^2$
32. $16\ cm^2$
35. area ($\square$ ADPC) = 2 x area (ΔACD)
36. त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल