Code No. 9053

Reg. No. : ....

Name : ....

Second Year – March 2018

Time : 2½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Questions 1-7. Answer any 6 questions. Each carries 3 scores.

(Scores : $6 \times 3 = 18$)

1. Consider A = {1, 2, 3}

   (a) Let R_1 = {(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 3)} is a relation on A. Check whether R_1 is reflexive or symmetric. **(Score : 1)**

   (b) Show that $R_2 = \{(a, b) : a \leq b\}$ defined on A is transitive. **(Scores : 2)**

2. Find the angle between the vectors $a = i + j - k$ and $b = i - j - k$ **(Scores : 3)**

3. (a) If a line makes equal angles with the co-ordinate axes, find the direction cosines of the line. **(Scores : 2)**

   (b) Write the direction angles and direction cosines of the X-axis. **(Score : 1)**

4. Consider the matrices $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

   (a) Find 2A + B **(Scores : 2)**

   (b) Can you find 2A + B' ? Why ? **(Score : 1)**

5. (a) Find the area of a triangle with vertices (1, 0), (6, 0) and (4, 3) **(Scores : 2)**

   (b) Evaluate $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$ **(Score : 1)**

6. (a) Find $\int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx$ **(Score : 1)**

   (b) Find $\int \frac{\sin^3 x - 1}{\sin^2 x} dx$ **(Scores : 2)**

ചോദ്യം 1-7 : ഏതെങ്കിലും 6 ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം.

(സ്കോർസ് : $6 \times 3 = 18$)

1. $A = \{1, 2, 3\}$ എന്ന് ഗണം പരിഗണിക്കുക.

   (a) A-യിലെ ഒരു ബന്ധമാണ്, $R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$. R_1 റിഫ്ലക്സീവോ സിമ്മട്രിക്കോ ആണെന്ന് പരിശോധിക്കുക. (സ്കോർ : 1)

   (b) A-യിലെ $R_2 = \{(a, b) : a \leq b\}$ എന്ന ബന്ധം ട്രാൻസിറ്റീവ് ആണോ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

2. $a = i + j - k$, $b = i - j - k$ എന്നീ വെക്ടറുകളുടെ ഇടയിലുള്ള കോണളവ് കാണുക.

(സ്കോർസ് : 3)

3. (a) ഒരു രേഖ അക്ഷങ്ങളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണളവുകൾ തുല്യമായാൽ ആ രേഖയുടെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

   (b) X-അക്ഷത്തിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കോണുകളും ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസും എഴുതുക. (സ്കോർ : 1)

4. $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ എന്നീ മാട്രിക്സുകൾ പരിഗണിക്കുക.

   (a) $2A + B$ കാണുക. (സ്കോർസ് : 2)

   (b) $2A + B'$ കണ്ടുപിടിക്കാൻ പറ്റുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ? (സ്കോർ : 1)

5. (a) (1, 0), (6, 0), (4, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ശീർഷങ്ങളായ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

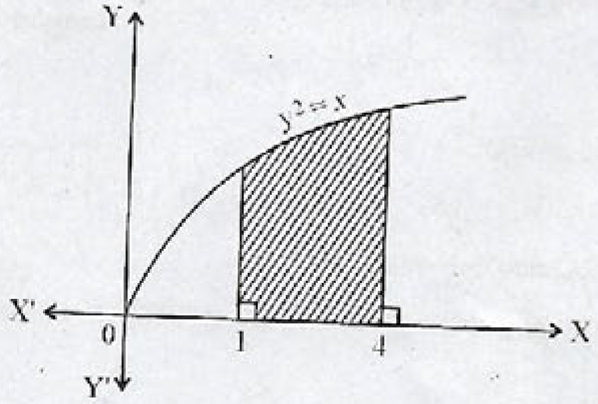
   (b) $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$ യുടെ വിലയെന്ത് ? (സ്കോർ : 1)

6. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

   (a) $\int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx$ (സ്കോർ : 1)

   (b) $\int \frac{\sin^3 x - 1}{\sin^2 x} dx$ (സ്കോർസ് : 2)

7. Find the area of the shaded region in the figure given below : **(Scores : 3)**



Questions 8 – 17 : Answer any 8 questions. Each carries 4 scores.

(Scores : 8 × 4 = 32)

8. Let $f : R \to R$ be the function given by $f(x) = \frac{2x - 1}{4}$.

(a) Find $f \circ f$ **(Score : 1)**

(b) Show that f is invertible. **(Scores : 3)**

9. Show that :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$$

(Scores : 4)

10. (a) Write $\tan^{-1} \frac{2x}{1 - x^2}$ in the simplest form. **(Scores : 2)**

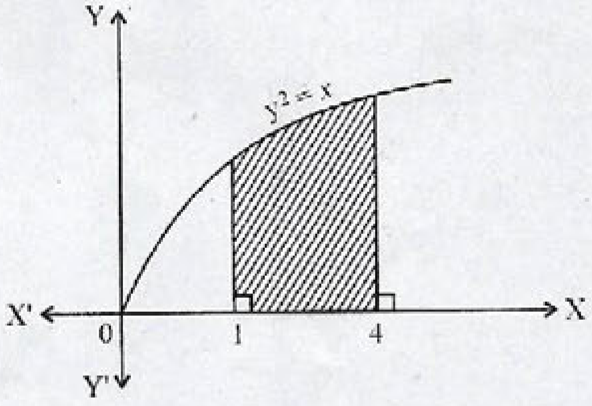
(b) Prove that $\tan^{-1}x + \tan^{-1} \frac{2x}{1 - x^2} = \tan^{-1}\left(\frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}\right), |x| < \frac{1}{\sqrt{3}}$ **(Scores : 2)**

11. Prove that the function defined by $f(x) = \begin{cases} \sin x - \cos x & \text{if } x \neq 0 \\ -1 & \text{if } x = 0 \end{cases}$

is continuous on R.

(Scores : 4)

7. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക : (സ്കോർസ് : 3)



ചോദ്യം 8 – 17 : ഏതെങ്കിലും 8 ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം

(സ്കോർസ് : $8 \times 4 = 32$)

8. $f(x) = \frac{2x-1}{4}$, $f : R \rightarrow R$ എന്ന ഏകദം പരിഗണിക്കുക.

(a) $f \circ f$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)

(b) f ഇൻവെർട്ടിബിൾ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

9. $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 4)

10. (a) $\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ ന്റെ ലഘുരൂപം എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 2)

(b) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$, $|x| < \frac{1}{\sqrt{3}}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

11. $f(x) = \begin{cases} \sin x - \cos x & \text{if } x \neq 0 \\ -1 & \text{if } x = 0 \end{cases}$ എന്ന ഏകദം R-ൽ കണ്ടിന്യൂസ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 4)

12. Evaluate :

(a) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ **(Score : 1)**

(b) $\int_{-4}^{4} |x+2|\, dx$ **(Scores : 3)**

13. Solve :

$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec}\frac{y}{x} = 0$ **(Scores : 4)**

14. Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = r^2$ **(Scores : 4)**

15. (a) Find the Cartesian equation of the line passes through (–2, 4, –5) and parallel to the line $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$ **(Scores : 3)**

(b) Check whether (3, 14, 4) is a point on $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$ **(Score : 1)**

16. Consider the L.P.P.

Maximize $Z = 2x + y$

Subject to $x + y \leq 3$

$x \leq 2$

$x \geq 0, y \geq 0$

(a) Draw the feasible region. **(Scores : 2)**

(b) Find the corner points of the feasible region. **(Score : 1)**

(c) Find the corner at which Z has maximum value. **(Score : 1)**

12. വില കാണുക :

(a) $\int_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$ (സ്കോർ : 1)

(b) $\int_{-4}^{4} |x+2| \, dx$ (സ്കോർസ് : 3)

13. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക :

$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec} \frac{y}{x} = 0$ (സ്കോർസ് : 4)

14. $x^2 + y^2 = r^2$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. (സ്കോർസ് : 4)

15. (a) (–2, 4, –5) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നതും $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$ എന്ന വരയ്ക്ക് സമാന്തരവുമായ വരയുടെ കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(സ്കോർസ് : 3)

(b) (3, 14, 4) എന്ന ബിന്ദു $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$ എന്ന രേഖയിലുള്ളതാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (സ്കോർ : 1)

16. $x + y \leq 3$, $x \leq 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ ആയാൽ $Z = 2x + y$ യുടെ പരമാവധി വില കാണുന്നതിനുള്ള LPP പരിഗണിക്കുക.

(a) ഫീസിബിൾ റീജ്യന്റെ ചിത്രം വരയ്ക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

(b) ഫീസിബിൾ റീജ്യന്റെ ശീർഷങ്ങൾ കാണുക. (സ്കോർ : 1)

(c) Z-ന് പരമാവധി വില കിട്ടുന്ന ശീർഷമേത്? (സ്കോർ : 1)

17. A random variable X has the following probability distribution :

X	1	2	3	4	5	6
P(X)	m^2	$3m^2 - m$	m	m^2	$m^2 + m$	0

Find :

(a) Value of m

(b) $P(X > 4)$

(c) $P(1 < X < 4)$ **(Scores : 2 + 1 + 1)**

Questions : 18 – 24 : Answer any 5 questions. Each carries 6 scores.

(Scores : 5 × 6 = 30)

18. If $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

(a) Find A′, the transpose of A. **(Score : 1)**

(b) Compute $A - A'$, and $A - A'$. **(Scores : 2)**

(c) Express A as the sum of symmetric and a skew symmetric matrices. **(Scores : 3)**

19. (a) Find the inverse of $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ **(Scores : 4)**

(b) Solve the system of equations :

$2x + y + 3z = 4$

$4x - y = -4$

$2x + 2y + z = 0$ **(Scores : 2)**

20. (a) If $y = \tan^{-1} x$, show that $(1 + x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x = 0$ **(Scores : 3)**

(b) If $y = x \tan^{-1} x$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$ **(Scores : 3)**

17. X എന്ന റാന്റം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു :

X	1	2	3	4	5	6
P(X)	m^2	$3m^2 - m$	m	m^2	$m^2 + m$	0

(a) Value of m

(b) $P(X > 4)$

(c) $P(1 < X < 4)$

എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 2 + 1 + 1)**

ചോദ്യം 18 – 24 : ഏതെങ്കിലും 5 ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വിതം

(സ്കോർസ് : 5 × 6 = 30)

18. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ ആണെങ്കിൽ

(a) A യുടെ ട്രാൻസ്പോസ്, A' കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർ : 1)**

(b) A + A', A – A' എന്നിവ കാണുക. **(സ്കോർസ് : 2)**

(c) A എന്നത് ഒരു സിമ്മട്രിക് മാട്രിക്സിന്റേയും ഒരു സ്ക്യൂ സിമ്മട്രിക് മാട്രിക്സിന്റേയും തുകയായി എഴുതുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

19. (a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$-ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കാണുക. **(സ്കോർസ് : 4)**

(b) നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക :

$2x + y + 3z = 4$

$4x - y = -4$

$2x + 2y + z = 0$ **(സ്കോർസ് : 2)**

20. (a) $y = \tan^{-1} x$ ആയാൽ $(1 + x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

(b) $y = x \tan^{-1} x$ ആണെങ്കിൽ $\frac{d^2y}{dx^2}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(സ്കോർസ് : 3)**

21. Given that $C(x) = 8x^2 - 7x + 4$ is a function in x.

(a) Find approximate value of C when $x = 5.001$ (Scores : 3)

(b) Find the value of x when C is minimum. (Scores : 3)

22. Let $\bar{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$

$\bar{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\bar{c} = \hat{i} - \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$

(a) Find $\bar{a} + \bar{b}$ and $\bar{a} - \bar{b}$ (Scores : 2)

(b) Write $[\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}]$ as a determinant. (Score : 1)

(c) Find λ if $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ are coplanar. (Scores : 3)

23. Consider the following LPP :

Maximize $Z = 3x + 2y$

Subject to $x + y \leq 50$

$3x + y \leq 90$

$x \geq 0, y \geq 0$

(a) Draw the feasible region. (Scores : 3)

(b) Solve the LPP. (Scores : 3)

24. When a die is thrown 7 times, getting a 5 is considered as a success.

(a) Is it a Bernoulli trail ? If so, write the probability of success and probability of failure. (Scores : 2)

(b) Find the probability of getting (Scores : 4)

(i) 2 success

(ii) Zero success

21. $C(x) = 8x^2 - 7x + 4$ എന്നത് x ലുള്ള ഒരു ഫംഗ്ഷനാണ്.

(a) $x = 5.001$ ആകുമ്പോൾ $C(x)$-ന്റെ ഏകദേശ വില കാണുക. (സ്കോർസ് : 3)

(b) $C(x)$ – മിനിമം ആകുമ്പോൾ x-ന്റെ വിലയെന്ത് ? (സ്കോർസ് : 3)

22. $\bar{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\bar{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\bar{c} = \hat{i} - \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ ആയാൽ

(a) $\bar{a} + \bar{b}$, $\bar{a} - \bar{b}$ എന്നിവ കാണുക. (സ്കോർസ് : 2)

(b) $[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ ഒരു ഡിറ്റർമിനന്റായി എഴുതുക. (സ്കോർ : 1)

(c) $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ എന്നിവ കോപ്ലാനർ ആണെങ്കിൽ λ-യുടെ വിലയെന്ത് ? (സ്കോർസ് : 3)

23. $x + y \leq 50$, $3x + y \leq 90$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ ആകുമ്പോൾ $Z = 3x + 2y$ ന്റെ പരമാവധി വില കാണുന്നതിനുള്ള LPP തന്നിരിക്കുന്നു.

(a) ഫീസിബിൾ റീജ്യന്റെ ചിത്രം വരയ്ക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

(b) LPP നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. (സ്കോർസ് : 3)

24. ഒരു ഡൈ 7 പ്രാവശ്യം എറിയുമ്പോൾ 5 കിട്ടുക എന്നത് സക്സസ്സ് ആയി പരിഗണിക്കുക.

(a) ഇത് ഒരു ബെർണൌലി ട്രയൽ ആണോ ? സക്സസ്സിന്റെയും ഫെയിലിയറിന്റേയും പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. (സ്കോർസ് : 2)

(b) താഴെ പറയുന്നവയുടെ പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 4)

(i) 2 സക്സസ്സ്

(ii) സീറോ സക്സസ്