अध्याय 4

दो चरों वाले रैखिक समीकरण

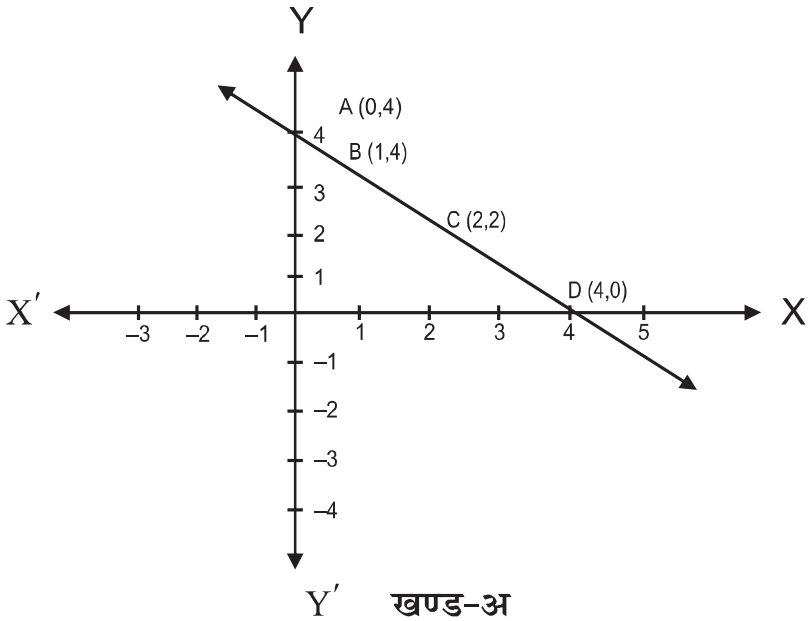
महत्वपूर्ण बिन्दु

- एक चर में रैखिक समीकरण–एक समीकरण जिसे हम $ax+b=0, a \neq 0$ और a, b वास्तविक संख्याएं हैं, के रूप में लिख सके, एक चर में रैखिक समीकरण कहलाता है।
- दो चर में रैखिक समीकरण – कोई समीकरण जिसे हम $ax+by+c=0$, जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएँ है और, $a, b \neq 0$, के रूप में लिख सके, दो चर में रैखिक समीकरण कहलाता है।
- एक चर में रैखिक समीकरण का केवल एक हल होता है।

  $ax+b=0 \quad => x = \frac{-b}{a}$
- दो चर में रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।
- दो चर में रैखिक समीकरण का आलेख एक सीधी रेखा ही बनती है।
- रेखा पर प्रत्येक बिन्दु रेखा के समीकरण को संतुष्ट करता है।
- समीकरण का प्रत्येक हल रेखा पर स्थित एक बिन्दु को दर्शाता है। इस प्रकार दो चर में एक रैखिक समीकरण का आलेखीय रूप एक रेखा होगी जिसका प्रत्येक बिन्दु उसका हल होगा।
- आलेख (ग्राफ) : x तथा y के युग्म में वे मान जो दिए गए समीकरण को संतुष्ट करते हैं दो चर में समीकरण के हल कहलाते हैं।

  उदाहरण : $x+y=4$

  के अनेक हल $(0,4)\,(1,3)\,(2,2)\,(4,0)$ इत्यादि हैं।



खण्ड–अ

1. समीकरण $\sqrt{2}x - 4 = 5y$ को $ax + by + c$ के रूप में व्यक्त कीजिए। और a, b, c का मान लिखिए।
2. समीकरण $3x + 4y = 7$ में x का मान y के रूप में व्यक्त कीजिए।
3. समीकरण $3y + 5x = a$ में y का मान x के रूप में व्यक्त कीजिए।
4. बिन्दु (a, o) किस अक्ष पर स्थित है?
5. x अक्ष का समीकरण लिखिए।
6. समीकरण $5y = 9$ को दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में लिखिए।
7. x-अक्ष के समांतर तथा मूल बिन्दु से 2 इकाई ऊपर स्थित एक रेखा का समीकरण लिखिए।
8. जाँचिए क्या $(1, -2)$ बिन्दु, समीकरण $2x - y = 6$ का हल है?
9. जाँचिए क्या $x = 2$ और $y = 2$ समीकरण $2x - y = 6$ का हल है?
10. समीकरण $y = 5x + 2$ के कितने हल है?

11. K का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x=-1$, $y = 1$ समीकरण $Kx-2y=0$ का एक हल हैं।

12. यदि समीकरण $2x + ky = 10k$, का ग्राफ x–अक्ष को बिन्दु (5, 0) पर प्रतिच्छेद करता है तो k का मान ज्ञात कीजिए।

13. रैखिक समीकरण $4x = 6$ का आलेख किस अक्ष के समांतर है?

14. समीकरण $2x - y = 6$ का आलेख, x-अक्ष को किस बिन्दु पर काटता है?

15. जाचिए बिन्दु (0, 0), किस आलेख पर स्थित है $y = mx + c$ या $y = mx$.

16. समीकरण $x + 3 = 0$, y-अक्ष के किस ओर स्थित है?

खण्ड–ब

17. समीकरण $2x+y = x + 5$ के दो हल ज्ञात कीजिए।

18. $x=2, y=3$ के लिए समीकरण $5x+3py = 4a$ से p का मान ज्ञात कीजिए।

19. यदि बिंदु A (3,5) तथा B (1,4) रेखा $ax+by=7$ के आलेख (ग्राफ) पर स्थित है तो a का मान ज्ञात कीजिए।

20. बिना आलेख बनाए उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $5x + 2y=10$ का आलेख दोनों अक्ष को काटता है।

21. बिन्दु (3, 10) से गुजरती हुई दो रेखाओं के समीकरण लिखिए।

22. एक रंगीन कागज का मूल्य, एक सफेद कागज के मूल्य के एक तिहाई से 7 अधिक है। इस कथन का दो चरों में रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए।

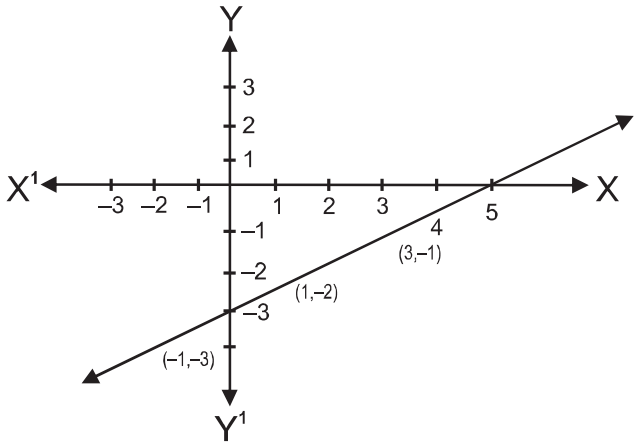
23. समीकरण $x+y =5$ का ग्राफ बनाइए।

24. दिए गये आलेख के लिए दिए गए विकल्पों में से सही समीकरण का चयन कीजिए।

(i) $x+2y=5$

(ii) $x-2y=5$

(iii) $y+2x=5$



25. समीकरण $2x-y=6$ का आलेख किन चर्तुथांशों से गुजरता है?

26. समीकरण $3x-2=x-3$ के निम्न पर कितने हल हैं–

(i) संख्या रेखा (ii) कार्तियन तल

27. उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $x + y = 4$ का आलेख ऐसी रेखा पर मिलता है जो–

(i) x-अक्ष के समांतर हो, मूल बिन्दु से 3 इकाई धनात्मक y-अक्ष की ओर।

(ii) y-अक्ष के समांतर हो, मूल बिन्दु के बांयी ओर 2 इकाई दूरी पर।

खण्ड–स

28. यदि बिन्दु A(4,6) तथा B (1,3) ग्राफ ax+by=8 पर स्थित हैं, तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

29. a का मान ज्ञात कीजिए जब (1,–1) समीकरण 2x+ay=5 का हल है। इस समीकरण के दो और हल लिखिए।

30. रैखिक समीकरण $4x+5y=28$ के दो हल ज्ञात कीजिए तथा जाँच कीजिए कि $(-2,10)$ इस समीकरण का हल है।

31. उस रेखा का समीकरण लिखिए जो $(3,-3)$ और $(6,-6)$ से गुजरती है।

32. यदि $x=3k-2,\ y=2k$, समीकरण, $4x-7y+12=0$ का एक हल है तो k का मान ज्ञात कीजिए।

33. यदि बिन्दु $(m-2,\ 2m+1)$ समीकरण, $2x+3y-10=0$ पर स्थित है हो तो m का मान ज्ञात कीजिए।

34. $F=(9/5)C+32°$

(i) यदि तापमान 35°C है तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?

(ii) यदि तापमान 30°C है तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?

35. समीकरण $2x+3y=6$ का आलेख खींचिए। उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ रेखा x अक्ष और y अक्ष को काटती है।

36. समीकरण $3x+4y=12$ का आलेख खींचिए। यदि $x=8$ हो, तो आलेख की सहायता से y का मान ज्ञात कीजिए।

37. एक ही ग्राफ पेपर पर $y=x$ और $2y=-5x$ का आलेख खींचिए।

38. (i) एक चर वाले (ii) दो चर वाले

समीकरण $5x+7=0$ का ज्यामितीय निरूपण कीजिए।

39. समीकरण $2y-x=7$ का आलेख खींचिए। आलेख की सहायता से जांचिए कि क्या $x=3$ और $y=2$, समीकरण का हल है।

40. $3y=8x$ को $ax + by+c = 0$ के रूप में लिखिए। a , b और c के मान भी ज्ञात कीजिए। समीकरण के दो हल भी दीजिए। आप कितने और हल ज्ञात कर सकते हैं?

41. रोहन व रमिता जो कक्षा नवीं के विद्यार्थी है, कक्षा की सफाई के लिए 25 रुपये जमा करने का निर्णय लेते हैं। इसे दो चरों वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए व आलेख खींचिए।

42. सारिका बाल–दिवस के अवसर पर चॉकलेट बाँटती है। वह प्रत्येक बच्चे को 5 चॉकलेट देती है तथा व्यस्कों को कुल 20 चॉकलेट देती है। यदि बच्चों की संख्या x से तथा कुल बांटी गई चॉकलेट को y से दर्शाया गया है तो

    i) इसको रैखिक समीकरण द्वारा दर्शाइए।

    ii) यदि उसने कुल 145 चॉकलेट बांटी तो बच्चों की संख्या ज्ञात कीजिए।

43. प्रियंका और आरती ने आर्मी विधवाओं हेतु 1600 रूपये अंशदान करने का निश्चय किया। प्रियंका के अंशदान को x मानकर व आरती के अंशदान को y मानकर

    i) दो चरों वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।

    ii) यदि प्रियंका आरती से तिगुना दान करती है, तो दोनों द्वारा किया अंशदान ज्ञात कीजिए।

43. रिया अपने साथियों के साथ विकलांग बच्चों की संस्था में दान हेतु दिवाली मेले में भाग लेती हैं। मेले में जमा हुई राशि में से ₹ 3600 वे संस्था में दान करती हैं। यदि लड़कियों द्वारा ₹150 व लड़कों द्वारा ₹200 दान किए जाते हैं–

    i) दो चर वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।

    ii) यदि लड़कियों की संख्या 8 तो लड़को की संख्या ज्ञात कीजिए।

45. अनुकूल एक कार को 60 किमी. प्रति घंटा की समान गति से चला रहा है। कुल दूरी को y किमी मानते हुए और कुल समय x घंटे मानते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइये। आलेख खीचिंए। आलेख से निम्न को बताइये।

i) 90 मिनट में तय की गई दूरी।

ii) 150 किमी. की दूरी तय करने में लगा समय।

46. एक प्राइवेट पार्किंग शुल्क 20 रूपये पहले घंटे के और प्रत्येक अगले घंटे के 10 रूपये लेता है। कुल पार्किंग शुल्क को y रूपये लेकर और कुल पार्किंग समय को x घंटे लेते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइये। इसे $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखकर a, b और c का मान ज्ञात कीजिए। इसके लिए आलेख भी खीचिए।

47. पिता की आयु पुत्र की आयु के तिगुने से 3 वर्ष अधिक है। 3 वर्ष पश्चात् पिता की आयु, पुत्र की आयु के दुगुने से 10 वर्ष अधिक होगी। पिता की आयु को x व पुत्र की आयु को y मानकर दो चर वाले दो रैखिक समीकरण लिखिए।

48. हम जानते है कि $C = 2\pi r$, $\pi = \frac{22}{7}$ लेकर परिधि को y इकाई और त्रिज्या को x इकाई लेते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइए। इसका आलेख बनाइए। जांचिए क्या (0, 0) एक आलेख पर स्थित है? आलेख से परिधि ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 2.8 इकाई हो।

CHAPTER-4

दो चर में रैखिक समीकरण

उत्तर

1. $\sqrt{2}x - 5y - 4 = 0$, Where $a = \sqrt{2}, b = -5, c = -4$
2. $x = \frac{7 - 4y}{3}$
3. $y = \frac{9 - 5x}{3}$
4. x-अक्ष
5. $y = 0$
6. $0.x + 5.y = 9$
7. $y = 2$
8. नहीं
9. हाँ
10. अनन्त हल
11. $k = -2$
12. $K = 1$
13. y-अक्ष के समांतर
14. (3, 0)
15. $y = mx$
16. बांयी ओर
17. (1, 4) (0, 5) (or any other two possible solutions)
18. $P = \frac{4a - 10}{9}$
19. $a = -1$
20. (0, 5) and (2, 0)

21. $3x - y + 1 = 0$ (or any other possible solution)

$12x + 7y = 106$

22. $3x - y = 21$ रंगीन कागज की कीमत = ₹x

23. — सफेद कागज की कीमत = ₹y

24. $x - 2y = 5$

25. I, III, IV

26. (i) एक हल (ii) अनन्त हल

27. (i) 3, 1 (ii) (6, -2)

28. $a = -4, b = 4$

29. $a = -3$ (any two solutions)

30. (2, 4), (7, 0), No

31. $x + y = 2$

32. $k = 2$

33. $m = 11/8$

34. 95°F, 86°F

35. (3, 0) (0, 2)

36. $y = 3$

39. No

40. (i) $8x - 3y = 0$

(ii) $a = 8, b = -3, c = 0$, अनन्त हल

41. $x + y = 25$

42. (i) $5x - 20 = y$

(ii) 25

43. (i) $x + y = 1600$

(ii) Priyanka = ₹1200, Arti = ₹400

44. (i) $150x + 200y = 3600$, (ii) Boys = 12

45. $y = 60x$ (i) 90 km (ii) 2½ hours

46. $y = 20 + 10x$

$\Rightarrow$ $10x - y + 20 = 0$

$a = 10, b = -1, C = 20$

अभ्यास परीक्षा

दो चर में रैखिक समीकरण

Time : 50 Min. M.M. 20

1. समीकरण $2y = 5$ का ओलख किस अक्ष के समांतर हैं? (1)

2. वह रैखिक समीकरण लिखिए जिसका आलेख y-अक्ष के समांतर हो और मूल बिन्दु के बांयी ओर 3 इकाई दूरी पर हो। (1)

3. यदि बिन्दु (5, 2) समीकरण $kx + 5y = 10k$ पर स्थित हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। (2)

4. (2,–3) से गुजरते हुए दो रैखिक समीकरण लिखिए। (2)

5. समीकरण $x + \sqrt{3}y = 4$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखिए। a, b और c का मान लिखिए। x को y के रूप में लिखिए। (3)

6. रैखिक समीकरण $2x + y = 4$ के वे हल लिखिए जो निम्न बिन्दुओं को दर्शाते हैं (i) x-अक्ष, (ii) y-अक्ष, (3)

   (iii) x-अक्ष के समांतर मूलबिन्दु से 3 इकाई दूरी पर

7. समीकरण $2x + 5 = 0$ का निम्न प्रकार से ज्यामितीय निरूपण कीजिए। (4)

   (i) एक चर वाले (ii) दो चर वाले

8. एक आवासीय सोसायटी में वर्षा के जल को संरक्षित करने के लिए भूमिगत टैंक में 30 सेमी/सेकेण्ड की दर से इकट्ठा किया गया। यदि x सेकेण्ड में y घन सेमी. पानी को इकट्ठा किया गया तो इसके लिए एक रैखिक समीकरण दो चर में लिखिए। इसका आलेख खींचिए। आलेख से निम्न को बताइए: (4)

   (i) 3 सेकंड में एकत्रित कुल जल।

   (ii) कितने सेंकड में 120 घन सेमी. पानी एकत्रित होगा?