Paper Code No.: 19

Higher Secondary Half Yearly Examination - 2017

Part - III

MATHEMATICS (Science)

HSE I

Maximum : 80 Scores
Time: 2½ hrs
Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to candidates:

- There is a 'cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- Read the questions carefully before answering
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary
- Non programmable calculators are allowed in the Examination Hall.

പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിട്ട് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവം വായിക്കണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്ത് കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യനമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്കുകൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപ്പേപ്പറിൽത്തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കാം.

Questions 1 to 7 carry 3 marks each. Answer any **six** questions.

1. $A = \{x : x$ is a natural number less than $8\}$

   a) Write A in roster form (1)

   b) Write a subset of A containing all even numbers in A (1)

   c) Which of the following could not be the number of elements of power set of a set? (1)

   [2, 8, 10, 16]

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 മാർക്ക് വീതമാണ്. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും **6** എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

1. $A = \{x : x$ 8 ൽ കുറവായ ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യ$\}$

   a) A എന്ന സെറ്റിനെ റോസ്റ്റർ ഫോമിൽ എഴുതുക. (1)

   b) A യിലുള്ള എല്ലാ ഇരട്ടസംഖ്യകളും ഉൾപ്പെടുന്ന A യുടെ ഒരു സബ്സെറ്റ് എഴുതുക. (1)

   c) താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള സംഖ്യകളിൽ ഒരു പവർസെറ്റിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണമായി വരാൻ കഴിയാത്ത സംഖ്യ ഏത്? (1)

   [2, 8, 10, 16]

2. a) Convert $\frac{2\pi}{3}$ radian measure into degree measures (1)

b) Prove that: $\frac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x} = \tan 4x$ (2)

3. N: Set of all natural numbers

Z: Set of all integers

C: Set of all complex numbers

R: Set of all real numbers.

a) Which of the following is correct? (1)

i) $Z \subset N \subset R \subset C$ ii) $N \subset Z \subset R \subset C$

iii) $N \subset R \subset Z \subset C$ iv) $N \subset Z \subset C \subset R$

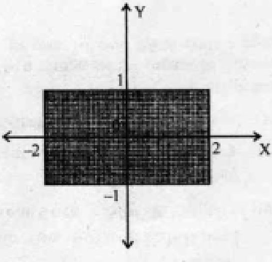
b) Solve: $x^2 + 3x + 5 = 0$ (2)

4. a) Which of the following sets of inequality represent the second quadrant? (1)

i) $x < 0, y < 0$ ii) $x > 0, y > 0$

iii) $x < 0, y > 0$ iv) $x > 0, y < 0$

b) Write the system of inequalities that represents the shaded rectangle in the figure given below (2)



5. a) Find the value of $^5P_2$ (1)

b) Find the value of x if

$\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!}$ (2)

6. Compute $(101)^4$ using binomial theorem. (3)

2. a) $\frac{2\pi}{3}$ റേഡിയൻ അളവിനെ ഡിഗ്രി അളവിലേക്ക് മാറ്റുക. (1)

b) തെളിയിക്കുക: $\frac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x} = \tan 4x$ (2)

3. N: എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ സെറ്റ്

Z: പൂർണസംഖ്യകളുടെ സെറ്റ്

C: കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യകളുടെ സെറ്റ്

R: രേഖീയസംഖ്യകളുടെ സെറ്റ്

a) താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ശരി ഏത്? (1)

i) $Z \subset N \subset R \subset C$ ii) $N \subset Z \subset R \subset C$

iii) $N \subset R \subset Z \subset C$ iv) $N \subset Z \subset C \subset R$

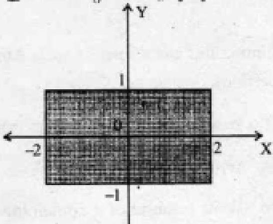
b) സോൾവ് ചെയ്യുക: $x^2 + 3x + 5 = 0$ (2)

4. a) താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവയിൽ ഏതാണ് രണ്ടാമത്തെ ക്വാഡ്രന്റിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്? (1)

i) $x < 0, y < 0$ ii) $x > 0, y > 0$

iii) $x < 0, y > 0$ iv) $x > 0, y < 0$

b) ചിത്രത്തിൽ ഷേഡ് ചെയ്തിരിക്കുന്ന ചതുരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ലീനിയർ ഇനിക്വാലിറ്റികൾ എഴുതുക. (2)



5. a) $^5P_2$ ന്റെ വില കാണുക. (1)

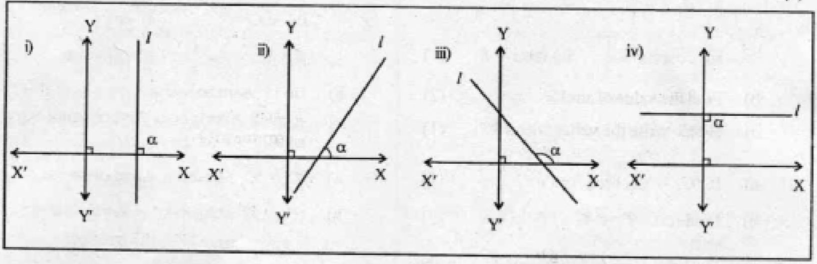
b) $\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!}$ ആയാൽ

x ന്റെ വില കാണുക. (2)

6. $(101)^4$ ന്റെ വില ബൈനോമിയൽ തിയറം ഉപയോഗിച്ച് കാണുക. (3)

7. a) Identify the figure in which the line has a positive slope. (1)

7. a) ചരിവ് പോസിറ്റീവ് ആയ വരയുടെ ചിത്രം ഏത്? (1)



b) Find the x and y intercepts of the line $3x + 4y - 12 = 0$. (2)

$(6 \times 3 = 18)$

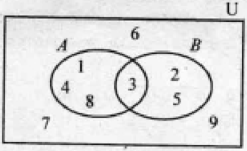
b) $3x + 4y - 12 = 0$ എന്ന വരയുടെ x, y ഇന്റർസെപ്റ്റുകൾ കാണുക. (2)

$(6 \times 3 = 18)$

Questions 8 to 17 carry 4 marks each. Answer any **eight** questions.

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 മാർക്ക് വീതമാണ്. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

8. Observe the Venn diagram.

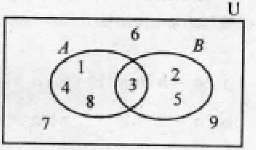


a) Write A and B in roster form (1)

b) Verify that $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ (2)

c) Find $(A \cap B)'$ (1)

8. വെൻഡയഗ്രം നിരീക്ഷിക്കുക.



a) A യും B യും റോസ്റ്റർ ഫോമിൽ എഴുതുക. (1)

b) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ എന്നത് ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

c) $(A \cap B)'$ കാണുക. (1)

9. $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$

a) Write $A \times B$ (1)

b) Write a relation from A to B in roster form (1)

c) Represent all possible functions from A to B (Arrow diagram may be used) (2)

9. $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$

a) $A \times B$ എഴുതുക (1)

b) A ൽ നിന്നും B യിലേക്കുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു ബന്ധം റോസ്റ്റർ ഫോമിൽ എഴുതുക. (1)

c) A ൽനിന്ന് B യിലേക്കുള്ള സാധ്യമായ എല്ലാ ഫങ്ഷനുകളും കാണിക്കുക. (ആരോ ഡയഗ്രം ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്) (2)

10. a) Which of the following is not possible.

    i) $\sin x = \frac{1}{2}$ ii) $\cos x = \frac{2}{3}$

    iii) $\text{cosec}\, x = \frac{1}{3}$ iv) $\tan x = 8$ (1)

    b) Find the value of $\sin 15^\circ$ (2)

    c) Hence write the value of $\cos 75^\circ$ (1)

11. a) If ${}^nC_2 = {}^nC_8$, then find n (1)

    b) Find n if ${}^nP_5 = 42 \times {}^nP_3; n > 4$ (3)

12. a) Find the term independent of x in the expansion of $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ (3)

    b) If the middle term in the expansion of $\left(x^m + \frac{2}{x}\right)^6$ is independent of x, find the value of m (1)

13. a) n^{th} term of some sequences are given below. Which term can be the nth term of an A.P.? (1)

    i) $a_n = n(n+1)$ ii) $a_n = 2 + 5n$

    iii) $a_n = 2^n + 2$ iv) $a_n = n^2 + n + 1$

    b) If the sum of 12th and 22nd terms of an A.P. is 100. Find the sum of first 33 terms. (3)

14. Consider the line $4x - 3y + 12 = 0$

    a) Find the equation of the line passing through the point (1, 2) and parallel to the given line. (2)

    b) Find the distance between these two parallel lines. (1)

    c) Which among the following lines is perpendicular to the line $4x - 3y + 12 = 0$? (1)

    i) $2x + 3y - 8 = 0$ ii) $4x - 3y + 5 = 0$

    iii) $x + y = 7$ iv) $3x + 4y + 9 = 0$

10. a) താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ സാധ്യമല്ലാത്തത് ഏത്?

    i) $\sin x = \frac{1}{2}$ ii) $\cos x = \frac{2}{3}$

    iii) $\text{cosec}\, x = \frac{1}{3}$ iv) $\tan x = 8$ (1)

    b) $\sin 15^\circ$ കണക്കാക്കുക. (2)

    c) ഇതിൽ നിന്നും $\cos 75^\circ$ ന്റെ വില എഴുതുക. (1)

11. a) ${}^nC_2 = {}^nC_8$ എങ്കിൽ n കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

    b) ${}^nP_5 = 42 \times {}^nP_3; n > 4$, n കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

12. a) $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ ന്റെ വിപുലീകൃത രൂപത്തിലെ x ഇല്ലാത്ത പദം കാണുക. (3)

    b) $\left(x^m + \frac{2}{x}\right)^6$ എന്നതിന്റെ വിപുലീകൃത രൂപത്തിലെ മധ്യപദത്തിൽ x ഇല്ലെങ്കിൽ m ന്റെ വില എന്താണ്? (1)

13. a) ചില ശ്രേണികളുടെ n-ാം പദം താഴെ സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം ആകാവുന്നത് ഏതാണ്? (1)

    i) $a_n = n(n+1)$ ii) $a_n = 2 + 5n$

    iii) $a_n = 2^n + 2$ iv) $a_n = n^2 + n + 1$

    b) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 12-ാമത്തെയും 22-ാമത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുക 100 ആണെങ്കിൽ ഇതിന്റെ ആദ്യത്തെ 33 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക. (3)

14. $4x - 3y + 12 = 0$ എന്ന വര പരിഗണിക്കുക.

    a) തന്നിരിക്കുന്ന വരക്ക് സമാന്തരമായി (1, 2) എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം കാണുക. (2)

    b) ഈ രണ്ട് സമാന്തരവരകൾക്കിടയിലെ അകലം കാണുക. (1)

    c) താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന വരകളിൽ ഏതാണ് $4x - 3y + 12 = 0$ എന്ന വരക്ക് ലംബമായത്? (1)

    i) $2x + 3y - 8 = 0$ ii) $4x - 3y + 5 = 0$

    iii) $x + y = 7$ iv) $3x + 4y + 9 = 0$

15. a) How many chords can be drawn through 15 points on a circle? (2)

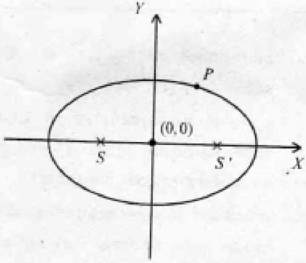
b) A bag contains 5 black and 6 red balls. Determine the number of ways in which 2 black and 3 red balls can be selected? (2)

16. The line $x - 1 = 0$ is the directrix of a parabola $y^2 = kx$, then

a) Find the value of k (1)

b) Find the vertex, focus, axis of parabola and length of latus rectum of the parabola. (3)

17. In the figure S and S' are foci of the ellipse, $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, and P is a variable point on the ellipse.



a) Find the co-ordinates of foci (2)

b) Find the distance between S and S'. (1)

c) What is the maximum area of the triangle PSS' ? (1)

$(8 \times 4 = 32)$

15. a) ഒരു വൃത്തത്തിലെ 15 ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിച്ചുകൊണ്ട് എത്ര ഞാണുകൾ വരക്കാം? (2)

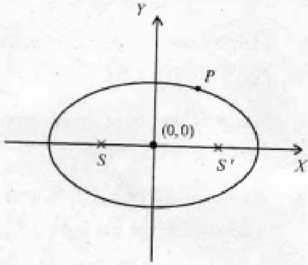
b) ഒരു ബാഗിൽ 5 കറുത്ത പന്തുകളും 6 ചുവന്ന പന്തുകളുമുണ്ട്. ഇതിൽനിന്നും 2 കറുത്ത പന്തുകളും 3 ചുവന്ന പന്തുകളും എത്ര വിധത്തിൽ തെരഞ്ഞെടുക്കാം? (2)

16. $x - 1 = 0$ എന്ന വര $y^2 = kx$ എന്ന പരാബോളയുടെ ഡയരക്ട്രിക്സ് ആയാൽ

a) k യുടെ വില കാണുക (1)

b) വെർട്ടക്സ്, ഫോക്കസ് എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകളും, പാരബോള യുടെ ആക്സിസും, ലാറ്റസ്റക്റ്റത്തിന്റെ നീളവും കാണുക. (3)

17. ചിത്രത്തിൽ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ എന്ന എലിപ്സിന്റെ ഫോക്കസ് S, S' എന്നിവയാണ്. ഈ എലിപ്സിലെ ഒരു പൊതുബിന്ദുവാണ് P.



a) ഫോക്കസുകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക. (2)

b) S, S' തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക. (1)

c) ത്രികോണം PSS' ന്റെ പരമാവധി പരപ്പളവ് എത്ര? (1)

$(8 \times 4 = 32)$

Questions 18 to 24 carry 6 marks each. Answer any **five** questions.

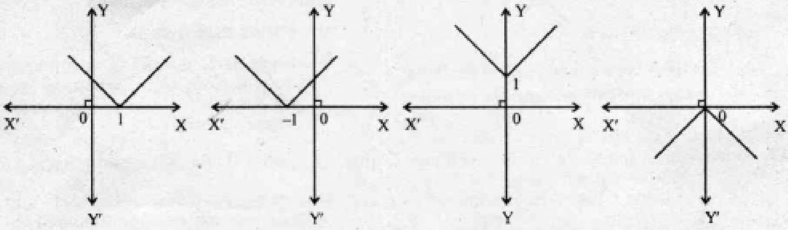
18. a) Draw the graph of the function $f(x) = |x|$. Also write its domain and range. (3)

b) Consider the following graphs.

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 മാർക്ക് വീതമാണ്. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും **5** എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

18. a) $f(x) = |x|$ എന്ന ഫങ്ഷന്റെ ഗ്രാഫ് വരക്കുക. ഇതിന്റെ ഡൊമൈനും റേഞ്ചും എഴുതുക. (3)

b) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗ്രാഫുകൾ പരിഗണിക്കുക.



(fig. 1) (fig. 2) (fig. 3) (fig. 4)

i) Identify the graph of the function $f(x) = |x - 1|$ (1)

ii) Which of the above figures represent functions with range $[1, \infty)$? (1)

iii) If the origin is shifted to $(1, 0)$, what is the equation of the curve in figure (i)? (1)

19. a) If $\sin x = \cos x,\ x \in [0, \pi]$ then x is

i) 0 ii) $\frac{\pi}{4}$ iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) π (1)

b) Write the following in ascending order of its values

$\sin 100^\circ, \sin 0^\circ, \sin 50^\circ, \sin 200^\circ$ (2)

c) Solve: $\sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0$ (3)

b) ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് $f(x) = |x - 1|$ ന്റെ ഗ്രാഫ് തിരിച്ചറിയുക. (1)

c) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ ഏതാണ് റേഞ്ച് $[1, \infty)$ ആയ ഫങ്ഷനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്? (1)

d) ഒറിജിൻ $(1, 0)$ എന്ന ബിന്ദുവിലേക്ക് മാറ്റിയാൽ ഒന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിലെ കർവിന്റെ സമവാക്യം എന്താകും? (1)

19. a) $\sin x = \cos x,\ x \in [0, \pi]$ ആയാൽ x എത്ര?

i) 0 ii) $\frac{\pi}{4}$ iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) π (1)

b) തന്നിരിക്കുന്നവയെ അവയുടെ വിലകളുടെ ആരോഹണക്രമത്തിൽ എഴുതുക.

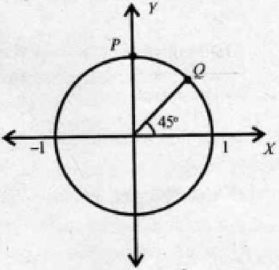
$\sin 100^\circ, \sin 0^\circ, \sin 50^\circ, \sin 200^\circ$ (2)

c) $\sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0$ എന്ന സമവാക്യം നിർധാരണം ചെയ്യുക. (3)

20. Consider the complex number $z = \frac{1+i}{1-i}$

a) Write z in $a + ib$ form. (2)

b)



In the figure radius of the circle is 1. Write the polar form of the complex number represented by the points P and Q. (2)

c) Find the square root of i (2)

21. a) Solve the inequality and show the solution graphically on the number line.

$4x + 3 \leq 5x + 7$ (2)

b) Solve the system of inequalities graphically

$2x + y \geq 4, \quad x + y \leq 3, \quad 2x - 3y \leq 6$ (4)

22. a) The product of first 3 terms of a G.P. is 1000. If 6 is added to the second term and 7 is added to the third term, the terms become an A.P.

i) Find the second term of G. P. (1)

ii) Find the terms of the G. P. (3)

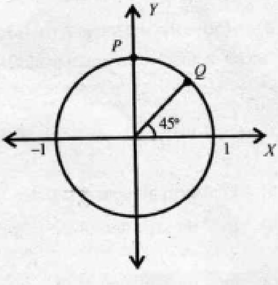
b) Find the sum of n terms of the series (2)

$7 + 77 + 777 + \ldots$

20. $z = \frac{1+i}{1-i}$ എന്ന കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യ പരിഗണിക്കുക.

a) z നെ $a + ib$ രൂപത്തിൽ എഴുതുക. (2)

b)



ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 1 ആണ്. P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ സൂചിപ്പിക്കുന്ന കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യകളുടെ പോളാർ രൂപം എഴുതുക. (2)

c) i യുടെ വർഗമൂലം കാണുക. (2)

21. a) തന്നിരിക്കുന്ന അസമതയുടെ പരിഹാരം കണ്ടുപിടിച്ച് അത് സംഖ്യാരേഖയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക

$4x + 3 \leq 5x + 7$ (2)

b) ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് അസമതകളുടെ പരിഹാരം കാണുക.

$2x + y \geq 4, \quad x + y \leq 3, \quad 2x - 3y \leq 6$ (4)

22. a) ഒരു G.P. യുടെ ആദ്യത്തെ 3 പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 1000 ആണ്. രണ്ടാമത്തെ പദത്തോട് 6, 3-ാം പദത്തിനോട് 7 കൂട്ടിയാൽ ഈ പദങ്ങൾ ഒരു A.P. യുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്ന് പദങ്ങളാകും

i) G. P. യുടെ രണ്ടാംപദം കാണുക. (1)

ii) ഈ G. P. യുടെ പദങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

b) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സീരിസിന്റെ n പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക. (2)

$7 + 77 + 777 + \ldots$

23. Consider the statement

$P(n): 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + ... + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

a) Verify that $P(3)$ is true (2)

b) Prove the statement $P(n)$ is true for all natural numbers using mathematical induction (4)

24. Consider the points $A(0, 0)$, $B(4, 2)$ and $C(8, 0)$

a) Find the mid-point of AB (1)

b) Find the equation of the perpendicular bisector of AB (2)

c) Find the equation of the circum circle (circle passing through the points A, B and C) of triangle ABC. (3)

$(5 \times 6 = 30)$

23. $P(n): 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + ... + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

എന്ന പ്രസ്താവന പരിഗണിക്കുക.

a) $P(3)$ ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

b) മാത്തമാറ്റിക്കൽ ഇൻഡക്ഷൻ ഉപയോഗിച്ച് $P(n)$ എല്ലാ എണ്ണൽസംഖ്യകൾക്കും ശരിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

24. $A(0, 0)$, $B(4, 2)$, $C(8, 0)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

b) AB യുടെ ലംബസമഭാജിയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

c) ത്രികോണം ABC യുടെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ (A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം) സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

$(5 \times 6 = 30)$