This Question Paper Booklet contains **23** printed pages.

इस प्रश्न-पत्र पुस्तिका के अन्तर्गत **23** मुद्रित पृष्ठ हैं।

Roll No. / अनुक्रमांक | | | | | | | | | | | | |

Code No. / कोड नं० 53/HIS/1

Set/सेट A

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination ....
(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators 1. ....
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

2. ....

General Instructions :

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper Booklet.
2. Please check the Question Paper Booklet to verify that the total pages of the Booklet and the total pages printed on the top of the first page tallies each other. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the answer-book or writing roll number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper Booklet Code No. 53/HIS/1, Set A on the answer-book.
5. (a) The Question Paper Booklet is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :

   English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.

   You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the answer-book.

   (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1. परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया जाँच कर लें कि प्रश्न-पत्र पुस्तिका की कुल पृष्ठ संख्या तथा प्रथम पृष्ठ के ऊपरी भाग पर छपे कुल पृष्ठ संख्या दोनों समान हैं। इस बात की भी जाँच कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4. अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र पुस्तिका की कोड संख्या 53/HIS/1, सेट A लिखें।
5. (क) प्रश्न-पत्र पुस्तिका केवल हिन्दी/अंग्रेजी में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :

   अंग्रेजी, हिन्दी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगू, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिन्धी।

   कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

   (ख) यदि आप हिन्दी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों/गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

Important Instructions

1. This Question Paper Booklet contains two Question Papers—one based on revised study material marked as **NEW SYLLABUS** and the other based on pre-revised study material marked as **OLD SYLLABUS**.

2. **NEW SYLLABUS** *is compulsory for those who have registered for 2015–16 (Block–I and Block–II) admission and Stream–II of 2016 admission. (Those who are appearing in September–November, 2016 under* **NEW SYLLABUS**.*)*

3. **OLD SYLLABUS** is compulsory for those candidates who had registered before 2015–16 (Block–I) admission.

4. Candidates are to answer only one Question Paper from the given two Question Papers.

5. Candidates are not allowed to mix questions from the two given Question Papers.

महत्त्वपूर्ण निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र पुस्तिका में दो प्रश्न-पत्र हैं—एक संशोधित अध्ययन सामग्री पर आधारित है जिस पर **नया पाठ्यक्रम** अंकित है तथा दूसरा संशोधन से पूर्व अध्ययन सामग्री पर आधारित है जिस पर **पुराना पाठ्यक्रम** अंकित है।

2. **नया पाठ्यक्रम** *उन परीक्षार्थियों के लिए अनिवार्य है जिनका नामांकन 2015–16 (ब्लॉक–I और ब्लॉक–II) तथा शाखा–II, 2016 में हुआ है। (उनके लिए जो सितम्बर–नवम्बर, 2016 में* **नए पाठ्यक्रम** *के अंतर्गत परीक्षा में बैठने जा रहे हैं।)*

3. **पुराना पाठ्यक्रम** उन परीक्षार्थियों के लिए अनिवार्य है जिनका नामांकन 2015–16 (ब्लॉक–I) के पहले हुआ है।

4. परीक्षार्थी दिए गए दो प्रश्न-पत्रों में से केवल एक प्रश्न-पत्र से ही उत्तर लिखें।

5. परीक्षार्थी को दो प्रश्न-पत्रों के प्रश्नों को मिलाकर उत्तर देने की अनुमति नहीं है।

NEW

This Question Paper contains **33** questions.

इस प्रश्न-पत्र के अन्तर्गत **33** प्रश्न हैं।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे] [पूर्णांक : 100

Note :

(i) This Question Paper consists of *four* Sections, viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in Section 'A' are multiple-choice questions. Each question carries *1* mark. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your answer-book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in Section 'B' are very short-answer questions and carry *2* marks each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in Section 'C' are short-answer questions and carry *4* marks each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in Section 'D' are long-answer questions and carry *6* marks each.

(vi) *All* questions are compulsory. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में 33 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) खण्ड 'अ' में **1** से लेकर **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए *1* अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) खण्ड 'ब' में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के *2* अंक निर्धारित हैं।

(iv) खण्ड 'स' में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के *4* अंक निर्धारित हैं।

(v) खण्ड 'द' में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 6 अंक निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION–A

खण्ड–अ

1. The matrix $A \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{matrix}$ is a

(A) scalar matrix

(B) diagonal matrix

(C) unit matrix

(D) square matrix

आव्यूह $A \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{matrix}$ एक

(A) अदिश आव्यूह है

(B) विकर्ण आव्यूह है

(C) इकाई आव्यूह है

(D) वर्ग आव्यूह है

2. If $A \ \{a, b\}$, then the number of binary operations that can be defined on A is

यदि $A \ \{a, b\}$, तो A पर परिभाषित द्वि-आधारी संक्रियाओं की संख्या है

(A) 16

(B) 4

(C) 2

(D) 1

3. The principal value of cos ^{1}($\frac{1}{2}$) is

cos ^{1}($\frac{1}{2}$) का मुख्य मान है

(A) $\frac{}{6}$

(B) $\frac{}{3}$

(C) $\frac{5}{6}$

(D) $\frac{2}{3}$

4. The degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}\ ^{2} \quad \frac{dy}{dx}\ ^{3} \quad \sin^2 x \quad 0$ is

अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}\ ^{2} \quad \frac{dy}{dx}\ ^{3} \quad \sin^2 x \quad 0$ की घात है

(A) 3

(B) 2

(C) 1

(D) not defined
अपरिभाषित

5. $e^x(\sin x \quad \cos x)\,dx$ is equal to

$e^x(\sin x \quad \cos x)\,dx$ बराबर है

(A) $e^x \cos x \quad c$

(B) $\quad e^x \cos x \quad c$

(C) $e^x \sin x \quad c$

(D) $\quad e^x \sin x \quad c$

6. $\tan x\, dx$ is equal to

$\tan x\, dx$ बराबर है

(A) $\sec^2 x \quad c$

(B) $\sec x \tan x \quad c$

(C) $\log |\sec x| \quad c$

(D) $\log |\cos x| \quad c$

7. $\lim\limits_{x \quad 0} \dfrac{\sin 5x}{x}$ is equal to

$\lim\limits_{x \quad 0} \dfrac{\sin 5x}{x}$ बराबर है

(A) 1

(B) $\dfrac{1}{5}$

(C) 5

(D) 0

8. The differential coefficient of $\sec(\tan^{\ 1} x)$ with respect to x is

x के सापेक्ष $\sec(\tan^{\ 1} x)$ का अवकल गुणांक है

(A) $\dfrac{x}{1 \quad x^2}$

(B) $\dfrac{x}{\sqrt{1 \quad x^2}}$

(C) $x\sqrt{1 \quad x^2}$

(D) $\dfrac{1}{\sqrt{1 \quad x^2}}$

9. The angle between the vectors $\vec{a} \quad \hat{i} \quad \hat{j}$ and $\vec{b} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$ is

सदिशों $\vec{a} \quad \hat{i} \quad \hat{j}$ और $\vec{b} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$ के बीच का कोण है

(A) $\quad \frac{\ }{3}$

(B) $\frac{\ }{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{\ }{6}$

10. Which of the following sentences is *not* a statement?

(A) The sun is a star.

(B) Lahore is in India.

(C) Every rectangle is a square.

(D) Mathematics is a fun.

निम्नलिखित वाक्यों में से कौन-सा एक कथन **नहीं** है?

(A) सूर्य एक तारा है।

(B) लाहौर भारत में है।

(C) प्रत्येक आयत एक वर्ग है।

(D) गणित एक कौतुक है।

SECTION–B

खण्ड–ब

11. If $A \quad \begin{matrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{matrix}$ and $B \quad \begin{matrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{matrix}$, find $3A \quad B$.

यदि $A \quad \begin{matrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{matrix}$ और $B \quad \begin{matrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{matrix}$, तो $3A \quad B$ ज्ञात कीजिए।

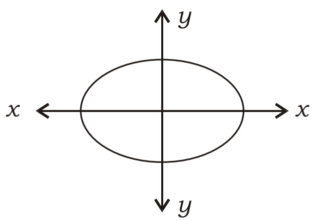
Or* / *अथवा

If $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{matrix} \quad A \quad \begin{matrix} 3 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 3 \end{matrix}$, find the matrix A.

यदि $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{matrix} \quad A \quad \begin{matrix} 3 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 3 \end{matrix}$, तो आव्यूह A ज्ञात कीजिए।

12. Does the following graph represent a function? Justify your answer.

क्या नीचे दिया हुआ आरेख एक फलन को निरूपित करता है? अपने उत्तर के समर्थन में तर्क प्रस्तुत कीजिए।



13. If $y \quad e^x \cos x$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

यदि $y \quad e^x \cos x$, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

14. Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$_0^{/2} \cos x \, . \, e^{\sin x} \, dx$$

15. If $\vec{a} \quad 3\hat{i} \quad 2\hat{j} \quad 4\hat{k}$ and $\vec{b} \quad \hat{i} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$, find a unit vector in the direction of $\vec{a} \quad \vec{b}$.

यदि $\vec{a} \quad 3\hat{i} \quad 2\hat{j} \quad 4\hat{k}$ और $\vec{b} \quad \hat{i} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$, तो $\vec{a} \quad \vec{b}$ की दिशा में एकक सदिश ज्ञात कीजिए।

16. Given below are two statements :

p : 115 is a multiple of 5.

q : 115 is a multiple of 7.

Write the compound statement connecting these two statements with 'and' and check its validity.

नीचे दिए हुए दो कथन इस प्रकार हैं :

p : 115, 5 का एक गुणज है।

q : 115, 7 का एक गुणज है।

इन दो कथनों को 'और' संयोजक से जोड़कर मिश्र कथन लिखिए और इसकी वैधता जाँचिए।

SECTION–C

खण्ड–स

17. If $A \quad \begin{matrix}1\\4\\3\end{matrix}$ and $B \quad [\ 1\ \ 2\ \ 1]$, then verify that $(AB) \quad B A$.

यदि $A \quad \begin{matrix}1\\4\\3\end{matrix}$ और $B \quad [\ 1\ \ 2\ \ 1]$, तो सत्यापित कीजिए कि $(AB) \quad B A$.

18. Using properties of determinants, show that

सारणिकों के गुणधर्मों का उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} y & z & x & y \\ z & x & z & x \\ x & y & y & z \end{vmatrix} \quad (x \quad y \quad z)(x \quad z)^2$$

Or / अथवा

Using determinants, find the value of k so that the points (3, – 2), (k, 2) and (8, 8) become collinear.

सारणिकों का उपयोग करके k का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए बिन्दु (3, – 2), (k, 2) और (8, 8) संरेख हों।

19. Prove that

सिद्ध कीजिए कि

$$\sin^{1}\frac{4}{5} \quad \sin^{1}\frac{5}{13} \quad \sin^{1}\frac{63}{65}$$

20. Let $f : R \quad R$ be defined by $f(x) \quad 7x \quad 3$. Show that the inverse of the function f exists. Hence find $f^{\ 1}$.

मान लीजिए $f : R \quad R$, $f(x) \quad 7x \quad 3$ द्वारा परिभाषित है। दर्शाइए कि फलन f के प्रतिलोम का अस्तित्व है। अतः $f^{\ 1}$ ज्ञात कीजिए।

21. Examine the continuity of the function f defined by

$$f(x) \quad \begin{matrix} \dfrac{x}{|x|}, & x \quad 0 \\ 1\ , & x \quad 0 \end{matrix}$$

at $x \quad 0$.

$x \quad 0$ के लिए

$$f(x) \quad \begin{matrix} \dfrac{x}{|x|}, & x \quad 0 \\ 1\ , & x \quad 0 \end{matrix}$$

द्वारा परिभाषित फलन f के सांतत्य का परीक्षण कीजिए।

22. If $x \quad a(\quad \sin \ )$ and $y \quad a(1 \quad \cos \ )$, find $\dfrac{dy}{dx}$ at $\quad \dfrac{}{2}$.

यदि $x \quad a(\quad \sin \ )$ और $y \quad a(1 \quad \cos \ )$, तो $\quad \dfrac{}{2}$ के लिए $\dfrac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

23. Solve the following differential equation :

निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$x\frac{dy}{dx} \quad 2y \quad x^{2}\log x$$

Or / अथवा

Verify that $y \quad \tan^{\ 1} x$ is a solution of the differential equation

$$(1 \quad x^2)\frac{d^2y}{dx^2} \quad 2x\frac{dy}{dx} \quad 0$$

सत्यापित कीजिए कि $y \quad \tan^{\ 1} x$, अवकल समीकरण $(1 \quad x^2)\frac{d^2y}{dx^2} \quad 2x\frac{dy}{dx} \quad 0$ का हल है।

24. Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{\log x}{x(1 \quad \log x)(2 \quad \log x)}\,dx$$

Or / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x^2 \quad 1}{x^4 \quad x^2 \quad 1}\,dx$$

25. Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$_0^{\ /2} \frac{1}{1 \quad \sqrt{\tan x}}\,dx$$

26. Find the intervals in which the function defined by $f(x) \quad x^3 \quad 9x^2 \quad 24x \quad 12$ is *(a)* increasing and *(b)* decreasing.

वह अन्तराल ज्ञात कीजिए, जिसमें $f(x) \quad x^3 \quad 9x^2 \quad 24x \quad 12$ द्वारा परिभाषित फलन (क) वर्धमान तथा (ख) ह्रासमान है।

27. Find the ratio in which the line segment joining the points (2, – 3, 5) and (7, 1, 3) is divided by the *xz*-plane.

वह अनुपात ज्ञात कीजिए, जिसमें बिन्दुओं (2, – 3, 5) और (7, 1, 3) को मिलाने वाला रेखाखण्ड *xz*-समतल द्वारा विभाजित होता है।

28. Find a unit vector perpendicular to both the vectors $\vec{a}\ \ \vec{b}$ and $\vec{a}\ \ \vec{b}$, where $\vec{a}\ \ \hat{i}\ \ \hat{j}\ \ \hat{k}$ and $\vec{b}\ \ \hat{i}\ \ 2\hat{j}\ \ 3\hat{k}$.

$\vec{a}\ \ \vec{b}$ तथा $\vec{a}\ \ \vec{b}$ दोनों सदिशों के लम्बवत् एकक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{a}\ \ \hat{i}\ \ \hat{j}\ \ \hat{k}$ तथा $\vec{b}\ \ \hat{i}\ \ 2\hat{j}\ \ 3\hat{k}$.

SECTION–D

खण्ड–द

29. Solve the following system of linear equations using matrix method :

आव्यूह विधि का उपयोग करके निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$\begin{array}{cccc} x & y & z & 4 \\ 2x & y & 3z & 0 \\ x & y & z & 2 \end{array}$$

Or* / *अथवा

Find the inverse of the matrix A given below using elementary transformations :

प्रारम्भिक स्थानांतरण विधि का उपयोग करके नीचे दिए हुए आव्यूह A का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए :

$$A \quad \begin{matrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{matrix}$$

30. Show that the area of a right-angled triangle of given hypotenuse is maximum when the triangle is isosceles.

सिद्ध कीजिए कि दिए हुए कर्ण वाले समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा, यदि वह त्रिभुज समद्विबाहु है।

Or* / *अथवा

Find the local maxima and local minima of the function defined by $f(x)\ \ 2x^3\ \ 3x^2\ \ 12x\ \ 8$.

$f(x)\ \ 2x^3\ \ 3x^2\ \ 12x\ \ 8$ द्वारा परिभाषित फलन का स्थानीय उच्चिष्ठ एवं स्थानीय निम्निष्ठ ज्ञात कीजिए।

31. Using integration, find the area of the smaller region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{9} \quad \frac{y^2}{4} \quad 1$ and the straight line $\frac{x}{3} \quad \frac{y}{2} \quad 1$.

समाकलन का उपयोग करके दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{9} \quad \frac{y^2}{4} \quad 1$ तथा सरल रेखा $\frac{x}{3} \quad \frac{y}{2} \quad 1$ द्वारा घिरे छोटे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

32. Find the equation of the plane passing through the points (–1, 1, 1) and (1, –1, 1) and perpendicular to the plane $x \quad 2y \quad 2z \quad 5$.

बिन्दुओं (–1, 1, 1) और (1, –1, 1) से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो समतल $x \quad 2y \quad 2z \quad 5$ पर लम्ब है।

33. A dealer has ₹ 15,000 only for purchase of rice and wheat. A bag of rice costs ₹ 1,500 and a bag of wheat costs ₹ 1,200. He has storage capacity of ten bags only. The dealer gets a profit of ₹ 100 and ₹ 80 per bag of rice and wheat respectively. Formulate this as a linear programming problem to get maximum profit and solve it graphically.

एक व्यापारी के पास चावल और गेहूँ खरीदने के लिए केवल ₹ 15,000 हैं। चावल के एक बोरे का मूल्य ₹ 1,500 तथा गेहूँ के एक बोरे का मूल्य ₹ 1,200 है। उसके पास केवल दस बोरे रखने के लिए जगह उपलब्ध है। व्यापारी चावल और गेहूँ के प्रत्येक बोरे पर क्रमशः ₹ 100 तथा ₹ 80 लाभ प्राप्त करता है। अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए इस समस्या को रैखिक प्रोग्रामन समस्या में रूपान्तरित कीजिए और इसे आरेखीय विधि से हल कीजिए।

OLD

This Question Paper contains **28** questions.

इस प्रश्न-पत्र के अन्तर्गत **28** प्रश्न हैं।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे] [पूर्णांक : 100

Note : (i) This Question Paper consists of *two* Sections, viz., 'A' and 'B'.

(ii) *All* questions from Section 'A' are to be attempted. However, in some questions, internal choice is given.

(iii) Section 'B' has *two* options. Candidates are required to attempt questions from *one option* only.

निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में **दो** खण्ड हैं—खण्ड 'अ' तथा खण्ड 'ब'।

(ii) खण्ड 'अ' के **सभी** प्रश्नों को हल करना है। कुछ प्रश्नों के अन्तर्गत विकल्प दिए गए हैं।

(iii) खण्ड 'ब' में **दो** विकल्प हैं। परीक्षार्थियों को केवल **एक विकल्प** के ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

SECTION–A

खण्ड–अ

1. Which term of the AP 20, $19\frac{1}{4}$, $18\frac{1}{2}$, $17\frac{3}{4}$, ... is the first negative term? 2

समांतर श्रेणी 20, $19\frac{1}{4}$, $18\frac{1}{2}$, $17\frac{3}{4}$, ... का कौन-सा पद प्रथम ऋणात्मक पद है?

2. In how many ways 5 men and 4 women can be seated in a row so that no two men are together? 2

5 पुरुषों तथा 4 स्त्रियों को एक पंक्ति में कितने प्रकार से बैठाया जा सकता है कि कोई दो पुरुष एकसाथ न हों?

3. If $A \quad \{1, 2, 3, 4\}$, $B \quad \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $C \quad \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ and $D \quad \{9, 10, 11, 12, 13\}$, then find $(A \quad D) \quad (B \quad C)$. 2

यदि $A \quad \{1, 2, 3, 4\}$, $B \quad \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $C \quad \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ तथा $D \quad \{9, 10, 11, 12, 13\}$ है, तो $(A \quad D) \quad (B \quad C)$ ज्ञात कीजिए।

4. If $f(x) \quad x \quad \frac{1}{x}$, prove that $[f(x)]^3 \quad f(x^3) \quad 3f \quad \frac{1}{x}$. 2

यदि $f(x) \quad x \quad \frac{1}{x}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $[f(x)]^3 \quad f(x^3) \quad 3f \quad \frac{1}{x}$.

Or* / *अथवा

If $f(x) \quad 3x \quad 1$ and $g(x) \quad x^2 \quad 2$, then find *(a)* $f \circ g(x)$ and *(b)* $(g \circ f)(x)$. Is $f \circ g(x) \quad (g \circ f)(x)$?

यदि $f(x) \quad 3x \quad 1$ तथा $g(x) \quad x^2 \quad 2$ है, तो (क) $f \circ g(x)$ तथा (ख) $(g \circ f)(x)$ ज्ञात कीजिए। क्या $f \circ g(x) \quad (g \circ f)(x)$ होगा?

5. Prove that

सिद्ध कीजिए कि

$$\tan^{\ 1} \frac{1}{7} \quad \tan^{\ 1} \frac{1}{13} \quad \tan^{\ 1} \frac{2}{9}$$ 2

6. Find n, if ${}^{2n \ \ 1}P_n : {}^{2n \ \ 1}P_n \quad 11:42$. 2

यदि ${}^{2n \ \ 1}P_n : {}^{2n \ \ 1}P_n \quad 11:42$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

7. Find the equation of the circle concentric with the circle $x^2 \quad y^2 \quad 6x \quad 2y \quad 11 \quad 0$ and passing through the centre of the circle $x^2 \quad y^2 \quad 16$. 2

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो वृत्त $x^2 \quad y^2 \quad 6x \quad 2y \quad 11 \quad 0$ का संकेन्द्री है तथा वृत्त $x^2 \quad y^2 \quad 16$ के केन्द्र से होकर जाता है।

8. If 1, , ^{2} are cube roots of unity, then prove the following : 2

यदि 1, , ^{2} इकाई के घनमूल हैं, तो निम्न सिद्ध कीजिए :

$$(1 \quad\quad ^2)^5 \quad (1 \quad\quad ^2)^5 \quad 32$$

9. Examine the continuity of the following function at $x \quad 1$: 3

निम्न फलन के लिए $x \quad 1$ पर सतत होने का परीक्षण कीजिए :

$$f(x) \quad \begin{matrix} 1 \quad 3x, & x \quad 1 \\ 2 \quad, & x \quad 1 \end{matrix}$$

Or / अथवा

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x \quad a(t \quad \sin t)$ and $y \quad a(1 \quad \cos t)$.

यदि $x \quad a(t \quad \sin t)$ तथा $y \quad a(1 \quad \cos t)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

10. If one root of the equation $ax^2 \quad bx \quad c \quad 0$, $a \quad 0$ be square of the other, then prove that $b^3 \quad ac^2 \quad a^2c \quad 3abc$. 3

यदि समीकरण $ax^2 \quad bx \quad c \quad 0$, $a \quad 0$ का एक मूल, दूसरे मूल का वर्ग है, तो सिद्ध कीजिए कि $b^3 \quad ac^2 \quad a^2c \quad 3abc$.

Or / अथवा

Express the following complex number in the form of $x \quad yi$:

निम्न सम्मिश्र संख्या को $x \quad yi$ के रूप में व्यक्त कीजिए :

$$\frac{3 \quad i}{4 \quad 2i}$$

11. Find : 3

ज्ञात कीजिए :

$$\frac{1 \quad \sin x}{1 \quad \cos x} dx$$

Or / अथवा

Find the equation of the tangent to the curve $4x^2 \quad 9y^2 \quad 36$ at the point $(3\cos \quad , 2\sin \quad)$.

वक्र $4x^2 \quad 9y^2 \quad 36$ के बिन्दु $(3\cos \quad , 2\sin \quad)$ पर स्पर्श-रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

12. If $A \quad \begin{matrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix}$, find $A^2 \quad 5A \quad 4I$, where I is an identity matrix. 3

यदि $A \quad \begin{matrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix}$ है, तो $A^2 \quad 5A \quad 4I$ ज्ञात कीजिए, जहाँ I एक तत्समक आव्यूह है।

Or / अथवा

Using the properties of determinants, prove the following :

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} b \quad c & a & a \\ b & c \quad a & b \\ c & c & a \quad b \end{vmatrix} \quad 4abc$$

13. A bag contains 3 red, 6 white and 7 blue balls. Two balls are taken out of the bag, one after the other. Find the probability that the drawn balls are white and blue. 3

एक थैले में 3 लाल, 6 सफेद तथा 7 नीली गेंदें हैं। थैले में से दो गेंदें, एक के बाद एक, निकाली गईं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंदें सफेद तथा नीली हैं।

14. Find the equation of a line passing through the mid-point of the line segment joining the points (5, 13) and (– 4, 1) and perpendicular to the line $3x \quad 4y \quad 7 \quad 0$. 4

उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं (5, 13) तथा (– 4, 1) को मिलाने वाली रेखाखण्ड के मध्यबिन्दु से होकर जाती है तथा रेखा $3x \quad 4y \quad 7 \quad 0$ पर लम्ब है।

15. If $y \quad \sqrt{\dfrac{1 \quad \sin 2x}{1 \quad \sin 2x}}$, find $\dfrac{dy}{dx}$. 4

यदि $y \quad \sqrt{\dfrac{1 \quad \sin 2x}{1 \quad \sin 2x}}$ है, तो $\dfrac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

Or* / *अथवा

If $y \quad x^{x} \quad x^{\sin x}$, find $\dfrac{dy}{dx}$.

यदि $y \quad x^{x} \quad x^{\sin x}$ है, तो $\dfrac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

16. Find the mean and variance for the following data : 4

निम्न आँकड़ों के लिए माध्य तथा प्रसरण ज्ञात कीजिए :

Marks *अंक*	15–25	25–35	35–45	45–55	55–65	65–75	75–85
No. of students *विद्यार्थियों की संख्या*	3	5	9	12	15	4	2

17. Find the term independent of x in the following expansion : 4

निम्न प्रसार में x से स्वतंत्र पद ज्ञात कीजिए :

$$3x^2 \quad \frac{1}{3x} \quad ^{9}$$

18. Solve the following differential equation : 4

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\sin x \frac{dy}{dx} \quad y \cos x \quad 2 \sin^2 x \cos x$$

19. Find the equation of the parabola whose focus is (2, 3) and whose directrix is $x \quad 4y \quad 3 \quad 0$. 4

उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसकी नाभि (2, 3) है तथा जिसकी नियता $x \quad 4y \quad 3 \quad 0$ है।

20. Find the general solution of the following trigonometric equation : 6

निम्न त्रिकोणमितीय समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$\cos mx \quad \sin nx \quad 0$$

Or / अथवा

Prove that $a \cos \frac{B \quad C}{2} \quad (b \quad c) \sin \frac{A}{2}$, using sine formula.

साइन फॉर्मूला के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि $a \cos \frac{B \quad C}{2} \quad (b \quad c) \sin \frac{A}{2}$.

21. Using matrices, solve the following system of equations : 6

आव्यूहों द्वारा निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x \quad 2y \quad 3z \quad 4$$
$$2x \quad 3y \quad 2z \quad 2$$
$$3x \quad 3y \quad 4z \quad 11$$

22. Evaluate : 6

मान ज्ञात कीजिए :

$$_0 \; \frac{x}{1 \quad \sin x} \, dx$$

Or / अथवा

Find the area of the region bounded above by $y \quad x \quad 6$, bounded below by $y \quad x^2$ and bounded on the sides by the lines $x \quad 0$ and $x \quad 2$.

उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जो ऊपर से $y \quad x \quad 6$ द्वारा घिरा है, नीचे से $y \quad x^2$ द्वारा और दोनों ओर से रेखाओं $x \quad 0$ तथा $x \quad 2$ द्वारा घिरा है।

23. Find the sum of the first n terms of the series 1.3 3.5 5.7 6

श्रेणी 1.3 3.5 5.7 ... के प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

24. A window is in the form of a rectangle surmounted by a semicircular opening. If the perimeter of the window be 30 m, find its dimensions so that greatest possible light may be admitted. 6

एक आयताकार खिड़की पर एक अर्धवृत्ताकार खुला भाग लगा है। यदि खिड़की का परिमाप 30 मी० है, तो खिड़की की विमाएँ ज्ञात कीजिए ताकि खिड़की से अधिकतम संभावित प्रकाश अंदर आ सके।

SECTION–B

खण्ड–ब

OPTION–I

विकल्प–I

(Vectors and 3-Dimensional Geometry)

(सदिश तथा त्रि-आयाम ज्यामिति)

25. Find a unit vector parallel to the resultant of two vectors $\vec{a}\quad 3\hat{i}\quad 2\hat{j}\quad 4\hat{k}$ and $\vec{b}\quad \hat{i}\quad \hat{j}\ \ 2\hat{k}$. 2

दो सदिशों $\vec{a}\quad 3\hat{i}\quad 2\hat{j}\quad 4\hat{k}$ तथा $\vec{b}\quad \hat{i}\quad \hat{j}\quad 2\hat{k}$ के परिणामी सदिश के समांतर एक मात्रक (इकाई) सदिश ज्ञात कीजिए।

26. If $\vec{a}\quad 3\hat{i}\quad 2\hat{j}\quad 6\hat{k}$ and $\vec{b}\quad 4\hat{i}\quad 3\hat{j}\quad \hat{k}$, find $\vec{a}\quad \vec{b}$. Also find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$. 3

यदि $\vec{a}\quad 3\hat{i}\quad 2\hat{j}\quad 6\hat{k}$ तथा $\vec{b}\quad 4\hat{i}\quad 3\hat{j}\quad \hat{k}$ है, तो $\vec{a}\quad \vec{b}$ ज्ञात कीजिए। $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

27. Find the equation of the plane passing through the points (0, 2, 3), (2, 0, 3) and (2, 3, 0). 4

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं (0, 2, 3), (2, 0, 3) तथा (2, 3, 0) से होकर जाता है।

***Or* / अथवा**

Find the equation of the plane passing through the points (– 1, 2, 3) and (2, – 3, 4) and which is perpendicular to the plane $3x \quad y \quad z \quad 5 \quad 0$.

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं (– 1, 2, 3) तथा (2, – 3, 4) से होकर जाता है एवं समतल $3x \quad y \quad z \quad 5 \quad 0$ के लम्बवत् है।

28. Find the centre and radius of the circle given by the equations $x^2 \quad y^2 \quad z^2 \quad 6x \quad 4y \quad 12z \quad 36 \quad 0$, $x \quad 2y \quad 2z \quad 1$. 6

उस वृत्त का केन्द्र तथा उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए, जो समीकरणों $x^2 \quad y^2 \quad z^2 \quad 6x \quad 4y \quad 12z \quad 36 \quad 0$, $x \quad 2y \quad 2z \quad 1$ द्वारा प्रदत्त है।

OPTION–II

विकल्प–II

(Mathematics for Commerce, Economics and Business)

(वाणिज्य, अर्थशास्त्र तथा व्यापार के लिए गणित)

25. A man bought ₹ 12,000 of 10% stock at ₹ 92 and sold it when the price rose to ₹ 98. Find his total gain and gain percent. 2

एक व्यक्ति ने 10% का ₹ 12,000 का स्टॉक, ₹ 92 के भाव से खरीदा तथा उसका मूल्य ₹ 98 होने पर बेच दिया। उसका कुल लाभ तथा लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

26. Construct by simple average of price-relative method, the price index of 2004, taking 1999 as base year from the following data : 3

मूल्यानुपातों के सरल माध्य की रीति से निम्न आँकड़ों से 1999 को आधार वर्ष मानकर वर्ष 2004 के लिए मूल्य सूचकांक ज्ञात कीजिए :

Commodity (वस्तु)	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*
Price in 1999 (in ₹) *1999 में मूल्य* (₹ में)	60	50	60	50	25	20
Price in 2004 (in ₹) *2004 में मूल्य* (₹ में)	80	60	72	75	37·5	30

27. A person at the age of 25 years takes an insurance policy of sum assured ₹ 50,000 for 30 years term. Calculate the premium for annual payment from the following details : 4

एक व्यक्ति, जिसकी आयु 25 वर्ष है, ₹ 50,000 की बीमा पॉलिसी 30 वर्षों की अवधि के लिए लेता है। निम्न विवरणों के अनुसार वार्षिक भुगतान के लिए प्रीमियम की गणना कीजिए :

Tabular premium/₹ 1,000 तालिका प्रीमियम/₹ 1,000	:	₹ 40
Rebate for large sum assured अधिक बीमा राशि के लिए छूट	:	₹ 2/₹ 1,000
Rebate for annual payment वार्षिक भुगतान के लिए छूट	:	3%

Or / अथवा

Shivam Enterprises manufactures 60 units of steam-iron per day and its input cost is ₹ 200 per unit. The company adds a value of ₹ 100 and then sells it after paying 10% excise duty. Calculate the final price of each steam-iron and how much total duty has been paid at the end of the month, when the transaction is without Cenvat.

शिवम एन्टरप्राइज़ेस 60 इकाई स्टीम-प्रेस (iron) प्रतिदिन बनाती है, जिस पर उनका व्यय ₹ 200 प्रति इकाई है। कम्पनी मूल्य में ₹ 100 जोड़कर उस पर 10% उत्पाद-शुल्क देकर, उन्हें बेचती है। प्रत्येक स्टीम-प्रेस का अंतिम मूल्य ज्ञात कीजिए तथा ज्ञात कीजिए कि मास के अंत में कुल कितना उत्पाद-शुल्क देना पड़ा, जबकि सौदा बगैर सैनवाट का है।

28. The marginal revenue function for a product is given by

$$\text{MR} \quad \frac{6}{(x \quad 3)^2} \quad 4$$

Find the total revenue function and the demand function. 6

एक उत्पाद का सीमांत आय फलन

$$\text{MR} \quad \frac{6}{(x \quad 3)^2} \quad 4$$

द्वारा प्रदत्त है। कुल आय फलन तथा माँग फलन ज्ञात कीजिए।

★ ★ ★