

[101]

यदि $a^{\frac{1}{3}} = 11$ हो, तो $a^2 - 331a$ का मान कितना होगा?

a) 1331331

b) 1334331

c) 1331000

d) 1330030

Soln:-

$$a^{\frac{1}{3}} = 11$$

$$\therefore a = 1331$$

$$a^2 - 331a$$

$$= a(a - 331)$$

$$= 1331 \times 1000$$

$$= 1331000$$

[102]

यदि किसी दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (HCF) 12 और लघुत्तम समापवर्तक (LCM) 924 है, तो ऐसी संख्याओं के कुल कितने जोड़े होंगे?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

Soln:-

$$\therefore H.C.F = 12$$

$$\therefore \text{माना पहली संख्या} = 12x$$

$$\text{दूसरी संख्या} = 12y$$

$$\therefore 1^{\text{st}} \text{ num} \times 2^{\text{nd}} \text{ num} = L.C.M \times H.C.F$$

$$\therefore 12x \times 12y = 924 \times 12$$

$$\therefore x \times y = \frac{924 \times 12}{12 \times 12}$$

$$\therefore x \times y = 77$$

$$\therefore \text{Either } x=11, y=7 \text{ or } x=7, y=11 \text{ or } x=1, y=77 \text{ or } x=77, y=1$$

$$\therefore \text{कुल 2 जोड़े संभव हैं।}$$

[103] * यदि $\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = 2$ हो, तो $\sin \theta$ का मान कितना होगा?

a) $2/\sqrt{3}$

b) $\sqrt{3}/2$

c) $1/2$

d) 1

Soln:-

$$\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = \frac{2}{1}$$

इस प्रकार के प्रश्न में जहाँ अंश में दो पदों का योग तथा हर में दो पदों का अंतर दिया हो या इसके विपरीत हो, हम एक विशेष पद्धति का प्रयोग कर सकते हैं जिसे Componendo dividendo कहा जाता है।

Suppose, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{x}{y}$

$$\therefore \frac{(a+b) + (a-b)}{(a+b) - (a-b)} = \frac{x+y}{x-y}$$

$$\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = \frac{2}{1} \quad \left(\frac{\tan \theta + \cot \theta + \tan \theta - \cot \theta}{\tan \theta + \cot \theta - \tan \theta + \cot \theta} = \frac{2+1}{2-1} \right)$$

$$\therefore \frac{2 \tan \theta}{2 \cot \theta} = \frac{3}{1}$$

$$\therefore \tan^2 \theta = 3$$

$$\therefore \tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \sin \theta = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

[104] ✓
 * यदि $x^2 = y+z$, $y^2 = z+x$, $z^2 = x+y$ हो तो $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}$ का मान होगा:
 a) -1 b) 1 c) 2 d) 4

Soln:- $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}$ (पहले पद में x , दूसरे में y , तथा तीसरे में z से अपर नीचे गुणा करने पर)

$$= \frac{x}{x^2+x} + \frac{y}{y^2+y} + \frac{z}{z^2+z}$$

$$= \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+z} + \frac{z}{x+y+z}$$

$$= \frac{x+y+z}{x+y+z}$$

$$= \boxed{1}$$

[105] ✓
 * यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ हो तो $x^{18} + x^{12} + x^6 + 1$ का मान कितना होगा?
 a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Soln:- $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^6+1}{x^3} + 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^6+1}{x^3} = 0$$

$$\Rightarrow x^6+1 = 0$$

$$x^{18} + x^{12} + x^6 + 1$$

$$x^{12}(x^6+1) + 0$$

$$= x^{12} \times 0 + 0$$

$$= 0 + 0$$

$$= \boxed{0}$$

[108.] ✓

3 धन, जिनके किनारे क्रमशः 3cm, 4cm तथा 5cm हैं, पिछलाकर एक अकेला धन बना दिया जाता है। तदनुसार, उसनए धन का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा ?

- a) 215 cm^2 b) 216 cm^2 c) 115 cm^2 d) 150 cm^2

Soln:-

3 धन का आयतन = एक अकेला धन का आयतन

$$(3^3 + 4^3 + 5^3) = 216$$

$$\therefore a^3 = 216$$

$$a = 6$$

$$\therefore \text{पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6a^2$$

$$= 6 \times 36$$

$$= \boxed{216 \text{ cm}^2}$$

[109.] ✓

* एक लंबूज को भार के अनुसार 3:5 के अनुपात में दो टुकड़े में काटा गया है। उनमें बड़े टुकड़े को भार के अनुसार पुनः 5:7 के अनुपात में काटा गया। तदनुसार, उन तीनों टुकड़ों का अनुपात ज्ञात करें।

- a) 15:25:26 b) 5:7:9 c) 3:5:7 d) $36:25:35$

Soln:-

$$\text{नया अनुपात} = \frac{3}{8} : \frac{5}{8} \times \frac{5}{12} : \frac{5}{8} \times \frac{7}{12}$$

$$= \frac{3}{8} : \frac{25}{96} : \frac{35}{96}$$

$$= \frac{36}{96} : \frac{25}{96} : \frac{35}{96}$$

$$= \boxed{36:25:35}$$

[110] ✓

* यदि $a = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-3}$ तथा $b = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-3}$ हो, तो $(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1} = ?$

$a > 48\sqrt{2}$

$b > 50\sqrt{3}$

$c > 1$

$d > 5$

Soln:-

$\therefore a = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-3}$

तथा $b = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-3}$

$\therefore a = \frac{1}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^3}$

$\therefore b = \frac{1}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^3}$

$\therefore a^3 = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore b^3 = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore a^3 \times b^3 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1$

$\therefore ab = 1$

$(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$

$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}$

$= \frac{a+b+2}{a+b+1+ab}$

$= \frac{(a+b+2)}{(a+b+2)} (\because ab=1)$

$= 1$

[111] ✓

* यदि $a^2 + b^2 = 5ab$ हो, तो $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ का मान कितना होगा ?

$a > 32$

$b > 16$

$c > 23$

$d > -23$

Soln:-

$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$

$= \frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2}$

$= \frac{(a^2 + b^2)^2 - 2a^2 b^2}{a^2 b^2}$

$= \frac{(5ab)^2 - 2a^2 b^2}{a^2 b^2}$

$= \frac{23a^2 b^2}{a^2 b^2}$

$= 23$

$a^2 + b^2 = 5ab$

$\therefore (a^2 + b^2)^2 = 25a^2 b^2$

$\therefore a^4 + b^4 + 2a^2 b^2 = 25a^2 b^2$

$\therefore a^4 + b^4 = 23a^2 b^2$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$

$= \frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2}$

$= \frac{23a^2 b^2}{a^2 b^2} = 23$

112] ✓

एक व्यक्ति ने काले मोजों के 4 जोड़ों तथा भूरे मोजों के कुछ जोड़ों का आदेश दिया। उनमें काले जोड़ी का मूल्य भूरे जोड़ी का दुगुना था। उनका बिल तैयार करते समय लिपिक ने गलती से काले और भूरे जोड़ों की संख्या में अदला-बदली कर दी, जिससे बिल में 50% की वृद्धि हो गई। तदनुसार, मूल रूप से मोजों के काले तथा भूरे जोड़ों का अनुपात क्या था?

a) 2 : 1

b) 1 : 4

c) 1 : 2

d) 4 : 1

Soln:-

	काला	भूरा	
Qty →	4	x	
Rate →	2	1	= (8+x)
Total →	8	x	

गुटि होने पर,

	x	4	
Qty →	x	4	
Rate →	2	1	= (2x+4)
Total →	2x	4	

∴ प्रश्नानुसार,

$$(8+x) \times \frac{150}{100} = (2x+4)$$

$$9 \quad 24+3x = 4x+8$$

$$9 \quad x = 16$$

$$\therefore \text{संख्या का अनुपात} = 4 : 16$$

$$= \boxed{1 : 4}$$

[113]

* $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 14$ होता $x = ?$

a) +8

b) -6

c) ± 2

d) ± 4

Soln:-

$$\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 14$$

$$= \frac{(x+\sqrt{x^2-1})^2 + (x-\sqrt{x^2-1})^2}{x^2 - x^2 + 1} = 14$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 - 1 + 2x\sqrt{x^2-1} + x^2 + x^2 - 1 - 2x\sqrt{x^2-1} = 14$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 2 = 14$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = \pm 2$$

[114]

* 5 मिमी व्यास वाली एक बेलनाकार नलिका में से जल 10 m/min की गति से प्रवाहित होता है। तदनुसार, उससे उस शंकु बर्तन को भरने में कितना समय लगेगा, जिसके आधार का व्यास 30 सेमी तथा ऊँचाई 24 सेमी है?

a) 28 min 48 sec

b) 51 min 12 sec

c) 51 min 24 sec

d) 28 min 36 sec

Soln:-

1 मिनिट में पाईप द्वारा निकलने वाली

का आयतन = $\pi \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} \times 1000 = \frac{125\pi}{2} \text{ cm}^3$

शंकुवाकार बर्तन का आयतन = $\frac{1}{3} \pi \times 15^2 \times 24$
 $= 1800\pi \text{ cm}^3$

$$\therefore \frac{\frac{125\pi}{2}}{1800\pi}$$

1 मिनट में
 $\frac{1800\pi \times 2}{125\pi} = \frac{144}{5} \text{ min}$

= 28 min 48 sec

[115]

* 200 मी. ऊँचाई वाली एक पहाड़ी की चोटी से, एक मीनार के शीर्ष तथा तल के अवनमन कोण 30° तथा 60° मापे गए। तदनुसार, उस मीनार की ऊँचाई (मी. में) कितनी है?

a) $400\sqrt{3}/3$

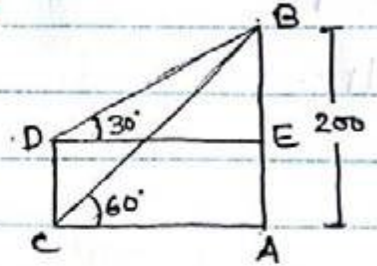
b) $166\frac{2}{3}$

c) $133\frac{1}{3}$

d) $200\sqrt{3}$

Soln:-

Figure:-



$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{200}{AC}$$

$$\therefore AC = \frac{200}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore DE = AC = \frac{200}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{BE}{DE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BE \times \sqrt{3}}{200}$$

$$3BE = 200$$

$$BE = \frac{200}{3}$$

$$\therefore DC = AE = AB - BE$$

$$= 200 - \frac{200}{3}$$

$$= \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3} \text{ m}$$

Short process:-

$$\tan 30^\circ : \tan 60^\circ$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} : \sqrt{3}$$

$$1 : 3$$

$$\frac{400}{3} = 133\frac{1}{3} \text{ m}$$

[116]

* एक क्रिकेट खिलाड़ी की 30 पारियों का औसत 40 रन है। उसका अधिकतम स्कोर, न्यूनतम स्कोर से 100 रन ज्यादा है। यदि उस दोनों पारियों को शामिल न किया जाए, तो शेष 28 पारियों का औसत 38 रनों का है। तदनुसार, उस खिलाड़ी का न्यूनतम स्कोर है ?

a) 15

b) 18

c) 20

d) 12

Soln:-

38

x

40

$$14 \times 2 : 1 \times 2 (\because 28:2=14:1)$$

$$\therefore x - 40 = 28$$

$$x = 68$$

$$\therefore \text{दो पारियों का कुल स्कोर} = 2 \times 68 = 136 \text{ रन}$$

$$\text{यदि न्यूनतम स्कोर} = x$$

$$\therefore \text{अधिकतम स्कोर} = x + 100$$

$$\therefore x + x + 100 = 136$$

$$2x = 36$$

$$\therefore x = 18$$

[117]

एक गादाम 15m लंबा तथा 12m चौड़ा है। उसमें उसके फर्श और भीतरी छत का क्षेत्रफल चारों दीवारों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है। तदनुसार उस गादाम का आयतन (मी³) कितना होगा ?

a) 900

b) 1200

c) 1800

d) 720

Soln:-

$$\therefore 2(l+b)h = 2l \times b$$

$$2 \times h = 180$$

$$h = \frac{180}{2} = \frac{90}{1}$$

$$\therefore \text{आयतन} = l \times b \times h = 12 \times 15 \times \frac{90}{1} = 1200 \text{ मी}^3$$

[118]

* यदि दो संख्याओं के योग का वर्ग उनके गुणनफल का 4 गुना हो, तो उन संख्याओं का अनुपात कितना होगा ?

a) $2:1$

b) $1:3$

c) $1:1$

d) $1:2$

Soln:-

$$\therefore (x+y)^2 = 4xy$$

$$\& (x+y)^2 - 4xy = 0$$

$$\& (x-y)^2 = 0$$

$$\& x-y = 0$$

$$\& x = y$$

$$\therefore x : y = 1:1$$

[119]

* यदि $x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ तथा $y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ हो, तो x^3+y^3 का मान क्या होगा ?

a) 950

b) 730

c) 650

d) 970

Soln:-

$$\therefore x \times y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = 1$$

$$x+y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{2\{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2\}}{1}$$

$$= 2 \times 5 = 10$$

$$\therefore x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$= 10^3 - 3 \times 1(10)$$

$$= 1000 - 30$$

$$= 970$$

[20]

* दो लंब वृत्ताकार शंकुओं का आयतन 4:1 अनुपात में हैं और उनके व्यास का अनुपात 5:4 अनुपात में है। तदनुसार उनकी ऊँचाइयों का अनुपात कितना होगा?

a) 25:16

b) 25:64

c) 64:25

d) 16:25

Soln:- $V_1 : V_2 = 4:1$

$d_1 : d_2 = 5:4$

$\therefore r_1 : r_2 = 5:4$

$\therefore h_1 : h_2 = \frac{V_1}{r_1^2} : \frac{V_2}{r_2^2}$

$= \frac{4}{25} : \frac{1}{16}$

$= \boxed{64:25}$

[21]

* यदि $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ हो, तो $\sin \theta + \cos \theta = ?$

a) -2

b) ± 2

c) $\sqrt{7}/2$

d) 2

Soln:-

माना कि, $\sin \theta + \cos \theta = x$

$\therefore (\sin \theta - \cos \theta)^2 + (\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{1}{4} + x^2$

$\therefore 2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \frac{1}{4} + x^2$

$\therefore x^2 = 2 - \frac{1}{4}$

$\therefore x = \sqrt{\frac{7}{4}} = \boxed{\sqrt{7}/2}$

[122] यदि $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{7}{2}$ हो, तो $\operatorname{cosec} \theta$ का मान क्या होगा?

a) $47/28$

b) $51/28$

c) $53/28$

d) $49/28$

Soln:-

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{7}{2}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{2}{1} \quad (\because \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1)$$

$$2 \operatorname{cosec} \theta = \frac{7}{2} + \frac{2}{1} = \frac{53}{2}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = \frac{53}{28}$$

[123] एक खरगोश शिकारी कुत्ते से 87.5 मीटर आगे चल रहा है। जब खरगोश 4 छलांग लगाता है तो शिकारी कुत्ता 3 छलांग लगाता है। यदि एक छलांग में शिकारी कुत्ता व खरगोश क्रमशः $2\frac{3}{4}$ मीटर तथा $1\frac{3}{4}$ मीटर जाते हैं, तो कितनी छलांगों में शिकारी कुत्ता खरगोश से आगे निकल जाएगा?

a) 200

b) 210

c) 250

d) 280

Soln:-

$$\text{कुत्ते का } 3 \text{ छलांग} = \text{खरगोश का } 4 \text{ छलांग}$$

$$\therefore \text{ " " } 1 \text{ " " } = \text{ " " } \frac{4}{3} \text{ छलांग}$$

$\therefore 1$ छलांग में खरगोश एवं कुत्ते द्वारा लगे की गई दूरियों का

$$\text{अंतर} = \frac{11}{4} - \frac{7}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{11}{4} - \frac{7}{3} = \frac{5}{12} \text{ m.}$$

$$\therefore \text{ लगाई गई छलांगों की संख्या (कुत्ते द्वारा): } \frac{87.5 \times 12}{5}$$

$$= 210$$

124]

A तथा B मिलकर एक व्यापार आरंभ करते हैं। A अकेला ही ₹4,50,000 की कुल पूंजी इस शर्त पर लगाता है कि आधी पूंजी पर B उसे 10% वार्षिक दर से व्याज देगा तथा लाभ को दोनों में बराबर-बराबर बाँटा जायेगा। लाभ को बाँटने से पहले B को निरीक्षण कार्य के लिए ₹1200 प्रतिमाह भी दिया जाता है। यदि वर्ष के अंत में B की आय, A की आय से आधी हो, तो कुल वार्षिक लाभ बात कीजिए।

a) ₹81,800

b) ₹85,800

c) ₹91,800

d) ₹92,800

Soln:-

माना कि कुल लाभ = $2x$

∴ B को एक वर्ष में ₹1200 के दर से मिला धन = $12 \times ₹1200$
 $= ₹14,400$

∴ शेष लाभ = $(2x - 14,400)$

लाभ का वितरण अब शेष लाभ से होगा तथा लाभ यदि 1:1 में होगा तो पूंजी भी 1:1 में ही होगा।

	A	B
पूंजी =	2,25,000	2,25,000
लाभ =	$x - 7200$	$x - 7200$ ($\frac{2x - 14400}{2} = x - 7200$)

∴ B द्वारा दिये व्याज = $\frac{2,25,000 \times 10}{100} = ₹22,500$

∴ वर्ष के अंत में A का लाभ B के लाभ से दुगुना होगा।

∴

	A	B
	$x - 7200 + 22500$	$= 2(x - 7200 + 14400 - 22,500)$

9 $x + 15300 = 2(x - 15300)$

9 $x + 15,300 = 2x - 30,600$

9 $x = ₹45,900$

∴ कुल लाभ = $2x = (2 \times 45,900)$

= ₹91,800

[125]

* 5 वर्ष बाद देय ₹ 3600 के ऋण को बराबर वार्षिक किस्तों में चुकाना है। यदि साधारण व्याज की दर 10% वार्षिक हो, तो प्रत्येक किस्त की राशि कितनी होगी?

a) ₹ 550

b) ₹ 600

c) ₹ 625

d) ₹ 650

Soln:-

इस प्रकार के प्रश्न में यदि मान लिया जाय कि यदि किस्तों की संख्या 2 अथवा तीन है तो उसके लिए हम निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :-

यदि किस्त = ₹ x दर = 8%, किस्तों की संख्या = 2, देय राशि = K

$$\therefore \left(x + x \times 1 \times \frac{8}{100} \right) + x = K$$

यदि किस्त = ₹ x , दर = 8%, किस्तों की संख्या = 3, देय राशि = K

$$\therefore \left(x + x \times 2 \times \frac{8}{100} \right) + \left(x + x \times 1 \times \frac{8}{100} \right) + x = K$$

\therefore माना प्रत्येक किस्त = ₹ x , दर = 10%, किस्तों की संख्या = 5
देय राशि = ₹ 3600

\therefore सूत्र के अनुसार,

$$\left(x + x \times 4 \times \frac{10}{100} \right) + \left(x + x \times 3 \times \frac{10}{100} \right) + \dots + \left(x + x \times 1 \times \frac{10}{100} \right) + x = ₹ 3600$$

$$\therefore \frac{14x}{10} + \frac{13x}{10} + \frac{12x}{10} + \frac{11x}{10} + x = ₹ 3600$$

$$\frac{60x}{10} = 3600$$

$$\therefore x = \frac{3600 \times 10}{60} = ₹ 600$$

[126.]

* एक 10 वर्ष के लड़के को अपने पिता से ₹ 50,000 प्राप्त हुए जो एक ट्रस्ट में जमा कर दिये गये। ट्रस्ट ने यह धन 4% वार्षिक साधारण व्याज पर दे दिया। यह ट्रस्ट ₹ 1200 प्रति वर्ष इस लड़के को देता है तथा ट्रस्ट का खर्च ₹ 300 वार्षिक है। 18 वर्ष की आयु होने पर उस लड़के को ट्रस्ट से कितना धन मिलेगा?

a) ₹ 38000

b) ₹ 54,000

c) ₹ 62,000

d) ₹ 70,000

Soln:-

$$\text{मूलधन} = ₹ 50,000$$

$$\text{कुल व्याज} = 8 \times 4\% = 32\% \text{ (8 वर्ष का व्याज)}$$

$$\therefore \text{व्याज} = \frac{50000 \times 32}{100} = ₹ 16000$$

$$\text{लड़के को ट्रस्ट द्वारा दिये गये राशि} = 8 (₹ 1200 + ₹ 300)$$

$$= 8 \times 1500$$

$$= ₹ 12,000$$

$$\therefore \text{शेष दिये गये राशि} = (50000 + 16000 - 12000)$$

$$= ₹ 54,000$$

[127.]

* एक व्यक्ति ₹ 9000 इस शर्त पर उधार लेता है कि उधार दी गई धन-राशि को ₹ 1000 मासिक की दस किस्तों में दस मास में वापिस करना होगा। साधारण व्याज की वार्षिक दर बता करें?

a) $20\frac{2}{3}\%$

b) $25\frac{2}{3}\%$

c) $26\frac{2}{3}\%$

d) $26\frac{2}{3}\%$

Soln:-

$$10 \text{ मास में दिये कुल धन राशि} = 10 \times 1000$$

$$= ₹ 10,000$$

$$\therefore \text{व्याज} = (10,000 - 9000) = ₹ 1000$$

$$\therefore \left(9000 \times \frac{r}{12 \times 100} \right) + \left(\frac{8000 \times r}{100 \times 12} \right) + \left(\frac{1000 \times r}{100 \times 12} \right) = ₹ 1000$$

$$\therefore (9000 + 8000 + 7000 + 1000) \times \frac{r}{100 \times 12} = 1000$$

$$45000 \times r = 1200000$$

$$r = \frac{1200}{45} = \frac{240}{9} = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}\%$$

[128]

* ₹ 1025 का ऋण दो बराबर वार्षिक किस्तों में चुकाना है। यदि चक्रवृद्धि व्याज की दर 5% वार्षिक हो, तो प्रत्येक किस्त का मान क्या होगा?

a) ₹ 550

b) ₹ 560

c) ₹ 560.75

d) ₹ 551.25

Soln:-

जब व्याज की दर चक्रवृद्धि रूप से संयोजित हो और हमें किस्त की राशि ज्ञात करनी हो तो हम निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे।

यदि किस्त = ₹ x , दर = 5%, समय = 2 वर्ष or किस्तों की संख्या = 2
दिया राशि or ऋण = K
तो,

$$\frac{x}{(1+\frac{5}{100})} + \frac{x}{(1+\frac{5}{100})^2} = K$$

यदि किस्त = ₹ x , दर = 5%, किस्तों की संख्या = 3, ऋण = K
तो,

$$\frac{x}{(1+\frac{5}{100})} + \frac{x}{(1+\frac{5}{100})^2} + \frac{x}{(1+\frac{5}{100})^3} = K$$

∴ माना कि किस्त की राशि = ₹ x , दर = 5%, ऋण = 1025 समय = 2 वर्ष

$$\therefore \frac{x}{(1+\frac{5}{100})} + \frac{x}{(1+\frac{5}{100})^2} = ₹ 1025$$

$$\therefore \frac{20x}{21} + \frac{400x}{441} = 1025$$

$$\therefore 420x + 400x = 1025 \times 441$$

$$\therefore 820x = 1025 \times 441$$

$$\therefore x = \frac{1025 \times 441}{820} =$$

$$\therefore x = \frac{2205}{4} = ₹ 551.25$$

[129]

* किसी धन पर एक निश्चित दर से 3 वर्ष का साधारण ब्याज ₹ 225 है तथा इसी धन पर इसी दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ₹ 153 है। मूलधन तथा ब्याज की दर ज्ञात करें।

$$a) ₹ 1500, 4\%$$

$$b) ₹ 1700, 4\%$$

$$c) ₹ 1800, 3\%$$

$$d) ₹ 1875, 4\%$$

Soln:-

Year →	1	2	3
S.I →	75	75	75
C.I →	75	78	

किसी भी मूलधन का किसी भी दर से 1 वर्ष का साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज समान होता है। अतः प्रथम वर्ष का साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज ₹ 75 होगा। अतः द्वितीय वर्ष में चक्रवृद्धि ब्याज में ₹ 3 की बढ़ाव होती रही है क्योंकि चक्रवृद्धि ब्याज में पहले वर्ष का ब्याज मूलधन में जाकर जुड़ जाता है। अतः ₹ 3, ₹ 75 का जितना प्रतिशत होगा वही ब्याज की दर होगी।

$$\therefore \frac{3}{75} \times 100 = 4\%$$

$$\therefore \text{ब्याज की दर} = 4\%$$

माना कि मूलधन = ₹ x.

$$\therefore x \times 4\% = ₹ 75 \text{ (प्रथम वर्ष का ब्याज)}$$

$$\therefore x = \frac{75 \times 100}{4}$$

$$\therefore x = ₹ 1875$$

[130]

* 3 वर्ष बाद देय ₹ 4913 का वर्तमान मूल्य क्या होगा जबकि व्याज $6\frac{1}{4}\%$ की दर से चक्रवृद्धि रूप से संयोजित होती है?

a) ₹ 3600

b) ₹ 4000

c) ₹ 4096

d) ₹ 4460

Soln:-

यदि किसी देय राशि का वर्तमान मूल्य ज्ञात करना हो जब व्याज चक्रवृद्धि रूप से संयोजित होती हो, तो हम निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :-

माना कि देय धन = ₹ x , समय = n वर्ष, दर = $R\%$ वार्षिक (चक्रवृद्धि) तो,

$$\text{वर्तमान मूल्य} = \frac{x}{\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n}$$

$$\therefore \text{वर्तमान मूल्य} = \frac{4913}{\left(1 + \frac{25}{4 \times 100}\right)^3}$$

$$= \frac{4913}{\left(\frac{17}{16}\right)^3}$$

$$= \frac{4913 \times 16 \times 16 \times 16}{17 \times 17 \times 17}$$

$$= \boxed{₹ 4096}$$

[131]

* यदि $a = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ तथा $b = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ हो तो, $(a^2 + b^2 + ab)$ का मान क्या होगा

a) 185

b) 195

c) 200

d) 175

Soln:-

$$\therefore a \times b = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 1$$

$$\text{तथा, } a+b = \frac{(2+\sqrt{3})^2 + (2-\sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2\{(2)^2 + (\sqrt{3})^2\}}{4 - 3} = 2 \times 7 = 14$$

$$\therefore a^2 + b^2 + ab = (a+b)^2 - ab$$

$$= 14^2 - 1$$

$$= 196 - 1$$

$$= \boxed{195}$$

[132.]

* यदि $\sqrt{\frac{x-a}{x-b}} + \frac{a}{x} = \sqrt{\frac{x-b}{x-a}} + \frac{b}{x}$, $b \neq a$ हो, तो x का मान क्या होगा?

a) $\frac{b}{a+b}$

b) $\frac{ab}{a+b}$

c) 1

d) $\frac{a}{a+b}$

Soln:-

$$\sqrt{\frac{x-a}{x-b}} + \frac{a}{x} = \sqrt{\frac{x-b}{x-a}} + \frac{b}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x-b}} - \frac{\sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a}} = \frac{b}{x} - \frac{a}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{x-a-x+b}{\sqrt{x^2-ax-bx+ab}} = \frac{b-a}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{-(b-a)}{\sqrt{x^2-ax-bx+ab}} = \frac{-(b-a)}{x}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{x^2-ax-bx+ab}$$

$$\Rightarrow x^2 = x^2-ax-bx+ab \quad (\text{दोनों ओर वर्ग करने पर})$$

$$\Rightarrow x(a+b) = ab$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{ab}{a+b}}$$

[133.]

* यदि $x = 2 + \sqrt{3}$ हो, तो $\frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^3}$ का मान क्या होगा?

a) 65

b) 56

c) 69

d) 67

Soln:-

$$\because x = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3} \quad (\because a^2 - b^2 = 1)$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^3} &= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 64 - 12 + 4 \\ &= 64 - 8 \\ &= \boxed{56} \end{aligned}$$

[134]

* यदि $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ हो, तो $\frac{x^2 + y^2}{x^3 + y^3}$ का मान क्या होगा?

a) $7/38$

b) $7/40$

c) $7/19$

d) $7/26$

Soln:-

$$\therefore x \times y = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$x + y = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$\therefore \frac{x^2 + y^2}{x^3 + y^3} = \frac{(x + y)^2 - 2xy}{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}$$

$$= \frac{4^2 - 2}{4^3 - 3 \times 4}$$

$$\Rightarrow \frac{14}{52} = \boxed{\frac{7}{26}}$$

[135]

* यदि $(a + b + c) = 0$, तो $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$ का मान क्या होगा?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

Soln:-

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} \quad (\text{पहले पद को } a \text{ से दूसरे को } b \text{ से तथा तीसरे को } c \text{ से उपर नीचे गुणा करने पर})$$

$$\frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc}$$

$$= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$$

$$= \frac{3abc}{abc} \quad (\because a + b + c = 0 \text{ तो } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc)$$

$$= \boxed{3}$$

[136]

* यदि $a^x = (x+y+z)^y$, $a^y = (x+y+z)^z$ तथा $a^z = (x+y+z)^x$ हो तो $(x+y+z)$ का मान कितना होगा?

a) 0

b) a^3

c) 1

d) a

Soln:-

$$\therefore a^x \times a^y \times a^z = (x+y+z)^y \times (x+y+z)^z \times (x+y+z)^x$$

$$\therefore a^{(x+y+z)} = (x+y+z)^{(x+y+z)}$$

$$\therefore \boxed{x+y+z = a}$$

[137]

* यदि $x = a(b-c)$, $y = b(c-a)$ और $z = c(a-b)$, तो $\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{z}{c}\right)^3 = ?$

a) $\frac{xyz}{3abc}$

b) $3xyzabc$

c) $\frac{3xyz}{abc}$

d) $\frac{xyz}{abc}$

Soln:-

$$\therefore x = a(b-c), y = b(c-a), z = c(a-b)$$

$$\therefore \frac{x}{a} = (b-c), \frac{y}{b} = (c-a), \frac{z}{c} = (a-b)$$

$$\therefore \left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{z}{c}\right)^3$$

$$= (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3 \quad (\because b-c+c-a+a-b=0)$$

$$= 3(b-c)(c-a)(a-b) \quad (\because x^3+y^3+z^3 = 3xyz)$$

$$= \boxed{\frac{3xyz}{abc}}$$

[138]

* यदि $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{cz+ax} = \frac{z^2}{ax+by} = 1$ तो $\frac{a}{a+x} + \frac{b}{b+y} + \frac{c}{c+z}$ का मान क्या होगा ?

a) -1

b) 2

c) 1

d) -2

Soln:-

$$\therefore x^2 = by + cz, y^2 = cz + ax, z^2 = ax + by$$

$$\frac{a}{a+x} + \frac{b}{b+y} + \frac{c}{c+z}$$

$$\frac{ax}{ax+x^2} + \frac{by}{by+y^2} + \frac{cz}{cz+z^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{पहले पद को } x \text{ दूसरे को } y \text{ तथा तीसरे को } z \text{ से उपर-नीचे गुणा करने पर} \end{array} \right.$$

$$= \frac{ax}{ax+by+cz} + \frac{by}{ax+by+cz} + \frac{cz}{ax+by+cz}$$

$$= \frac{(ax+by+cz)}{(ax+by+cz)}$$

$$= 1$$

[139]

* एक नगर की जनसंख्या 3,11,250 है। उसमें स्त्रियों तथा पुरुषों का अनुपात 43:40 है। तदनुसार, यदि पुरुषों में साक्षरों की संख्या 24% हो और स्त्रियों में 8% हो, तो उस नगर में साक्षरों की कुल संख्या होगी ?

a) 41,800

b) 48,900

c) 56,800

d) 99,600

Soln:- Alligation process:-

$$\begin{array}{ccc} \text{पुरुष} & & \text{स्त्री} \\ 24\% & \xrightarrow{16} & 8\% \\ & x & \end{array}$$

$$\frac{40 \times 16}{83} : 43 \quad 83 \times \frac{16}{83}$$

$$\therefore x = \left(\frac{640}{83} + 8 \right)\% = \frac{640 + 664}{83} = \frac{1304}{83}\%$$

$$\therefore \text{साक्षरों की कुल संख्या} = \frac{3,11,250 \times 1304}{83 \times 100}$$

$$= 48,900$$

[140] ✓

* यदि $(x + \frac{1}{x})^2 = 3$ हो, तो $x^{72} + x^{66} + x^{54} + x^{36} + x^{24} + x^6 + 1$

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Soln:-

$$(x + \frac{1}{x})^2 = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\therefore (x + \frac{1}{x})^3 = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} (x + \frac{1}{x}) = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$\therefore x^6 + 1 = 0$$

$$\therefore x^6 = -1$$

$$\begin{aligned} & x^{72} + x^{66} + x^{54} + x^{36} + x^{24} + x^6 + 1 \\ &= (x^6)^{12} + (x^6)^{11} + (x^6)^9 + (x^6)^6 + (x^6)^4 + x^6 + 1 \\ &= 1 - 1 - 1 + 1 + 1 + 1 - 1 \\ &= \boxed{1} \end{aligned}$$

[141] ✓

* यदि $(x + \frac{1}{x})^2 = 3$ हो, तो $x^{206} + x^{210} + x^{90} + x^{84} + x^{18} + x^{12} + x^6 + 1$

a) 1

b) 0

c) 84

d) 206

Soln:-

$$\therefore (x + \frac{1}{x})^3 = 3$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 0 \quad (\text{As the previous question})$$

$$x^6 = -1 \quad \text{or, } x^6 + 1 = 0$$

Process-1

$$\begin{aligned} & x^{206} + x^{210} + x^{90} + x^{84} + x^{18} + x^{12} + x^6 + 1 \\ & \underline{x^{210}(x^6+1) + x^{84}(x^6+1) + x^{12}(x^6+1) + x^6 + 1} \\ & \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ & \quad 0 + \quad 0 + \quad 0 + \quad 0 \\ &= \boxed{0} \end{aligned}$$

or, Process-2

$$\begin{aligned} & \therefore x^6 = -1 \\ & \therefore x^{206} + x^{210} + x^{90} + x^{84} + x^{18} + x^{12} + x^6 + 1 \\ & \underline{x^{210}(x^6+1) + (x^6)^{15} + (x^6)^{14} + (x^6)^3 + (x^6)^2 + x^6 + 1} \\ & \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ & \quad 0 + (-1) + 1 + (-1) + 1 + (-1) + 1 \\ &= 0 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \\ &= \boxed{0} \end{aligned}$$

[142]

महेश ₹ 1,60,000 वार्षिक वेतन पर विफय प्रतिनिधि के रूप में काम करना शुरू करता है। यदि उसके वेतन में प्रतिवर्ष 15% की वृद्धि होती है, तो उसने कंपनी के लिए कितने वर्षों तक काम किया जब उसका वेतन ₹ 2,79,841 हो गया?

a) 4 वर्ष

b) 3 वर्ष

c) 2 वर्ष

d) 1 वर्ष

Soln:-

$$\therefore A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$\therefore 2,79,841 = 1,60,000 \left(1 + \frac{15}{100}\right)^n$$

$$\therefore \frac{2,79,841}{1,60,000} = \left(\frac{115}{100}\right)^n = \left(\frac{23}{20}\right)^n$$

$$\therefore \left(\frac{23}{20}\right)^4 = \left(\frac{23}{20}\right)^n$$

$$\therefore n = 4 \text{ वर्ष}$$

[143]

वेतन का व्यय और बचत 5:1 के अनुपात में है। उसका वेतन 25% बढ़ा दिया जाय और बचत 15%, उसके व्यय में प्रतिशत वृद्धि होगी?

a) 18 %

b) 27 %

c) 28 %

d) 32 %

Soln:- Alligation Process:-

व्यय

बचत

x

15%

25%

$$5 \times 2 : 1 \times 2$$

$$\therefore x - 25 = 2$$

$$\therefore x = 27 \%$$

[144]

* यदि किसी समबाहु त्रिभुज के भीतर किसी बिंदु से त्रिभुज की भुजाओं पर लंबों की लंबाई क्रमशः 5 सेमी, 10 सेमी और 15 सेमी हैं, तो त्रिभुज की ऊँचाई होगी ?

a) 10 सेमी

b) 30 सेमी

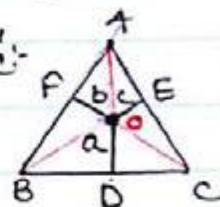
c) 40 सेमी

d) 20 सेमी

Soln:-

इस प्रकार के प्रश्न के लिए हम एक Figure:- विशेष सूत्र का प्रयोग करेंगे जो निम्न है:-

यदि किसी समबाहु त्रिभुज के किसी एक बिंदु से त्रिभुज के भुजाओं पर डाले गए लंबों की लंबाई क्रमशः a, b तथा c हैं तो,



$$\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{(a+b+c)^2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{समबाहु त्रिभुज का परिमाप} = (a+b+c) \sqrt{3}$$

माना कि त्रिभुज की भुजा = a

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{(a+b+c)^2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{900}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore a^2 = \frac{300 \sqrt{3} \times 4}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore a = 20\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\frac{900}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \times 20\sqrt{3} \times h$$

$$\therefore h = \frac{900 \times 2}{20\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$\therefore h = 30 \text{ cm.}$$

* (In another process of the previous math:-)

$$\therefore \text{त्रिभुज की भुजा} = \frac{\text{परिमाप}}{3}$$

$$\therefore a = \frac{(a+b+c)2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore a = \frac{10 \times 30 \times 2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore a = 20\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँ}.$$

$$\therefore \frac{(a+b+c)^2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \times 20\sqrt{3} \times h.$$

$$\therefore \frac{900}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \times 20\sqrt{3} \times h.$$

$$\therefore h = \frac{900 \times 2}{3 \times 20}$$

$$\therefore \boxed{h = 30 \text{ cm.}}$$

अथ,
अ का मान ज्ञात करने के बाद ,

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँ}$$

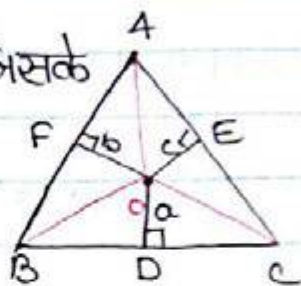
$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{1}{2} \times a \times h.$$

$$\therefore h = \frac{\sqrt{3} \times 2 \times 20\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore \boxed{h = 30 \text{ cm.}}$$

* Derivation of formula:-

माना कि ABC एक समबाहु त्रिभुज है जिसके भीतर किसी बिंदु O से AB, BC तथा AC भुजाओं पर डाले गए लंबों की लंबाई क्रमशः b, a तथा c है। त्रिभुज के भुजाओं की लंबाई x है।



रचना:- AO, BO तथा CO को मिलाया गया।

\therefore त्रिभुज का क्षेत्रफल = $(\triangle AOB + \triangle BOC + \triangle AOC)$ का क्षेत्रफल

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{1}{2} \times b \times x + \frac{1}{2} \times a \times x + \frac{1}{2} \times c \times x$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{1}{2} x (a+b+c)$$

$$\therefore x = \frac{(a+b+c) \cdot 2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{(a+b+c) \cdot 2}{\sqrt{3}} \right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{4(a+b+c)^2}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{(a+b+c)^2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{त्रिभुज का परिमाप} = 3 \times x$$

$$= \sqrt{3} \times \frac{2(a+b+c)}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{त्रिभुज का परिमाप} = (a+b+c) \cdot 2\sqrt{3}$$

[145.]

* तौ पाइप A तथा B किसी टंकी को एक साथ कुछ निश्चित समय में भरते हैं। A $2\frac{1}{2}$ h अधिक लेता है, (A+B) से तथा B, (A+B) से 10h अधिक लेता है तौ A तथा B द्वारा एक साथ भरने में लगा समय क्या होगा?

Q7 3 हांटा

b) 4 ઘંટા

c) 5 હંટા

Q7. 6 થાંટા

Soln:-

माना कि $(A+B)$ का २ घंटे लगते हैं।

$$\therefore A \text{ की लंबाई} = \left(x + \frac{5}{2}\right)h = \frac{2x+5}{2}h.$$

$$13 \quad n \quad n = (x+10)h.$$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{2}{2x+5} + \frac{1}{x+10}$$

$$9 \cdot \frac{1}{x} = \frac{2x+20+2x+5}{2x^2+25x+50}$$

$$9, 2x^2 + 25x + 50 = 2x^2 + 20x + 2x^2 + 5x$$

$$9 \quad 2x^2 + 25x + 50 = 4x^2 + 25x$$

9 $2x^2 = 50$

9. $x^2 = 25$

9 $x = 5$

Short process:-

यदि A किसी टंकी को भरने में $(A+13)$ से २h अधिक लेता है तथा B किसी टंकी को भरने में $(A+B)$ से ४h अधिक लेता है तो,

$(A+B)$ द्वारा लिया गया समय $= \sqrt{xy}$ h.

$$\therefore (4+13) \text{ द्वारा लिया गया समय } = \sqrt{\frac{5}{2} \times 105}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5 \text{ s}$$

* **Derivation of formula:-**

माना कि $(A+B)$ x में लगाता है। A , $(A+B)$ से a में अधिक लेता है
तथा B , $(A+B)$ से b में अधिक लेता है।

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+b}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{x+a+x+b}{x^2+ax+bx+ab}$$

$$\Rightarrow 2x^2+ax+bx = x^2+ax+bx+ab$$

$$\Rightarrow x^2 = ab$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{ab}$$

[146]

* जब कोई व्यक्ति एक समान दूरी v_1 और v_2 गति से तय करता है
तब उसकी औसत गति 8 km/h होती है, लेकिन जब वह समान
समय के लिए इन गतियों से चलते हैं तो औसत गति 9 km/h होती
है। उन दोनों की गतियों का अंतर क्या होगा?

$$a > 4 \text{ km/h}$$

$$b > 5 \text{ km/h}$$

$$c > 6 \text{ km/h}$$

$$d > 7 \text{ km/h}$$

Soln:-

$$\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = 8 \quad (\text{समान दूरी के लिए})$$

$$\frac{v_1+v_2}{2} = 9 \quad (\text{समान समय के लिए})$$

$$\therefore v_1+v_2 = 18$$

$$\therefore 2v_1v_2 = 18 \times 8$$

$$v_1 \times v_2 = 72, \quad v_1+v_2 = 18$$

$$\therefore (v_1-v_2)^2 = (v_1+v_2)^2 - 4v_1v_2$$

$$\Rightarrow (v_1-v_2)^2 = 18^2 - 4 \times 72$$

$$\Rightarrow (v_1-v_2)^2 = 324 - 288$$

$$\Rightarrow v_1-v_2 = \sqrt{36} = 6 \text{ km/h}$$

[147]

* किसी राशि का साधारण व्याज से 3 वर्ष का मिश्रधन ₹9440 हो जाता है। यदि व्याज की दर में 25% की वृद्धि कर दी जाये तो वह राशि 3 वर्ष की समय में ₹9800 हो जाती है। राशि तथा व्याज की दर ज्ञात करें।

a) ₹6000, 5% b) ₹8000, 6% c) ₹10000, 4% d) ₹12000, 3%

Soln:-

	1st situation		2nd situation
Rate =	100%		125%
	4	:	5
Time =	3 yrs		3 yrs
	12	:	15
	↓		↓
	₹1440		3 - ₹360
			1 - ₹120
			₹1800

$$\therefore \text{मूलधन} = (\text{₹9440} - \text{₹1440}) \text{ or } (\text{₹9800} - \text{₹1800})$$

$$= \text{₹8000}$$

1st Situation,

$$S.I = ₹(9440 - 8000)$$

$$= ₹1440$$

$$\therefore 3 \text{ वर्ष का साधारण व्याज} = \frac{1440}{3} = ₹480$$

$$\therefore \text{दर} = \frac{480}{8000} \times 100 = 6\%$$

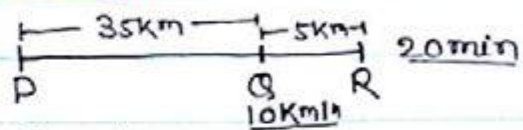
[148.]

* किसी महामार्ग पर P, Q तथा R तीन ऐसे स्थान हैं कि Q, P तथा R के बीच में स्थित हैं तथा $PQ = 35 \text{ km}$, $QR = 5 \text{ km}$ । एक मोटर वाला P से R की ओर Q के रास्ते से एकसमान गति से चला। मोटर वाले के जाने के ठीक 30 मिनट बाद एक साइकिल वाला Q से R की ओर 10 km/h की गति से चला। यदि साइकिल वाला मोटर वाले से 20 मिनट पहले पहुँचा हो तो मोटर वाले की गति कितनी होगी?

- a) 40 km/h b) 35 km/h c) 30 km/h d) 25 km/h .

Soln:-

5 km की दूरी को साइकिल सवार द्वारा $\frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ h} = 30 \text{ min}$ तय करने में लगा समय



जब साइकिल वाला 30 मिनट बाद चलता है तब वह मोटर वाले से 20 min पहले पहुँचता है। अतः यदि दोनों एक साथ निकलें तो साइकिल वाला $(30+20) = 50$ मिनट पहले पहुँचेंगा

\therefore मोटर वाले को कुल $(50+30) = 80$ मिनट लगेगा।

\therefore चाल = दूरी / समय

$$= 40 / 80 \text{ min}$$

$$= \frac{10 \times 40 \times 60^3}{480} = \boxed{30 \text{ km/h}}$$

[149.]

* एक व्यक्ति किसी स्थान पर 30 घंटे में पहुँचता है। यदि वह अपनी चाल में $1/15$ भाग कमी कर दे, तो वह उसी समय में 10 किमी कम चल पाता है। उसकी चाल प्रति घंटा बताइए।

- a) 6 km/h b) 5 km/h c) 4 km/h d) 3 km/h .

Soln:-

\therefore Time is constant

$$S \rightarrow 15 : 14 \quad (1 : \frac{14}{15} = 15 : 14)$$

$$D \rightarrow 15 : 14$$

$$\frac{150 \text{ km}}{1-10}$$

$$\therefore \text{चाल} = \frac{150}{30} = \boxed{5 \text{ km/h}}$$

जल एक जलयान किनारे से 44 किमी० दूरी पर था, तब उसमें एक छिद्र का पता लगा। यह छिद्र से 5.5 मिनट में 2.25 टन पानी जलयान में भर जाता है तथा 92 टन पानी जलयान में भरने पर जलयान डूब जाता है, परंतु एक पंप से प्रति घंटा 12 टन पानी बाहर निकाला जा सकता है। जलयान की आँसू शक्ति शांत करें ताकि जलयान किनारे पर पहुँचने पर डूबने की हो ?

$$d > 10.5 \text{ km/h}$$
$$= 10.5 \text{ km/h}$$

[151]
 * $10\frac{1}{2}$ मिनट के अंतर पर दो तोपें एक ही जगह से दागी गई लेकिन एक व्यक्ति ने, जो एक रेलगाड़ी में जा किसी स्थान से आ रही थी, बैठा है, उनकी आवाजों को 10 मिनट के अंतर पर सुना। यदि ध्वनि की गति 330 m/sec हो तो रेलगाड़ी की गति (किमी/घंटा) में कितनी होगी?

a) 111.80

b) 59.4

c) 58.6

d) 19.8

Soln:-

माना कि A से तोप दागी गई और रेलगाड़ी पर बैठा व्यक्ति B पर उसकी आवाज सुनता है। पुनः $10\frac{1}{2}$ मिनट के बाद A से एक और तोप दागी गई परंतु इस बार व्यक्ति C बिंदु पर उसका आवाज सुनता है 10 मिनट बाद। अर्थात् यदि रेलगाड़ी B पर ही रहता तो और 30sec बाद आवाज उसे B पर ही सुनाई देती।

\therefore रेलगाड़ी द्वारा 10 मिनट में तय की गई दूरी जो कि CB है ध्वनि द्वारा 30sec में तय की जाती है।

$$\therefore 330 \times 30 = x \times 600$$

$$\therefore x = \frac{330 \times 30}{2600}$$

$$= \frac{33}{2} \text{ m/s}$$

$$= \frac{33}{2} \times \frac{18}{5}$$

$$= 59.4 \text{ km/h}$$

[152]

* दो रेलगाड़ियां 650 किमी की दूरी पर स्थित दो बिंदुओं से एक दूसरी की ओर चलना प्रारंभ करती हैं। यदि वे दोनों एक ही समय पर एक दूसरे की ओर चलें तो 10 घंटे बाद मिलती हैं परंतु यदि इनमें से एक दूसरी से 4h 20min बाद चले तो बाद में चलने वाली रेलगाड़ी के चलने के 8h बाद ये दोनों मिलती हैं। प्रत्येक रेलगाड़ी की औसत चाल ज्ञात करें ?

a) (20, 25) km/h

b) (25, 30) km/h

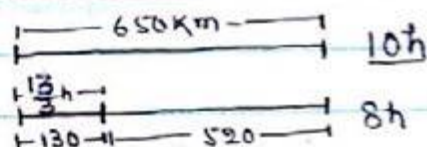
c) (30, 35) km/h

d) (35, 40) km/h

Soln:-

1st Situation →

सापेक्षिक चाल $x+y = \frac{650}{10} = 65 \text{ km/h}$



2nd Situation →

8h में सापेक्षिक चाल से तय की गई दूरी = $8 \times 65 = 520 \text{ km}$

∴ शेष $(650 - 520) = 130 \text{ km}$ की दूरी पहली रेलगाड़ी द्वारा $4\frac{1}{2} \text{ h}$ में तय की जाती है।

∴ पहली रेलगाड़ी की चाल = $\frac{130 \times 3}{13} = 30 \text{ km/h}$

∴ दूसरी रेलगाड़ी की चाल = $(65 - 30) = 35 \text{ km/h}$

[153]

* एक व्यक्ति शांत जल में 6 km/h की गति से नाव चला सकता है। एक नदी में नाव चलाने में समान दूरी के लिए उसे धारा के विरुद्ध जाने में धारा के साथ जाने की तुलना में दुगुना समय लेना है। धारा की गति होगी

a) 3.5 km/h

b) 3 km/h

c) 2.5 km/h

d) 2 km/h

Soln:-

Distance is constant

$$\begin{array}{ccc} T \rightarrow & 1 & : & 2 \\ S \rightarrow & 2 & : & 1 \end{array}$$

According to the ratio:-

शांत जल में चाल = $\frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$

धारा की चाल = $\frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{2} \rightarrow 6 \text{ km/h}$
 $\frac{1}{2} \rightarrow 2 \text{ km/h}$

[154.]

* एक नाव धारा के विपरीत 30 km की दूरी तथा धारा के दिशा में 44 km की दूरी 10 घंटे में और धारा के विपरीत 40 km तथा धारा के दिशा में 55 km की दूरी को 13 घंटे में तय करता है। शांत जल में नाव की चाल ज्ञात करें।

a) 6 km/h

b) 7 km/h

c) 8 km/h

d) 10 km/h

Soln:- Process-1:-

माना कि धारा के विपरीत चाल = x km/h.

धारा के साथ चाल = y km/h.

$$\therefore \frac{30}{x} + \frac{44}{y} = 10, \quad \frac{40}{x} + \frac{55}{y} = 13$$

2 को बराबर करने के लिए पहले तथा दूसरे समीकरण में क्रमशः 4 तथा 3 से गुणा करने पर,

$$\frac{120}{x} + \frac{176}{y} = 40$$

$$\frac{120}{x} + \frac{165}{y} = 39$$

$$\frac{11}{y} = 1$$

$$\therefore y = 11$$

समीकरण (i) में y का मान रखने पर,

$$\frac{120}{x} + 16 = 40$$

$$\frac{120}{x} = 24$$

$$\therefore x = 5$$

\therefore धारा के विपरीत चाल = $(x) = 5$ km/h

धारा के दिशा में चाल = $(y) = 11$ km/h

$$\therefore \text{शांत जल में नाव की चाल} = \frac{x+y}{2} = \frac{5+11}{2}$$

$$= \boxed{8 \text{ km/h}}$$

Short Process:-

यदि कोई नाव धारा के विपरीत 4km तथा धारा के साथ 13km की दूरी t_1 समय में तथा धारा के विपरीत $a\text{km}$ तथा धारा के साथ 13km की दूरी t_2 समय में तय करता है तो,

←	→	time	←	→	Time
A	B	t_1	30	44	10
a	b	t_2	40	55	13

$$\therefore \text{धारा के विपरीत चाल} = \frac{a \times B - A \times b}{b \times t_1 - B \times t_2} \quad [\text{Negative excluded}]$$

$$\therefore \text{धारा के दिशा में चाल} = \frac{a \times B - A \times b}{a \times t_1 - A \times t_2} \quad [\text{Negative excluded}]$$

$$\therefore \text{धारा के विपरीत चाल} = \frac{40 \times 44 - 30 \times 55}{44 \times 13 - 55 \times 10} = \frac{110}{22} = 5\text{km/h}$$

$$\therefore \text{धारा के दिशा में चाल} = \frac{40 \times 44 - 30 \times 55}{40 \times 10 - 30 \times 13} = \frac{110}{10} = 11\text{km/h}$$

$$\therefore \text{शांत जल में नाव की चाल} = \frac{5+11}{2} = 8\text{km/h}$$

155.]

यदि आयकर 19% बढ़ जाए तो नेट आय 1% कम हो जाती है। आयकर की दर होगी

a) 5%

b) 6%

c) 18%

d) 20%

Soln:- माना कि (आय) (कर दर) (नेट आय)

100 $x\%$ $(100-x)$

100 $\frac{119x}{100}$ $(100 - \frac{119x}{100})$

$$\therefore (100-x) \times \frac{99}{100} = \frac{10,000 - 119x}{100}$$

$$\therefore 9900 - 99x = 10,000 - 119x$$

$$\therefore 20x = 100$$

$$\therefore x = 5\%$$

[156.]

* स्नो हाइट पेंट कंपनी तीन मकानों पर पेंट कराने का ठेका लेती है। मि. ब्राउन एक मकान पर 6 दिन में, मि. पिंटर 8 दिन में तथा मि. स्लोकम 12 दिन में पेंट कर सकते हैं। 8 दिन बाद मि. ब्राउन छुट्टी पर चला जाता है और फिर मिस्टर पिंटर 6 दिन तक काम करता है। शेष काम को पूरा करने में मि. स्लोकम को कितने दिन लगेंगे ?

a) 3 दिन

b) 8 दिन

c) 11 दिन

d) 12 दिन

Soln:-

कुल कार्य = 3, माना मि. स्लोकम उसे x दिन में करता है

$$\therefore \frac{Br.}{6} + \frac{Pin.}{8} + \frac{Slo.}{12} = 3$$

$$\therefore \frac{32 + 18 + 2x}{24} = 3$$

$$\therefore 2x + 50 = 72$$

$$\therefore 2x = 22$$

$$\therefore x = 11 \text{ दिन}$$

[157.] ✓

* दो व्यक्ति A तथा B किसी कार्य को एक निश्चित समय में करते हैं। A अकेला (A+B) से 8 घंटे अधिक लेता है तथा B अकेला (A+B) से 4 घंटे अधिक लेता है। A तथा B मिलकर उस कार्य को कितने समय में करेंगे ?

a) 4h

b) 5h

c) 6h

d) 7h.

Soln:-

$$\begin{aligned} A \text{ तथा } B \text{ मिलकर कार्य को करेंगे} &= \sqrt{ab} \\ &= \sqrt{8 \times 4} \\ &= 6h \end{aligned}$$

[158]

* A एक कार्य को करने में 13 से $1\frac{1}{2}$ गुना अधिक समय लेता है और C इसी कार्य को A और B मिलकर जितने समय में करते हैं उतने ही समय में कर लेता है। अगर तीनों मिलकर कार्य को 7 दिनों में पूरा करते हैं तो अकेला C इस कार्य को कितने दिनों में करेगा?

a) 9 दिन

b) 11 दिन

c) 12 दिन

d) 14 दिन

Soln:-

$$\therefore C = (A+B)$$

$$\therefore A+B+C = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow 2(A+B) = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow (A+B) = \frac{1}{14}$$

\therefore A तथा B इस कार्य को 14 दिनों में करते हैं अतः C को इस कार्य को करने में 14 दिन ही लगेंगे।

$$\therefore (C = 14 \text{ दिन})$$

[159]

यदि प्रत्येक नलक जल प्रवाह की दर 54 लीटर / घंटा हो तो 2 नलों द्वारा एक टंकी को $6\frac{1}{2}$ घंटे में भरा जा सकता है। यदि प्रत्येक नल से जल प्रवाह की दर 78 लीटर / घंटा हो तो 3 नलों द्वारा भरे में लगा समय होगा

a) 2h

b) 3h

c) 4h

d) 5h

Soln:-

नलक \uparrow गति \downarrow समय \downarrow

$$\frac{2}{3} \quad \frac{54}{78} \quad \frac{13\frac{1}{2}}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{54}{78} \times \frac{13}{2x} \quad (\text{Inversely proportional directly multiply})$$

$$\Rightarrow (x = 3h)$$

[160]

* एक दुकानदार ने 30 kg चावल, ₹45 प्रति किग्रा की दर से खरीदे।
कुल मात्रा का 40% उसने ₹60 प्रति किग्रा की दर से बेच दिया। कुल
20% लाभ कमाने हेतु उसे शेष मात्रा को किस भाव से बेचना होगा?

a) ₹54/kg

b) ₹52/kg

c) ₹50/kg

d) ₹60/kg

Soln:- Process-1 (Normal process):-

$$30 \times 45 = ₹1350$$

$$12 \times 60 = ₹720$$

∴ कुल 20% लाभ कमाना है अतः 30 किग्रा चावल
का विक्रय मूल्य $\frac{1350 \times 120}{100} = ₹1620$

∴ शेष 18 किग्रा पर उसे $(1620 - 720) = ₹900$ कमाने
होंगे।

∴ 18 किग्रा का विक्रय मूल्य $\frac{900}{18} = ₹50$

Process-2 (Alligation Process):-

60

x

54

$2 \times 2 : 3 \times 2 (\because 40\% : 60\% = 2:3)$

$54 - x = 4$

∴ $x = ₹50$

Process-3 (Alligation Process):-

लाभ
 $\frac{100}{8}\%$

लाभ
x

20%

$\frac{2 \times 40}{9}$

$3 \times \frac{40}{9}$

$\therefore x = \frac{20 - 80}{9}$

$= \frac{100}{9}\%$

∴ विक्रय मूल्य = $45 + 45 \times \frac{100}{900}$

$= ₹50$

[161]

* एक व्यक्ति ने 90 कलम खरीदे। इनमें से उसने 40 कलमों को 10% लाभ पर तथा शेष को 20% लाभ पर बेच दिया। यदि वह इन सभी कलमों को 15% लाभ पर बेचता तो उसे ₹10 कम मिलते। प्रत्येक कलम का क्रयमूल्य ज्ञात करें।

a) ₹15

b) ₹18

c) ₹20

d) ₹24

Soln:- Normal Process:-

माना कि 1 कलम का क्रयमूल्य = ₹1

∴ 90 " " " = ₹90

40 कलम का विक्रय मूल्य = $\frac{40 \times 110}{100} = ₹44$ ∴ कुल विक्रय = ₹104

50 " " " " " $\frac{50 \times 120}{100} = ₹60$

तथा, 90 कलम का 15% लाभ पर विक्रय = $\frac{90 \times 115}{100} = ₹103.5$

∴ अंतर = (104 - 103.5)

= .5

∴ ₹.5 ————— ₹10

₹1 ————— **₹20**

Alligation Process:-

लाभ 10% ————— लाभ 20%

x

4 : 10 : 5 = 9 : 10 (∵ 40 : 50 = 4 : 5)

∴ x = $10 + \frac{50}{9}$ = $\frac{140}{9}$

1 कलम पर हानि = $\left(\frac{140}{9} - 15\right) \times \frac{5}{9} = \frac{5}{9} \times$

∴ $\frac{5}{9} \times$ ————— 10

100% ————— ₹1800

∴ 1 कलम का क्रयमूल्य = $\frac{1800}{90} = \text{₹20}$

[162] ✓

* एक बर्तमान दुकानदार अपने सामान का क्रयमूल्य पर ही बेचने का दावा करता है तथा त्रुटिपूर्ण बाट का प्रयोग करके $6\frac{18}{100}\%$ का लाभ कमाता है। एक किग्रा के स्थान पर वह कितना बाट का प्रयोग करता है?

a) 900 gm

b) 940 gm

c) 960 gm

d) 980 gm

Soln:-

इस प्रकार के प्रश्न को हम एक विशेष प्रकार से हल करेंगे। यदि कोई व्यक्ति त्रुटिपूर्ण बाट का प्रयोग कर $a\%$ का लाभ करता हो तो,

$$\text{घाटा} = \frac{a}{(100+a)} \times 100\%$$

यदि कोई व्यक्ति त्रुटिपूर्ण बाट का प्रयोग कर $a\%$ का घाटा करता हो तो,

$$\text{लाभ} = \frac{a}{100-a} \times 100\%$$

$$\therefore \text{घाटा} = \left(\frac{\frac{300}{47}}{100 + \frac{300}{47}} \times 100 \right) \%$$

$$= \frac{6360/47}{8700/47} \times 100$$

$$= 6\%$$

\therefore 1000 gm (1 kg) के स्थान पर वह 940 gm के बाट का प्रयोग करता है। (\because 1000 का 6% = 60 gm)

Some Important questions of SSC CGL-2013 with

Solution:-

[165]

* दो कर्मियों A तथा B ने एक-साथ मिलकर एक कार्य 5 दिनों में पूरा कर दिया। यदि उनमें A ने अपनी वास्तविक क्षमता से दुगुनी क्षमता से कार्य किया होता और B ने अपनी वास्तविक क्षमता से $\frac{1}{3}$ क्षमता से कार्य किया होता, तो वही कार्य 3 दिनों पूरा हो जाता। तदनुसार, A अकेला वह कार्य कितने दिनों में पूरा कर सकता था ?

a) $5\frac{1}{2}$ दिन

b) $6\frac{1}{4}$ दिन

c) $7\frac{1}{2}$ दिन

d) $8\frac{3}{4}$ दिन

Soln:-

1st Situation

माना A, x दिन तथा B, y दिन में कार्य को करता है

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad \text{--- (i)}$$

2nd Situation

A दुगुनी तथा B, $\frac{1}{3}$ क्षमता से कार्य करता है अतः
A की आधा = $\frac{x}{2}$ तथा B की तिगुना = $3y$ समय लगेगा।

$$\therefore \frac{2}{x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{3} \quad \text{--- (ii)}$$

समीकरण (i) तथा (ii) से,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \quad (\frac{1}{3} से गुणा करने पर)$$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3x} - \frac{2}{x} = \frac{1}{15} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1-6}{3x} = \frac{1-5}{15}$$

$$9 \times 5 \times 5 = 14x$$

$$9 \quad x = \frac{25}{4} = \boxed{6\frac{1}{4} \text{ दिन}}$$

[164]

* चार संख्याओं में पहली तीन संख्याओं का औसत, चौथी संख्या का दुगुना है। यदि उन सभी संख्याओं का औसत 12 हो, तो चौथी संख्या ज्ञात करें।

a) 16

b) 20

c) $48/7$

d) $18/7$

Soln:-

$$\begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ \hline & 6 & & \end{array} : 1 = \frac{7}{4} \text{ --- } 12 \text{ (According to ratio)} \\ \text{Average - } 7/4$$

∴ तीन संख्याओं का औसत यदि

चौथी संख्या से दुगुना है तो तीन संख्याओं का योग चौथी संख्या का 6 गुना होगा।

[165]

* 100 प्रश्नों का समांतर माध्य 24 है। उन प्रश्नों में प्रत्येक में 6 जोड़ने पर, तत्पश्चात् प्रत्येक को 2.5 से गुणा करने पर, उनका नया माध्य कितना हो जाएगा ?

a) 30

b) 75

c) 35

d) 60

Soln:-

यदि कुछ निश्चित प्रश्नों का माध्य x है और उन प्रश्नों में प्रत्येक में y (जोड़, घटाया, गुणा या भागा) किया जाता है तो माध्य में भी y (जोड़, घटाव, गुणा या भागा) किया जाता है नया माध्य निकालने के लिए।

$$\therefore \text{नया माध्य} = (24 + 6) \times \frac{5}{2}$$

$$= \frac{15}{30} \times \frac{5}{2}$$

$$= 75$$

[166]

* एक आयताकार मैदान की चौड़ाई तथा लंबाई 3:4 के अनुपात में हैं। उस मैदान का क्षेत्रफल $1\frac{1}{2}$ हेक्टेयर है। तदनुसार मैदान की चौड़ाई होगी?

a) 25 मीटर

b) 50 मीटर

c) 75 मीटर

d) 100 मीटर

Soln:-

माना चौड़ाई = $3x$ \therefore लंबाई = $4x$.

\therefore मैदान का क्षेत्रफल = लंबाई \times चौड़ाई

$$\therefore 3x \times 4x = \frac{10,000}{12} \quad (\because 1 \text{ हेक्टेयर} = 10,000 \text{ m}^2)$$

$$\therefore x^2 = \frac{10,000}{144} \text{ m}^2$$

$$\therefore x = \frac{100}{12}$$

$$\therefore \text{चौड़ाई} = 3x = 3 \times \frac{100}{12} = \boxed{25 \text{ मीटर}}$$

[167]

* ₹ 3,200 की राशि 10% वार्षिक दर पर त्रैमासिक आधार पर चक्रवृद्धि ब्याज पर निवेश करने पर ₹ 3362 हो जाती है। निवेश की अवधि होगी

a) $1\frac{1}{2}$ वर्ष

b) 1 वर्ष

c) 2 वर्ष

d) $3\frac{1}{4}$ वर्ष

Soln:-

\therefore ब्याज त्रैमासिक लगता है

\therefore त्रैमासिक दर $\frac{10}{4} \%$

$$\therefore A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$\therefore 3362 = 3200 \left(1 + \frac{10}{400}\right)^n$$

$$\therefore \frac{3362}{3200} = \left(\frac{41}{40}\right)^n$$

$$\therefore \left(\frac{41}{40}\right)^2 = \left(\frac{41}{40}\right)^n \quad \therefore n = 2$$

\therefore त्रैमासिक आधार पर दो बार ब्याज लगेगा

\therefore कुल अवधि: 6 माह: $\boxed{1\frac{1}{2} \text{ वर्ष}}$

[168.]

* यदि एक लंब-वृत्तीय शंकु की ऊँचाई, लंबीय पृष्ठकाक्षेत्रफल तथा आयतन क्रमशः h , C , V हों, तो $3\pi Vh^3 - C^2h^2 + 9V^2$ का मान कितना होगा?

a) 2

b) -1

c) 1

d) 0

Soln:-

$$\text{ऊँ} = h$$

$$\pi r^2 h = C$$

$$C^2 = \pi^2 r^2 h^2 = \pi^2 r^2 (h^2 + r^2)$$

$$\frac{\pi r^2 h}{3} = V$$

$$\therefore 3V = \pi r^2 h$$

$$\therefore 3\pi Vh^3 - C^2h^2 + 9V^2$$

$$= \frac{3V}{3} \pi h^3 - \frac{C^2}{3} h^2 + \frac{(3V)^2}{3}$$

$$= \pi r^2 h \pi h^3 - \frac{\pi^2 r^2 (h^2 + r^2)}{3} h^2 + (\pi r^2 h)^2$$

$$= \pi^2 r^2 h^4 - \frac{\pi^2 r^2 h^4}{3} - \frac{\pi^2 r^4 h^2}{3} + \pi^2 r^4 h^2$$

$$= \boxed{0}$$

[169.]

* मान लीजिए कि जल की एक बूँद गोलाकार होती है और उसका व्यास $1/10$ सेमी है। एक शंकु जलस ऐसा है, जिसकी ऊँचाई, उसके हिम के व्यास के बराबर है। तदनुसार, यदि जल की 32,000 बूँद उस जलस को पूरा भर दें, तो उस जलस की ऊँचाई कितने सेमी होगी?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Soln:-

$$\text{बूँद की त्रिज्या} = 1/20 \text{ cm.}$$

$$\text{जलस का } h = 2r$$

$$\therefore 32,000 \text{ बूँदों का आयतन} = \text{जलस का आयतन}$$

$$\frac{4}{3} \pi \frac{1}{20 \times 20 \times 20} \times 32,000 = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$\therefore r^2 h = 16$$

$$r^2 \cdot 2r = 16$$

$$2r^3 = 16$$

$$r^3 = 8$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm.}$$

$$\therefore h = 2r = (2 \times 2) \text{ cm} = \boxed{4 \text{ cm}}$$

[170] ✓

* यदि $(x-a)(x-b) = 1$ तथा $a-b+5=0$ हो, तो $(x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3}$ का मान होगा?

a) -125 b) 1 c) 125 d) 140

Soln:-

$$\therefore (x-a)(x-b) = 1 \quad \text{तथा} \quad a-b+5=0$$

$$\therefore (x-a) = \frac{1}{(x-b)} \quad \therefore b-a=5$$

$$\text{तो, } (x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3} \quad [\because a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)]$$

$$= \left((x-a) - \frac{1}{(x-a)} \right)^3 + 3(x-a) \cdot \frac{1}{(x-a)} \left((x-a) - \frac{1}{(x-a)} \right)$$

$$= (x-a-x+b)^3 + 3(x-a-x+b)$$

$$= (b-a)^3 + 3(b-a)$$

$$= 5^3 + 3 \times 5$$

$$= 125 + 15$$

$$= 140$$

[171] ✓

* यदि $\sqrt{x} = \sqrt{3} - \sqrt{5}$ हो, तो $x^2 - 16x + 6$ का मान क्या होगा?

a) 0 b) -2 c) 2 d) 4

Soln:-

$$\therefore \sqrt{x} = \sqrt{3} - \sqrt{5}$$

$$\therefore x = 8 - 2\sqrt{15} \quad \{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2\}$$

$$x^2 = 124 - 32\sqrt{15} \quad \{(8 - 2\sqrt{15})^2\}$$

$$\therefore x^2 - 16x + 6$$

$$= 124 - 32\sqrt{15} - 16(8 - 2\sqrt{15}) + 6$$

$$= 124 - 32\sqrt{15} - 128 + 32\sqrt{15} + 6$$

$$= 130 - 128$$

$$= 2$$

[172]

* $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है। उसमें भुजा $AB = AC = 2a$ एकक और भुजा $BC = a$ एकक है। तदनुसार यदि $AD \perp BC$ खींचा जाय तो AD की लंबाई कितनी होगी?

a) $\sqrt{15}a$ एकक

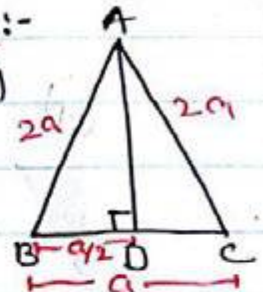
b) $\sqrt{15}/2 a$ एकक

c) $\sqrt{17}a$ एकक

d) $\sqrt{17}/2 a$ एकक

Soln:-

Figure:-



$$\therefore AD^2 = AB^2 - BD^2 \text{ (पाइथागोरस प्रमेय)}$$

$$\therefore 2a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = AD^2$$

$$\therefore 4a^2 - \frac{a^2}{4} = AD^2$$

$$\therefore \frac{16a^2 - a^2}{4} = AD^2$$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{15}a^2}{2}$$

$$\therefore AD = \sqrt{15}/2 a \text{ एकक}$$

[173]

यदि $x = \sqrt[3]{5} + 2$ हो, तो $x^3 - 6x^2 + 12x - 13$ का मान क्या होगा?

a) -1

b) 1

c) 2

d) 0

Soln:-

$$\therefore x = \sqrt[3]{5} + 2$$

$$\therefore x - 2 = \sqrt[3]{5}$$

$$\therefore (x - 2)^3 = 5$$

$$\therefore x^3 - 8 - 6x^2 + 12x = 5$$

$$\therefore x^3 - 6x^2 + 12x - 13 = 0$$

[5]

[174]

* मान लीजिए, एक सरल रेखा AB पर एक बिंदु C है। उसमें AC तथा AB व्यास वाले दो वृत्त बनाए गए हैं। मान लीजिए, AB व्यास वाले वृत्त की परिधि पर एक बिंदु P है। तदनुसार, यदि AP दूसरे वृत्त पर Q पर मिलती हो, तो निम्न में क्या सही है?

a) $QC \parallel PB$

b) $QC \perp PB$

c) $QC = \frac{1}{2} PB$

d) $QC \parallel PB$ व $QC = \frac{1}{2} PB$

Soln:-

Figure-1

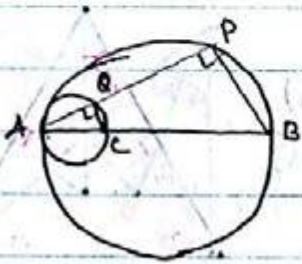


Figure-2

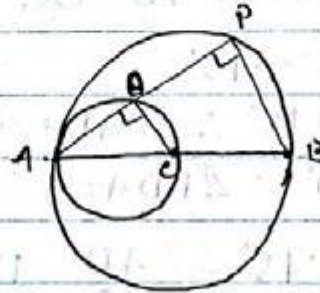
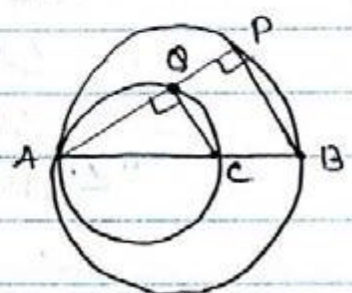


Figure-3



\therefore हमें प्रश्न में बिंदु C की कोई निश्चित स्थान की व्याख्या नहीं की गई है। पहले तथा तीसरे चित्र में जहाँ $AC \neq BC$, $QC = \frac{1}{2} PB$ नहीं हो सकता जबकि दूसरे चित्र में जहाँ $AC = BC$ है। $QC = \frac{1}{2} PB$ संभव है। परंतु तीनों ही अवस्था में $QC \parallel PB$ होगा क्योंकि $\angle AQC = \angle APB$ (अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।)

\therefore $QC \parallel PB$

[175]

* एक समअष्टभुज का प्रत्येक आंतरिक कोण कितने रेडियन का होता है?

a) $\pi/4$

b) $3\pi/4$

c) $2\pi/3$

d) $\pi/3$

Soln:-

\therefore समअष्टभुज का बाह्य कोण, $\frac{360^\circ}{8} = \frac{180^\circ}{4} = \frac{\pi}{4}$

\therefore अंतः कोण, $180^\circ - \text{बाह्य कोण}$

$$= \pi - \frac{\pi}{4}$$

$$= 3\pi/4 \text{ रेडियन}$$

[176]

* एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC का B पर बना कोण समकोण है। उसमें D, $\triangle ABC$ के अंतर्गत एक बिंदु है। उस बिंदु D से $\triangle ABC$ की भुजाओं AB तथा AC पर बनाए गए लंबों के पाँद P तथा Q हैं। तदनुसार यदि $AP = a$ सेमी, $AQ = b$ सेमी तथा $\angle BAD = 15^\circ$ हो तो $\sin 75^\circ = ?$

a) $2b/\sqrt{3}a$

b) $a/2b$

c) $\sqrt{3}a/2b$

d) $2a/\sqrt{3}b$

Soln:-

$\angle B = 90^\circ$ तथा $AB = BC$

$\therefore \angle A = \angle C = 45^\circ$

$\angle BAD = 15^\circ \therefore \angle CAD = 30^\circ (45^\circ - 15^\circ)$

$\therefore \angle APD = 90^\circ \therefore \angle PDA = 75^\circ (180^\circ - 105^\circ)$

$\therefore \sin 75^\circ = \frac{AP}{AD} = \frac{p}{h}$

माना कि $AD = x$

$\therefore \sin 75^\circ = \frac{a}{x}$

$\triangle AQC$ में,

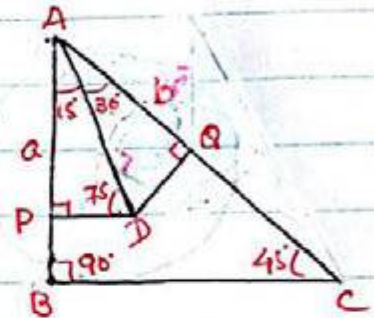
$\cos 30^\circ = \frac{AQ}{AD}$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{x}$

$\therefore x = \frac{2b}{\sqrt{3}}$

$\therefore \sin 75^\circ = \frac{AP}{AD} = \frac{a}{2b/\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a}{2b}$

Figure:-



[177.]

* एक चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाएँ एक वृत्त को छूती हैं। उसमें यदि $AB = 6\text{ cm}$, $BC = 7.5\text{ cm}$, $CD = 3\text{ cm}$ हो तो DA कितना होगा?

a) 3.5 cm

b) 1.5 cm

c) 2.5 cm

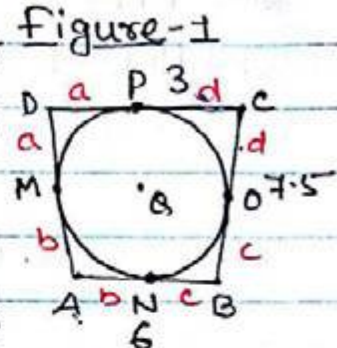
d) 4.5 cm

Soln:-

माना कि O केंद्र वाली वृत्त को ABCD जो कि एक चतुर्भुज है स्पर्श करती है चारों भुजाओं पर।

$\therefore DM = DP$ (स्पर्श रेखाएं)

उसी प्रकार, $AM = AN$, $BN = BO$ तथा $CO = CP$



$\therefore DA + BC = a + b + c + d$

तथा, $AB + DC = a + b + c + d$

$\therefore DA + BC = AB + DC$

$DA + 7.5 = 6 + 3$

$DA = 9 - 7.5$

$\therefore DA = 1.5\text{ cm}$

[178.]

* यदि $x = 2 + \sqrt{3}$ हो, तो $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ का मान क्या होगा?

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{6}$

c) $2\sqrt{6}$

d) 6

Soln:-

$\therefore x = 2 + \sqrt{3}$

$\therefore x = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}$

$\therefore \sqrt{x} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$

$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$

$= \frac{4+2\sqrt{3}+2}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{6+2\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$

$= \sqrt{6}$

Or,

$(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 = x + \frac{1}{x} + 2$

$\therefore (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 = 4 + 2$

$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{6}$

[179]

* यदि $\frac{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}} = 2$ हो तो $x = ?$

a) $5/12$

b) $5/7$

c) $12/5$

d) $7/5$

Soln:-

इस प्रकार के प्रश्न जहाँ दो पदों का योग तथा उनके अंतर के अनुपात का हमें मान दिया हुआ है हम Componendo dividendo process का प्रयोग करते हैं।

$$\therefore \frac{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}} = \frac{2+1}{2-1}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}} = 3 \quad \text{--- (i)}$$

$$\therefore \frac{3+x}{3-x} = 9 \quad (\text{दोनों ओर वर्ग करने पर})$$

$$\therefore 3+x = 27-9x$$

$$\therefore 10x = 24$$

$$\therefore x = 24/10 = \boxed{12/5}$$

समीकरण (i) को वर्ग करने के पश्चात् हम पुनः Componendo dividendo process का प्रयोग कर सकते हैं।

$$\frac{3+x}{3-x} = \frac{9}{1}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{10}{8}$$

$$10x = 24$$

$$\therefore x = 24/10 = \boxed{12/5}$$

[180]

* Reverse question of the previous math:-

यदि $x = 12/5$ तो $\frac{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}$ का मान ज्ञात करें।

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

Soln:-

इस प्रश्न में हम componendo dividendo process का प्रयोग नहीं कर सकते क्योंकि इसमें मान दिया हुआ नहीं है बल्कि हमें ज्ञात करना है।

Process-1:-

x का मान डालने पर,

$$\frac{\sqrt{3+\frac{12}{5}} + \sqrt{3-\frac{12}{5}}}{\sqrt{3+\frac{12}{5}} - \sqrt{3-\frac{12}{5}}}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{27}{5}} + \sqrt{\frac{3}{5}}}{\sqrt{\frac{27}{5}} - \sqrt{\frac{3}{5}}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{\frac{27}{5}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2}{\frac{27}{5} - \frac{3}{5}} \quad (\text{परिमेयकरण करने पर})$$

$$= \frac{\frac{27}{5} + \frac{3}{5} + 2 \cdot \sqrt{\frac{81}{25}}}{24/5}$$

$$= \frac{6 + 2 \cdot \frac{9}{5}}{24/5}$$

$$= \frac{248}{8} \times \frac{5}{24}$$

$$= \boxed{2}$$

इस प्रश्न का हल हम एक दूसरे तरीके से भी कर सकते हैं जो कि अगले पृष्ठ में हल किया जा रहा है।

Process-2 :-

$$x = \frac{12}{5},$$

$$\frac{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x})^2}{x+x-x+x} \quad (\text{परिमेयकरण करने पर})$$

$$= \frac{3+x+3-x+2\cdot\sqrt{9-x^2}}{2x}$$

$$= \frac{6+2\cdot\sqrt{9-\frac{144}{25}}}{2\times\frac{12}{5}}$$

$$= \frac{6+2\cdot\sqrt{\frac{81}{25}}}{24/5}$$

$$= \frac{6+2\cdot\frac{9}{5}}{24/5}$$

$$= \frac{24}{8} \times \frac{5}{24}$$

$$= \boxed{2}$$

181.] $\sqrt{7+2\sqrt{10}} = ?$

a) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})$ b) $(\sqrt{3}+2)$ c) $(\sqrt{6}+1)$ d) $(2+\sqrt{5})$

Soln:-

इस प्रकार के प्रश्न में हम underline part को अर्थात् $\sqrt{\quad}$ से पहले जो संख्या होगी उसे 2 से भाग देंगे, यदि भागफल 1 आता है तो $\sqrt{\quad}$ के अंदर जो संख्या होगी उसे दो ऐसे भागों में तोड़ेंगे जिनका योग 7 तथा गुणनफल 10 होगा।

$$= \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2} = \boxed{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$$

[182.] ✓

* यदि $(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = 17$ तथा $(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 1$ हो तो, $\sqrt{ab} = ?$

a) 17

b) 18

c) 72

d) 1

Soln:- Process-1

$$\therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 17^2 - 1$$

$$\therefore a + b + 2\sqrt{ab} - a + b - 2\sqrt{ab} = 289 - 1$$

$$\therefore 4\sqrt{ab} = 288$$

$$\therefore \sqrt{ab} = 72$$

Process-2

Componendo dividendo करने पर

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{17}{1}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{17+1}{17-1}$$

$$= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{18}{16}$$

$$\therefore \sqrt{ab} = 9 \times 8$$

$$\therefore \sqrt{ab} = 72$$

[183.]

* यदि $\sqrt{2} = 1.4142$ हो तो $\frac{7}{3+\sqrt{2}} = ?$

a) 1.5858

b) 1.5947

c) 1.6136

d) 1.7316

Soln:-

$$\begin{aligned} \frac{7}{3+\sqrt{2}} &= \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3-\sqrt{2} \\ &= 3-1.4142 \\ &= 1.5858 \end{aligned}$$

[184.] ✓

* एक संख्या को क्रमशः 9, 11, 13 से विभक्त करने पर क्रमशः 8, 9, 8 शेष बचता है। यदि विभाजकों के क्रम को बदल दिया जाय तो शेष क्या बचेगा?

a) 8, 9, 8

b) 9, 8, 8

c) 10, 1, 6

d) 10, 8, 9

Soln:-

यदि मान लिया जाय कि शेष में जब 13 से भागा दिया जा रहा है तो भागफल 1 होगा तो,

विभाजक	9	11	13
भागफल	$\boxed{2168}$	21	1
भागशेष	8	9	8

∴ संख्या = 2168

13	2168	10
11	166	1
9	15	6
	1	

∴ शेष = 10, 1, 6

[185] ✓

एक छोटे से छोटा n का गुणज क्या होगा जिसे 6, 9, 15, 18 से भागा देने पर प्रत्येक दशा में 4 शेष बचे ?

$$a) 74$$

$$b) 94$$

$$c) 184$$

$$d) 364$$

Soln:-

सबसे पहले हम 6, 9, 15, 18 का L.C.M निकालेंगे।

$$\frac{3 \times 3 \times 2 \times 5}{1 \times 8}$$

$$= 18 \times 5$$

$$= 90$$

मान लिया कि, संख्या = $(90K + 4)$

अब हमें K का मान ऐसा ज्ञात करना है कि संख्या n का गुणज हो जाय तथा K का मान न्यूनतम होना चाहिए क्योंकि हमें n का सबसे छोटा गुणज ज्ञात करना है। इसके लिए हम $90K$ को n से भागा देंगे और शेष को अलग होड़ कर लिखेंगे।

$$(90K + 4) \div 7$$

$$(84K + 6K + 4) \quad \{ 12 \times 7 = 84 + 6 \}$$

K का न्यूनतम संभव मान जाँचने पर यदि $K=4$ हो तो समीकरण को संतुष्ट करेगा।

$$\therefore (90 \times 4 + 4)$$

$$= 360 + 4$$

$$= 364$$

[186]

* दो संकेंद्री वृत्तों की त्रिज्याएँ 13 सेमी तथा 8 सेमी हैं। AB बड़े वृत्त का व्यास है और OD एक स्पर्श रेखा है, जो छोटे वृत्त को D पर स्पर्श करती है और बड़े वृत्त को E पर। बिंदु A को D से जोड़ दिया गया है। तदनुसार, AD की लंबाई कितनी होगी?

a) 20 cm

b) 19 cm

c) 18 cm

d) 17 cm.

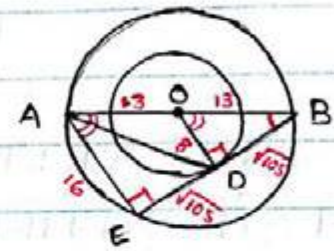
Soln:-

$\triangle BOD$ तथा $\triangle BAE$ में,

$$\angle BDO = \angle BEA = 90^\circ$$

∵ अर्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है तथा वृत्त के केंद्र से स्पर्श रेखा को मिलाने वाली रेखा स्पर्श रेखा पर लंब होती है।

Figure:-



$$\angle ABE = \angle ODB \text{ (अभ्यनिष्ठ)}$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BOD$$

$$\therefore \triangle BOD \sim \triangle BAE$$

$$\therefore \frac{BO}{AB} = \frac{OD}{AE}$$

$$\therefore \frac{13}{26} = \frac{8}{x}$$

$$\therefore 13x = 26 \times 8$$

$$\therefore x = 16$$

$$\therefore BD = DE = \sqrt{BO^2 - OD^2} = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}$$

$$\begin{aligned} \therefore AD &= \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{16^2 + (\sqrt{105})^2} \\ &= \sqrt{256 + 105} \\ &= \sqrt{361} \end{aligned}$$

$$\therefore AD = 19 \text{ cm.}$$

[187] ✓

* यदि $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$, हो तो $z + \frac{1}{x}$ का मान क्या होगा?

a) 2

b) $1/2$

c) 1

d) 0

Soln:-

$$\therefore x + \frac{1}{y} = 1$$

$$y + \frac{1}{z} = 1$$

$$\therefore x = 1 - \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{z} = 1 - y$$

$$\therefore x = \frac{y-1}{y}$$

$$z = \frac{1}{1-y}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{y}{y-1}$$

$$\therefore z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1}$$

$$= \frac{1}{1-y} - \frac{y}{1-y}$$

$$= \frac{(1-y)}{(1-y)} = 1$$

[188] ✓

* यदि $x+y+z=15$, $xy+yz+zx=75$ हो तो $\frac{x+4y+z}{3z}$ का मान क्या होगा?

a) 1

b) 0

c) 2

d) -1

Soln:-

$$\therefore (x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$$

$$\therefore 15^2 = x^2+y^2+z^2+2(75)$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2 = 225-150$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2 = 75$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2 = xy+yz+zx$$

$$\therefore x^2=xy, y^2=yz, z^2=zx$$

$$\therefore x=y, y=z, z=x$$

$$\therefore x=y=z=5$$

$$\therefore \frac{x+4y+z}{3z} = \frac{5+20+5}{3 \times 5} = \frac{30}{15} = 2$$

[189.]

* यदि $4x - 5z = 16$ तथा $xz = 12$ हो, तो $64x^3 - 125z^3$ का मान क्या होगा?

a) 15610

b) 15616

c) 15618

d) 15620

Soln:-

$$\begin{aligned} & 64x^3 - 125z^3 \\ &= (4x)^3 - (5z)^3 \\ &= (4x - 5z)^3 + 3 \cdot 4x \cdot 5z (4x - 5z) \quad (\because a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)) \\ &= 16^3 + 60xz(16) \\ &= 4096 + 60 \times 12 \times 16 \\ &= 4096 + 11520 \\ &= 15616 \end{aligned}$$

[190.]

* $\triangle ABC$ में X तथा Y , क्रमशः AB तथा BC भुजाओं पर ऐसे बिंदु हैं कि $XY \parallel AC$ है और XY , ABC त्रिभुजीय क्षेत्र के क्षेत्रफल को दो बराबर भागों में बाँट देती है। तदनुसार AX/AB का मान कितना होगा?

a) $(2 + \sqrt{2})/2$

b) $(3 + \sqrt{2})/2$

c) $(2 - \sqrt{2})/2$

d) $(3 - \sqrt{2})/2$

Soln:-

$\triangle ABC$ तथा $\triangle BXY$ में,

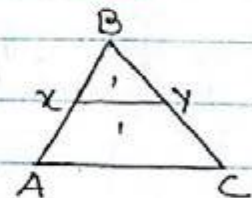
$\angle BXY = \angle BAC$ (संगत कोण)

$\angle BYX = \angle BCA$ (")

$\therefore \angle XBY = \angle ABC$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BXY$

Figure :-



$\therefore \frac{\text{Area of } \triangle BXY}{\text{Area of } \triangle ABC} = \frac{BX^2}{AB^2}$

$\therefore \frac{BX^2}{AB^2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{BX}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore AX = AB - BX = \sqrt{2} - 1$

$\therefore \frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

[191]

* एक समाद्विबाहु त्रैपीजियम का क्षेत्रफल 176 cm^2 है और उसकी ऊँचाई, उसकी समांतर भुजाओं के योग की $2/11$ है। तदनुसार, यदि समांतर भुजाओं की लंबाई का अनुपात $4:7$ हो, तो उसके विकर्ण की लंबाई होगी?

a) $\sqrt{137} \text{ cm}$

b) $\sqrt{168} \text{ cm}$

c) $2\sqrt{147} \text{ cm}$

d) $2\sqrt{137} \text{ cm}$

Soln:-

माना कि समांतर भुजाओं का योग = $11x$

\therefore ऊँचाई = $2x$

$\therefore \frac{1}{2} \times (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई} = \text{क्षेत्रफल}$

$\therefore \frac{1}{2} \times 11x \times 2x = 176$

$\therefore x^2 = 16$

$\therefore x = 4$

\therefore ऊँचाई $2x = 2 \times 4 = 8 \text{ cm} = AE$

छोटी समांतर भुजा $4x = 4 \times 4 = 16 = AD$

बड़ी समांतर भुजा $7x = 7 \times 4 = 28 = BC$

\therefore हमें BD का मान ज्ञात करना है, $EF = AD = 16 \text{ cm}$, $BE = CF = 6 \text{ cm}$.

$\triangle BDF$ में,

$\angle F = 90^\circ$ ($DF \perp BC$ डाला गया)

$BF = BE + EF = 6 + 16 = 22 \text{ cm}$

$DF = 8 \text{ cm}$

$\therefore BD^2 = BF^2 + DF^2$

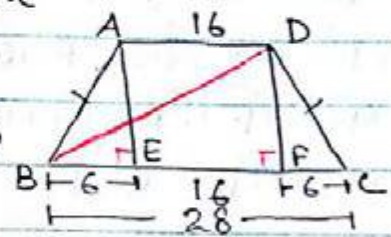
$\therefore BD = \sqrt{22^2 + 8^2}$

$\therefore BD = \sqrt{484 + 64}$

$\therefore BD = \sqrt{548}$

$\therefore BD = 2\sqrt{137} \text{ cm}$

Figure:-



[192.] ✓

* 3 बजकर 30 मिनट में कितना डिग्री का कोण बनता है?

a) 60°

b) 75°

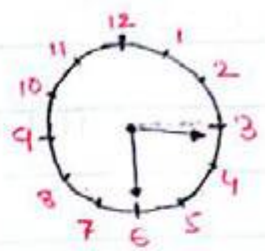
c) 80°

d) 90°

Soln:-

इस प्रकार के प्रश्नों का हल हम एक विशेष प्रकार से करते हैं। हम जानते हैं कि 3 बजकर 30 मिनट में मिनट का सुई 6 में अर्थात् 30 मिनट पर तथा घंटे का सुई 3 अर्थात् 15 मिनट से थोड़ा नीचे की ओर होगा। यदि मान लिया जाय कि घंटे का सुई 3 पर ही होता तो, कोण = $(30-15) \times 6^\circ$ ($\because 1 \text{ मिनट} = 6^\circ$)

Figure:-



$$= 15 \times 6^\circ$$

$$= 90^\circ$$

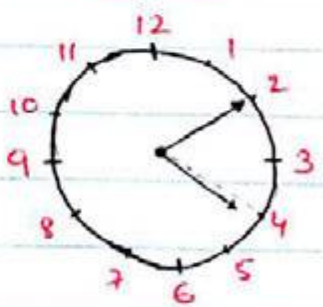
परंतु घंटे का सुई थोड़ा नीचे की ओर आ जाएगा तथा कोण में थोड़ी कमी होगी। \therefore कमी = $\left(\frac{\text{मिनट का सुई जितने मिनट पर होगा}}{2} \right)^\circ$

$$= \left(\frac{30}{2} \right)^\circ = 15^\circ$$

$$\therefore \text{वास्तविक कोण} = (90^\circ - 15^\circ) = 75^\circ$$

* ध्यान देने वाली बात यह है जो हम मान रहे हैं उससे घंटे के सुई में कमी हो रही है या वृद्धि। जैसे कि 4 बजकर 10 मिनट में

Figure:-



मान लेते हैं कि घंटे का सुई 4 पर ही होता तो

$$\text{कोण} = (20-10) \times 6^\circ$$

$$= 10 \times 6$$

$$= 60^\circ$$

$$\text{वृद्धि} = \left(\frac{10}{2} \right)^\circ = 5^\circ$$

$$\therefore \text{वास्तविक कोण} : (60^\circ + 5^\circ) = 65^\circ$$

* Note:- प्रत्येक घंटे में दो बार 90° का कोण बनता है परंतु 2-3 तथा 3-4 में कुल 3 बार तथा 8-9 तथा 9-10 के बीच में भी कुल 3 बार ही बनता है क्योंकि 3 बजे तथा 9 बजे 90° बनता है जो 2-3, 3-4 तथा 8-9, 9-10 में एक-एक बार आएगा।

[193.]

* एक दिन में कुल कितनी बार 90° का कोण बनता है?

a) 20 बार

b) 21 बार

c) 22 बार

d) 44 बार

Soln:-

\therefore एक घंटे में कुल दो बार 90° का कोण बनता है परंतु 2 से 3 तथा 3 से 4 और 8 से 9 तथा 9-10 में कुल 3 बार ही 90° के कोण बनते हैं क्योंकि 90° एक बार पूरे 3 बजे एवं दूसरी बार पूरे 9 बजे बनते हैं जो कि क्रमशः 2 से 3 तथा 3 से 4 एवं 8 से 9 तथा 9-10 के बीच दो बार गिने जा रहे हैं।

$$\therefore 12 \text{ घंटे में कुल } 90^\circ \text{ बनेंगे} = (12 \times 2 - 2) (2 \text{ बार 3 एवं 9 बजे}) \\ = (24 - 2) = 22.$$

$$\therefore 24 \times 22 = 2 \times 22 = 44 \text{ बार}$$

[194.]

* 4 बजे से 5 बजे तक 90° के कोण कब कब बनेंगे?

a) 60/11, 420/11

b) 50/11, 400/11

c) 70/11, 500/11

d) 80/11, 480/11

Soln:-

for figure:-1

माना कि 4 बजे के बाद 4 बजकर x मिनट में 90° का कोण बनेगा।

\therefore घंटे का सूई 4 अर्थात् 20 मिनट से थोड़ा नीचे आयेगा जो कि घृष्टि का दर्शा रहा है तथा मिनट का सूई x मिनट पर रहेगा

$$\therefore (20-x)6 + \frac{x}{2} = 90^\circ$$

$$120 - 6x + \frac{x}{2} = 90^\circ$$

$$\therefore 240 - 12x + x = 180^\circ$$

$$\therefore 11x = 60^\circ$$

$$\therefore x = \frac{60}{11}$$

for figure:-2

इसमें कमी होगी

$$\therefore (x-20)6 - \frac{x}{2} = 90^\circ$$

$$12x - 240 - x = 180^\circ$$

$$11x = 420$$

$$\therefore x = \frac{420}{11}$$

Figure:-1

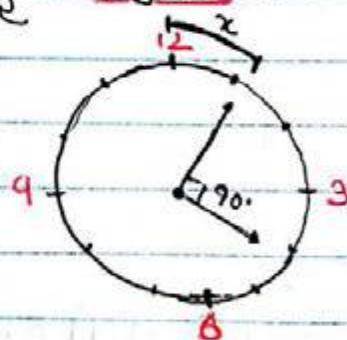
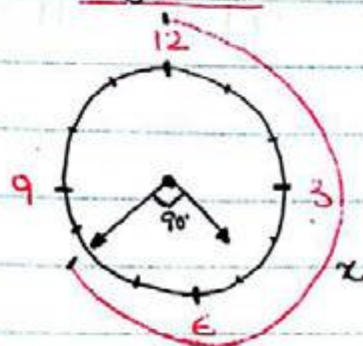


Figure:-2



[195.] ✓

* 10 cm लंबी भुजाओं वाले एक समबाहु त्रिभुज की भुजा BC को D पर $\frac{1}{3}$ बाँट दिया गया। तदनुसार उस त्रिभुज में AD भुजा की लंबाई कितनी होगी?

a) $3\sqrt{3}$

b) $3\sqrt{3}$

c) $10\sqrt{7}/3$

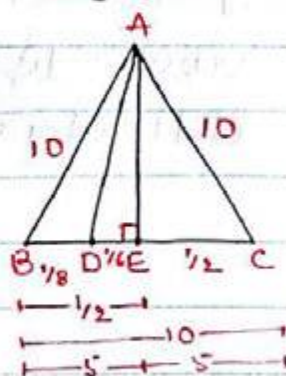
d) $3\sqrt{10}/3$

Soln:-

माना कि, ABC एक समबाहु Δ है जिसके प्रत्येक भुजा का माप 10 cm है। BC भुजा पर D एक ऐसा बिंदु है कि $BD = BC/3$ । $\therefore BD = 10/3$

रचना:- $AE \perp BC$ खींचा गया। $\therefore BE = EC = 5$ cm.

Figure:-



$\therefore BE = 5$ तथा $BD = 10/3$

$\therefore DE = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$

ΔAEC में,

$AE = \sqrt{AC^2 - EC^2} = \sqrt{100 - 25} = 5\sqrt{3}$

अब, ΔAED में,

$AE = 5\sqrt{3}, DE = 5/3$

$\therefore AD = \sqrt{AE^2 + DE^2}$
 $= \sqrt{75 + \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{675 + 25}{9}}$
 $= \sqrt{\frac{700}{9}}$

$\therefore AD = \frac{10\sqrt{7}}{3}$

इस प्रश्न को हम एक विशेष सूत्र की सहायता से आसानी पूर्वक हल कर सकते हैं जो है:-

$7BC^2 = 9AD^2$

$\therefore AD^2 = \frac{7BC^2}{9} = \frac{7 \times 100}{9}$

$\therefore AD = \sqrt{\frac{700}{9}} = \frac{10\sqrt{7}}{3}$

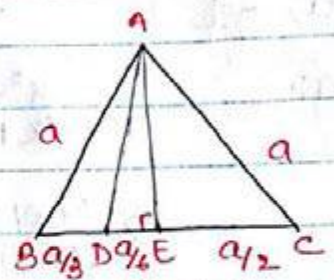
* Derivation of formula :-

माना कि $\triangle ABC$ एक समबाहु \triangle है जिसकी प्रत्येक भुजा का मान a है। BC भुजा पर D एक ऐसा बिंदु है कि $BD = BC/3 = a/3$ ($\because BC = a$)

रचना:- $AE \perp BC$ खींचा गया

$$\therefore BE = EC = a/2$$

Figure :-



$\triangle AEC$ में,

$$\begin{aligned} AE &= \sqrt{AC^2 - EC^2} = \sqrt{a^2 - (a/2)^2} \\ &= \sqrt{\frac{3a^2}{4}} \\ &= \sqrt{3}a/2 \end{aligned}$$

अब $\triangle AED$ में,

$$AE = \sqrt{3}a/2, \quad DE = BE - BD = (a/2 - a/3) = a/6$$

$$\begin{aligned} \therefore AD^2 &= AE^2 + DE^2 \\ &= \frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{36} = \frac{27a^2 + a^2}{36} \\ &= \frac{28a^2}{36} \\ \therefore AD^2 &= 7a^2/9 \end{aligned}$$

$$\therefore \boxed{9AD^2 = 7BC^2} \quad (\because BC = a)$$

* इसी प्रकार यदि $BD = BC/4$ हो तो, $\boxed{16AD^2 = 13BC^2}$

* इसी प्रकार यदि $BD = BC/5$ हो तो, $\boxed{25AD^2 = 21BC^2}$

* इस प्रकार एक समबाहु \triangle में किसी भुजा का जितने अंश में बाँटा जाय हम AD भुजा का मान ज्ञात करने के लिए विशेष सूत्र का ज्ञात भी कर सकते हैं और उसका प्रयोग भी।

[196.]

$$* \frac{x^2 - (y-z)^2}{(x+z)^2 - y^2} + \frac{y^2 - (x-z)^2}{(y+x)^2 - z^2} + \frac{z^2 - (x-y)^2}{(y+z)^2 - x^2} = ?$$

a) -1

b) 0

c) 1

d) 3

Soln:-

$$\frac{x^2 - (y-z)^2}{(x+z)^2 - y^2} + \frac{y^2 - (x-z)^2}{(y+x)^2 - z^2} + \frac{z^2 - (x-y)^2}{(y+z)^2 - x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-y+z)(x+y-z)}{(x+z-y)(x+z+y)} + \frac{(y-x+z)(y+x-z)}{(y+x-z)(y+x+z)} + \frac{(z-x+y)(z+x-y)}{(y+z-x)(y+z+x)}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y-z}{x+y+z} + \frac{y-x+z}{x+y+z} + \frac{z+x-y}{x+y+z}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y-z+x-x+z+z-x}{x+y+z}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+y+z)}{(x+y+z)}$$

$$= 1$$

[197.]

$$* \cos \theta + \sec \theta = \sqrt{3}, \cos^3 \theta + \sec^3 \theta = ?$$

a) -1

b) $\sqrt{3}$

c) 1

d) 0

Soln:-

$$\therefore (\cos \theta + \sec \theta)^3 = \cos^3 \theta + \sec^3 \theta + 3 \cos \theta \sec \theta (\cos \theta + \sec \theta)$$

$$\therefore (\sqrt{3})^3 = \cos^3 \theta + \sec^3 \theta + 3(\sqrt{3})$$

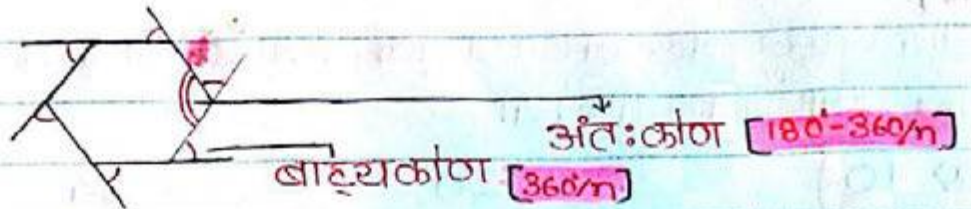
$$\therefore \cos^3 \theta + \sec^3 \theta = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$\therefore \cos^3 \theta + \sec^3 \theta = 0$$

(25)

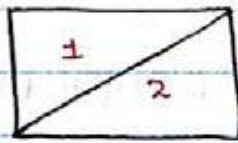
* बहुभुज *

Figure:-



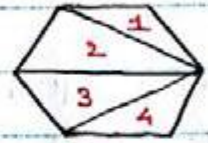
- * एक बहुभुज के बाह्यकोणों का योग 360° होता है परंतु आंतरिक कोणों का योग भुजाओं के अनुसार परिवर्तित होता है।
 \therefore बाह्यकोण = $360^\circ/n$
 \therefore अंतःकोण = $180^\circ - 360^\circ/n$
- * एक बहुभुज में जितनी भुजाएं होती हैं उससे दो कम त्रिभुज बनते हैं।

Figure:-



भुजा = 4, त्रिभुज = 2

Figure



भुजा = 6, त्रिभुज = 4

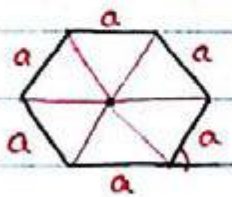
अतः बहुभुज के अंतःकोणों का योग = $(n-2) \times 180^\circ$

[भुजा से दो कम त्रिभुज तथा एक त्रिभुज के कोणों का योग = 180°]

बहुभुज के विकर्णों की संख्या = $n(n-3)/2$

* षष्ट्भुज *

Figure:-



* भुजाओं की संख्या = 6

* बाह्यकोण = $360^\circ/n = 60^\circ$

* आंतरिक कोणों का योग = $(n-2)180^\circ = 720^\circ$

* विकर्णों की संख्या = $n(n-3)/2 = 9$

* एक षष्ट्भुज में 6 समताहु बनते हैं।

अतः षष्ट्भुज का क्षेत्रफल = $6 \times \sqrt{3}/4 a^2$

[198]

* यदि एक समबहुभुज का प्रत्येक आंतरिक कोण 144° हो, तो उस बहुभुज की कुल भुजाएँ कितनी होगी?

a) 10

b) 20

c) 24

d) 36

Soln:-

$$\therefore \text{आंतरिक कोण} + \text{बाह्य कोण} = 180^\circ$$

$$\therefore \text{बाह्य कोण} = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

$$\therefore \text{भुजाओं की संख्या} = 360^\circ / \text{बाह्य कोण}$$

$$= 360^\circ / 36$$

$$= 10$$

[199]

* दो समबहुभुजों के भुजाओं की संख्या 5:4 के अनुपात में हैं और बहुभुजों के अंतःकोणों में 6° का अंतर है। भुजाओं की संख्या कितनी हैं?

a) 15, 12

b) 5, 4

c) 10, 8

d) 20, 16

Soln:-

यदि अंतःकोणों में 6° का अंतर होता है तो बाह्य कोणों में भी 6° का ही अंतर होगा।

$$\therefore \frac{360}{4x} - \frac{360}{5x} = 6$$

$$\Rightarrow 360 \left(\frac{1}{4x} - \frac{1}{5x} \right) = 6$$

$$\Rightarrow \frac{360}{20x} = 6$$

$$\Rightarrow 120x = 360$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$\therefore \text{भुजा} = 5 \times 3 = 15 \quad \text{तथा} \quad 4 \times 3 = 12$$

[200]

* दो सम बहुभुजों की भुजाओं की संख्याओं का अनुपात 1:2 है और उनके आंतरिक कोणों का अनुपात 2:3 है। तदनुसार, उन दोनों बहुभुजों की भुजाओं की संख्या क्रमशः कितनी है?

a) 6, 12

b) 5, 10

c) 4, 8

d) 7, 14

Soln:-

माना भुजाएँ n तथा $2n$ हैं।

$$\therefore \frac{180 - \frac{360}{n}}{180 - \frac{360}{2n}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{180(n-2)}{360(n-1)} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{n-2}{n-1} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore 3n-6 = 2n-2$$

$$\therefore n = 4$$

\therefore भुजाओं की संख्या = 4, 8

* एक बहुभुज के भुजाओं की संख्या 12 है अतः विकर्णों की संख्या कितनी होगी?

a) 27

b) 36

c) 48

d) 54

Soln:-

$$\therefore \text{बहुभुज के विकर्णों की संख्या} = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$= \frac{12 \times 9}{2} = 54$$